

セルオートマトンを用いた三次元構造生成

Three-Dimensional Structure Generation by Using Cellular Automata

石田良平*・南出憲映**

Ryohei ISHIDA and Norio MINAMIDE

*工博 大阪府立大学大学院 工学研究科 機械系(〒599-8531 堺市学園町1-1)

**スズキ(株) (〒432-8611 静岡県浜松市高塚町300)

This paper describes the generation of the three-dimensional structure by a cellular automaton. The finite element method is used to analysis the structure. In the application of the cellular automaton, the element of the finite element method is regarded as a cell. A cell can take two conditions. One is the condition which the cell is alive and another is the condition which that is dead. We propose the local rule based on von Mises stress, to generate or eliminate the cell. It is shown that various topology is generated in the design area from numerical simulation under various load conditions.

Key Words: Computational Mechanics, Cellular Automaton, Topological Design, Local Rule, Finite Element Method.

1.はじめに

航空機や宇宙構造物に限らず、一般に、構造物は軽量であることが要求されることが多い。軽量化設計のためには、所定の性能を維持するための十分な強度を保つことができれば、構造の重要ではない部分を取り去ることが考えられる。このような設計は一種の最適設計と考えることができ、位相最適化問題とも呼ばれている。位相最適化問題に対して、種々の手法が提案されている。

本研究で対象とするセルオートマトンを用いた従来の研究としては、伊能[1-3]、北ら[4,5]のものや石田・白神[6]のものをあげることができる。これらの研究は大きく分けて

1)勾配法を局所的に適用する方法

2)発見的にローカルルールを設定する方法

とに分けることができる。前者に属する研究としては伊能らのや北らのものを挙げることができ、後者に属する研究としては石田・白神のものや本研究を挙げることができる。前者の場合、有限要素の剛性(弾性係数や厚さ)を変化させる方法として感度解析を局所的に適用している。後者の場合は感度解析をまったく用いて

いない。

本報では、セルオートマトンを用いて三次元構造の位相生成を試みる。構造解析には有限要素法を用いる。セルには二つの状態、すなわち、LiveまたはDeadの状態しかなく、中間の状態はない。これを有限要素に対応させると、要素がある状態とない状態の二つの状態であり、Live状態にあるセルが有限要素に対応する。ローカルルールには、von Mises応力にもとづく単純なルールを設定した。セルの生成・消去はこのルールに基づいて行われる。本報では、荷重条件を変えた場合の初期位相と最終位相の関係について述べる。

2.解析

2.1 セルオートマトン セルオートマトンでは、セルと呼ばれる正方形の規則正しい配列を考え、各々のセルはそのセルの近くのほかのセルの現在の配置に基づいて決められたルール(ローカルルール)にしたがってその状態を変える。以下に、セルオートマトンについての基本的な事項について簡単に説明する。

セルオートマトンの基本的な事項をまとめると次のようになる。

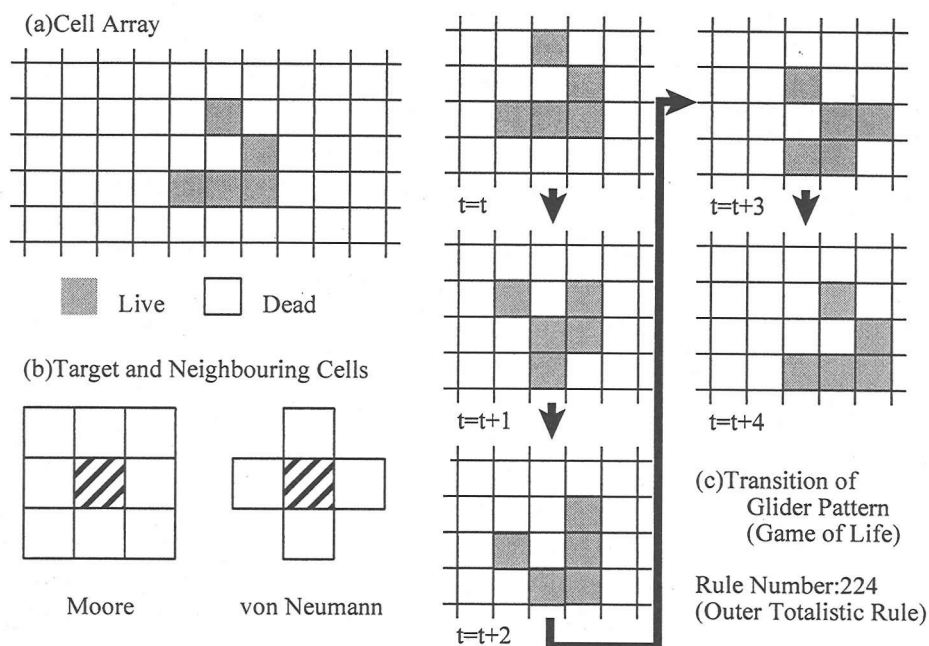


Fig.1 二次元セルオートマトンとセルの状態の更新(ライフゲーム)

- (1)空間は離散的であり、セルは規則正しくならんでいる。
- (2)時間は離散的であり、おのおののセルの値は離散的な時間ステップで順に更新される。
- (3)セルの値を更新するルールはそのセルの隣にあるセルの値にのみ依存する。
- (4)おのおののセルの変数は前の時間ステップでの変数の値に基づいて同時に更新される。

図1に二次元セルオートマトンの代表的な例であるライフゲームの例を示す。まず、空間は(a)のように離散的に表現され、あるパターンがオン(Live)状態で時刻 $t=t$ において表現される。次に、 $t=t+1$ におけるパターン

を決めるためにローカルルールが設定される。ローカルルールでは、 $t=t$ におけるセルの状態が順番に調べられ、(b)のような状態変更の対象となるセル(斜線で表示)とその周囲(ライフゲームの場合はムーア近傍)のセルの状態によって設定されたルールに基づいてセルの状態が順に決定され、すべてのセルの状態が決定された時点で $t=t+1$ でのパターンが決まる。(c)は(a)に示したパターンの変化を示したものである。このパターンは「グライダー」と呼ばれるパターンで、 $t=t$ でのパターンと同じパターンが $t=t+4$ において右下に移動して現れる。

2.2 定式化の概略

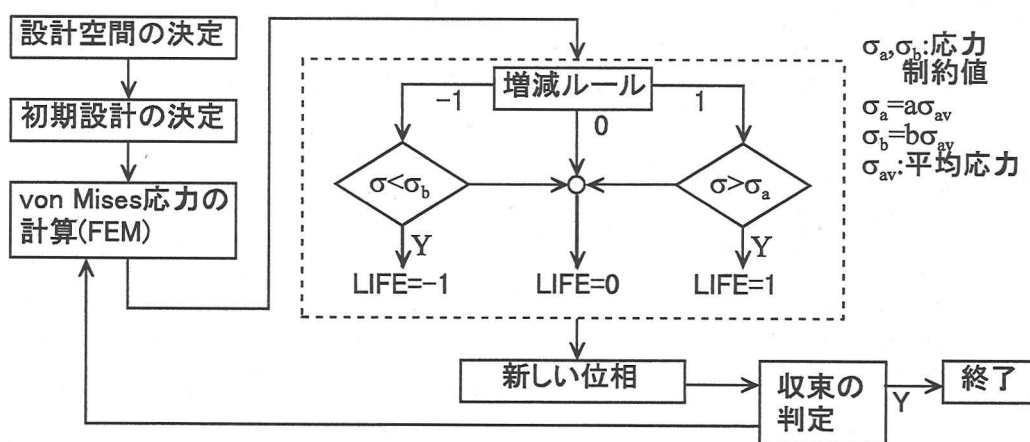


Fig.2 シミュレーションの流れ

-Elimination Rule-

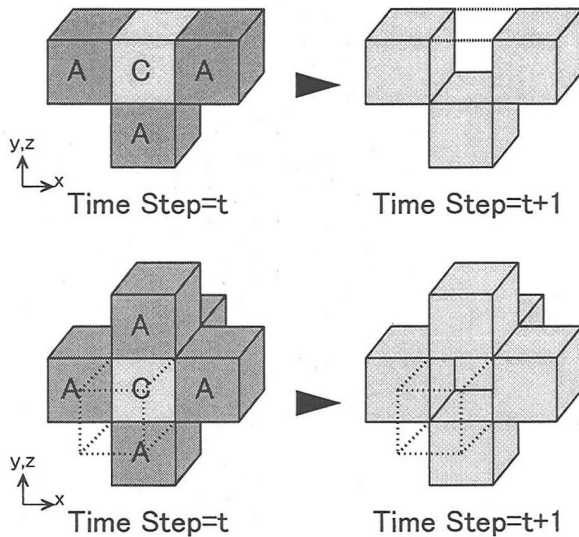


Fig.3 ローカルルール(セル消去)

(a)位相設計プロセス

位相設計プロセスを図2に示す。位相設計は、

- (1)設計空間の決定
- (2)初期設計(位相)の決定
- (3)有限要素法によるセル(要素)のvon Mises応力の計算
- (4)セルの応力値に基づく増減ルールによる状態変数LIFE値の決定と応力制約条件による新しい位相の決定
- (5)終了の判定

の順に進行する。なお、ステップ(5)で終了条件が満足されない場合、新たに生成された位相を用いてステップ(3)-(5)を繰り返す。

ステップ(4)では次の(b)に示すローカルルールの条件に従って各セルの応力を隣接するセルのそれと比較し、それらより大きい場合状態変数LIFE=1、逆に小さい場合LIFE=-1、各セルの応力大きな差がない場合LIFE=0とする。しかし、ローカルルールで設定された状態変数LIFEはさらに次の応力条件によってチェックされ状態変数LIFEの値が確定する。

$$\text{LIFE}=1 \quad \text{and} \quad \sigma > \sigma_a \rightarrow \text{LIFE}=1$$

$$\text{LIFE}=1 \quad \text{and} \quad \sigma < \sigma_a \rightarrow \text{LIFE}=0$$

$$\text{LIFE}=-1 \quad \text{and} \quad \sigma < \sigma_b \rightarrow \text{LIFE}=0$$

$$\text{LIFE}=-1 \quad \text{and} \quad \sigma > \sigma_b \rightarrow \text{LIFE}=-1$$

ここで、 σ は有限要素解析で得られたvon Mises応力の全要素にわたっての平均応力、 σ_a および σ_b は応力制約値であり、次式で決定される。

$$\sigma_a = a \times \sigma$$

-Generation Rule-

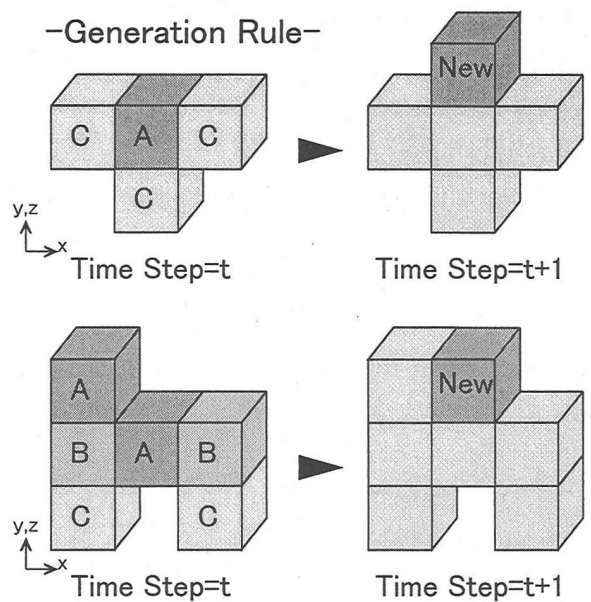


Fig.4 ローカルルール(セル生成・再生)

$$\sigma_b = b \times \sigma$$

a, b は係数である。なお、隣接する要素の存在しない要素が残った場合その要素は消去される。

終了の判定については、いくつかの位相が周期的に繰り返し現れるようになったときに終了し、

(a)これらの位相のうちのセル数が最も少ないものを最終位相として採用する。

(b)セル数の同じ位相が二つ以上ある場合には、最大応力値の小さい方を採用する。

(b)ローカルルール

本研究で採用したローカルルールのうちでセルの消去ルールを図3および4に示す。図3は消去ルールであり、図4は生成ルールである。ここで、Time Step=tにおいてセルに付けたアルファベットA、B、Cはvon Mises応力の添字に対応し、次式を満足するものとする。

$$\sigma_A > \sigma_B > \sigma_C$$

(c)有限要素法

有限要素法の定式化に関しては通常の定式化であるため省略する。なお、要素は8節点の立方体要素を用いている。

3.シミュレーション

3.1 位相決定問題への適用

セルオートマトンを構造物の位相決定問題に応用するために、前節で述べた基本的な事項との対応を考える必要がある。

有限要素とセルとの対応としては、セルである要素は規則正しく並び、かつ隣接する要素のはっきりしていることが必要である。セルオートマトンでは立方体要素が

適切である。時間の離散性に関しては、計算の繰り返し回数を対応させる。

3.2 設計モデル

3.2.1 片持ちはりモデル1

図5に示す100[mm]×100[mm]×100[mm]の立方体領域を構造生成シミュレーションの対象とする。各方向についてそれぞれ10分割し、領域を全部で1,000のセルに分割した。境界条件として、 y - z 平面に固定境界条件を与え、 $x=100, y=50, z=0$ の節点に y の負方向に集中荷重を負荷した。設定した物性値などは次の通りである。

Poisson's ratio=0.33,

Young's modulus=71[GPa],

Load=9.8[kN]

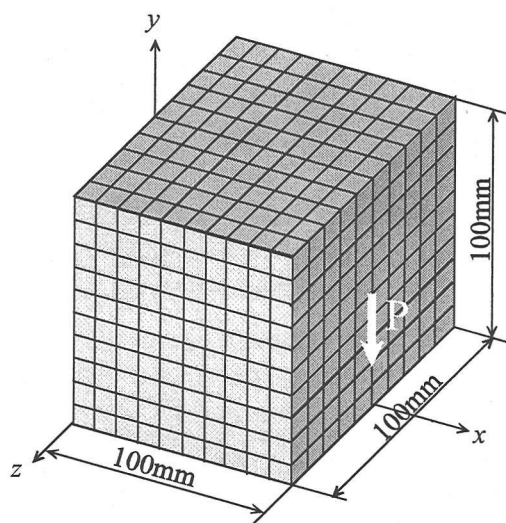


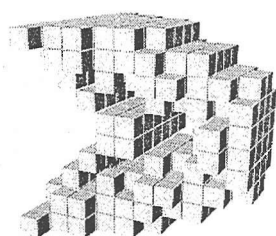
Fig.5 初期設計

図6に $a=2.0$ 、 $b=1.0$ のときの位相の変化を示す。初期設計は図5で与えられる。Time Stepの横の数値はLive状態にあるセルの数を表している。また、図7に対応する二次元問題の初期位相(左)と最終位相(右)を示す。

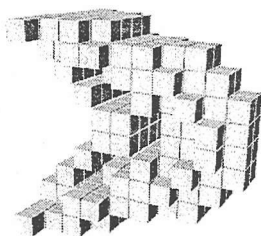
時間ステップ5および10では、内部に45°で交差する補強構造が見られる。この補強構造は二次元問題の図7の(a)の最終位相や、少し複雑であるが(b)の最終位相にも見られる。しかし、ステップ16では交差する内

部補強構造は消滅し、さらに時間ステップがすすむと構造は単純化される。ステップ44で終了し、最終的な要素数は120である。この最終位相は図7の(c)の最終位相に似ている。

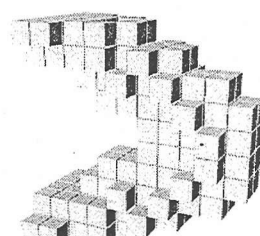
この例題の構造は片持ちはり状の構造なので、最大応力は曲げモーメントは固定端(y - z 面)で最大になる。曲げ応力は固定端で中立軸(x 軸)から最も離れた面、



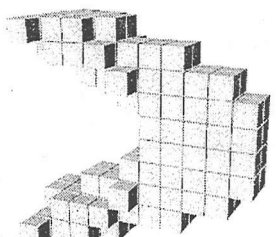
Time Step= 5, 340



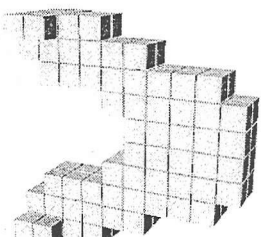
Time Step=10, 228



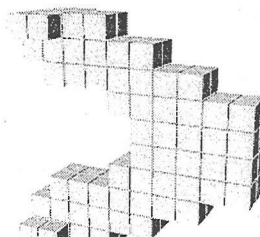
Time Step=16, 180



Time Step=24, 148



Time Step=34, 124



Time Step=44, 120
(Final)

$a=2.0$, $b=1.0$

Fig.6 トポロジー変化 ($a=2.0$, $b=1.0$)

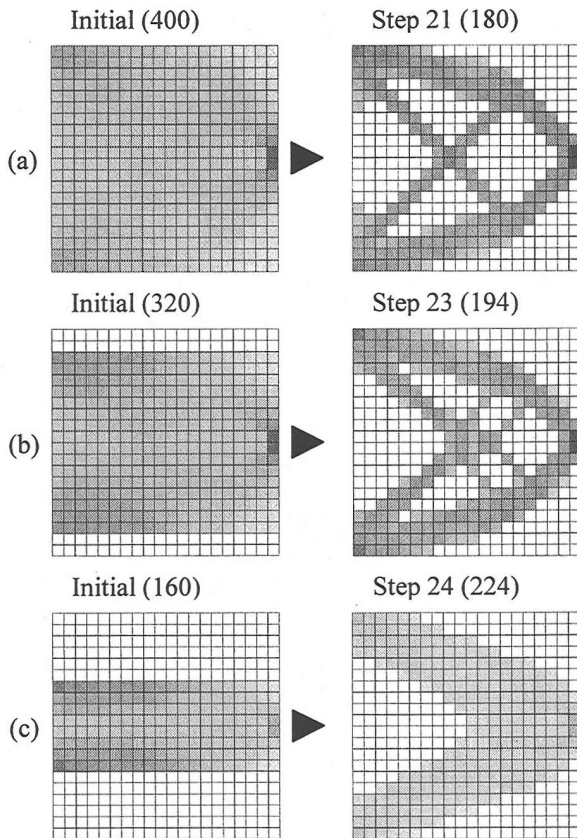


Fig.7 二次元問題

すなわち、 $y=0$ と $y=100$ の面に生ずる。二次元問題では位相生成は x - y 面内に限定されるので、構造が設計領域の上限に達した場合、固定端付近の要素に大きな応力が残る。しかし、三次元問題では z 方向にも構造を伸ばすことができるため、最大曲げ応力は z 方向の要素に分散され緩和されるものと考えられる。

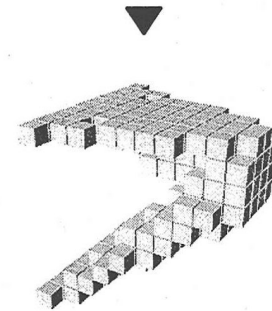
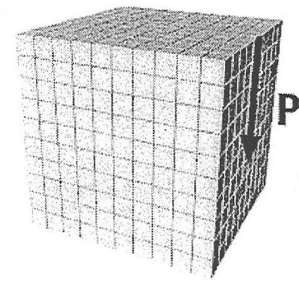
3.2.2 片持ちはりモデル2

図5の荷重荷重位置を $x=100, y=100, z=0$ に移動させた場合の初期位相と最終位相を図8に示す。力の大きさは同じである。

図8から、棚板と支えのような、固定端から水平に伸びる板上の構造とそれに45°に固定端から伸びる支え構造がみられる。

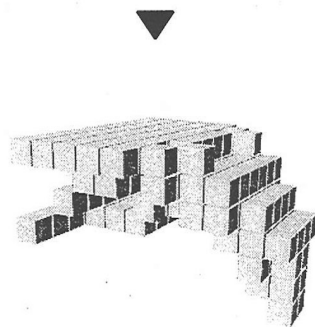
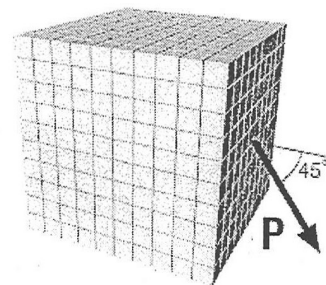
3.2.3 片持ちはりモデル3 図9に、 $x=100, y=50, z=0$ の節点に右下方45°に荷重を加えた場合の初期位相と最終位相を示す。また、対応する二次元問題のものを図10に示す。

二次元問題の場合、初期位相(図10上)でははり状構造には荷重 P の分力として垂直荷重 $P/\sqrt{2}$ が作用し、この垂直荷重は固定端に最大曲げモーメント $PL/\sqrt{2}$ を



$a=2.5, b=1.0,$
Step=8, 120 Cells

Fig.8 荷重位置と最終トポロジー(1)



$a=2.5, b=1.0,$
Step= 9, 178 Cells

Fig.9 荷重位置と最終トポロジー(2)

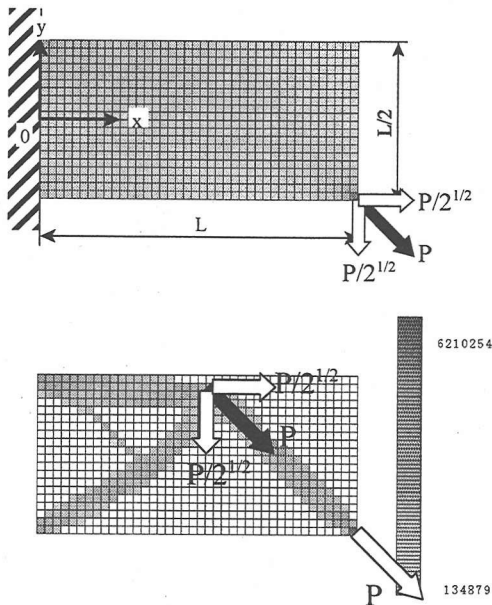


Fig.10 Fig.9に対応する二次元問題

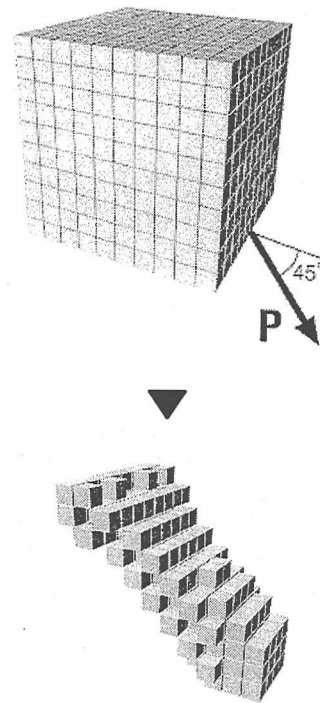
発生させる。この曲げモーメントによる曲げ応力は $x=0, y=L/4$ に生ずる。最終位相(図10下)では、 $x>L/2$ の区間では部材は引張荷重のみを受ける構造になっており、力の作用点は $x=L/2, y=L/4$ に移動したようになり、この荷重の垂直分力 $P/\sqrt{2}$ によって固定端に生ずる最大曲げモーメントは $PL/2\sqrt{2}$ となる。設計空間が固定されているため、構造は設計空間の中で曲げモーメントを最小にするような位相になっている。三次元問題の場合も同様で、図9の下図の構造は図10の下図の構造によく対応している。

図10の問題で、設計領域が上のほうに広がっている場合、最終的に得られる構造は固定端から荷重軸方向に伸びる一本の棒状の構造が得られることが予想される。このような構造では垂直方向分力による曲げモーメントが零になる。

図11に、図9の荷重点を $x=100, y=50, z=0$ の節点に移した場合の初期位相と最終位相を示す。最終位相は予想通り固定端から荷重方向に伸びる一本の引張荷重のみを受ける構造へ変化している。

4.終わりに

本研究では、セルラオートマトンを用いて三次元構造生成を試みた。ローカルルールとして生成ルールと消滅ルールを用いて応力値が規定された範囲に入る構造が生成された。



$a=2.5, b=1.0,$
Step=10, 184 Cells

Fig.11 荷重位置と最終トポロジー(3)

参考文献

- 1.伊能・上杉,日本機械学会論文集A編,61-585,pp.1109-1114(1995)
- 2.伊能・下平・小林,日本機械学会論文集A編, 61-586, pp.1416-1422(1995)
- 3.伊能,数理科学,No.394,pp.21-26(1996)
- 4.北・豊田・野村,日本機械学会論文集A編,64-622,pp.1717-1724(1997)
- 5.Kita,E. and Toyoda,T., Struct. Multidisc. Optim., Vol.19, pp.64-73(2000)
- 6.石田・白神,日本機械学会論文集A編,64-628,pp.2895-2900(1998)