

## 構造物の最適耐震設計について

### On Optimum Seismic Design of Structures

杉本博之\*, 渡辺忠朋\*\*, 朝日啓太†, 佐々木利健†

Hiroyuki Sugimoto, Tadatomo Watanabe, Keita ASAH, Masakazu SASAKI

\* 工博, 北海学園大学教授, 工学部土木工学科 (〒064-0926 札幌市中央区南26条西11丁目)

\*\* 北武コンサルタント株式会社 (〒062-0020 札幌市豊平区月寒中央通7丁目)

+ 北海学園大学工学研究科土木工学専攻 (〒064-0926 札幌市中央区南26条西11丁目)

Optimum seismic design of structures is studied. In Japan Highway Bridge Specifications, for the verification of seismic resisting of design the time history dynamic analysis is required. ON the other hand authors has proposed the seismic design method, where first the primal design is obtained by combining the simple seismic verification method and optimization method, and then the primal design is checked by the time history dynamic analysis. In this paper, the proposed method and the difference between the codes for highway bridges and railway bridges is explained. And then, the formulation of optimization problem of seismic reinforcement of existing RC structures, design of steel rigid-frame structures and design of RC rigid-frame structures are explained.

*Key words : Optimum seismic design, Optimum seismic reinforcement, RC rigid-frame viaducts, Genetic algorithm, Steel rigid-frame structures*

#### 1. まえがき

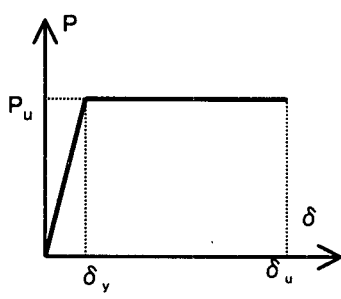
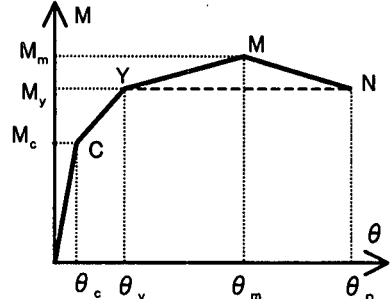
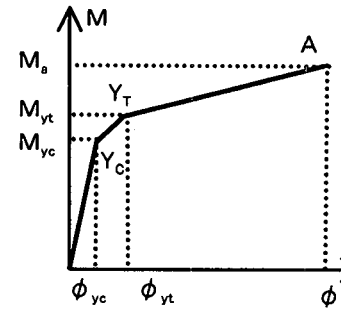
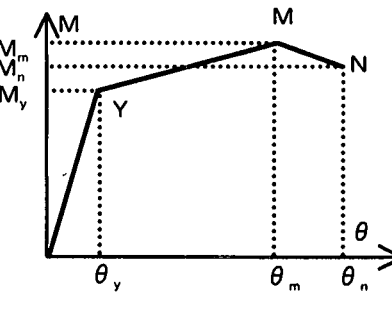
設計は、解析・照査法と、意思決定法から構成され、どちらも設計の質に影響を及ぼす。現在の耐震設計においては、この両者に課題をかかえていると考えられる。鉄道橋においては、時刻歴動的解析法の他に非線形スペクトル法があり、簡便な解析、照査の可能性が示されている。一方、道路橋においては、時刻歴応答解析法により解析し照査するよう定められている。他に、地震時保有水平耐力法（以下、保耐法と略する）も定められているが、使用しない方向で検討されているようである。一般に、解析法が複雑で理論的に高度になればなるほど良い解析法だと考えられている。しかし、時刻歴応答解析法は依存するパラメータが多く、その中には、設計と関係のないパラメータが、時には支配的な影響を及ぼすことがある。例えば、要素の分割の仕方、分割数、あるいは減衰定数などである。これらは同じ設計に対して無数の可能性があるという意味で、設計と関係がないとここでは記述した。これは設計上大きな問題である。このようなパラメータを含む解析法よりは、たとえ理論的には洗練されていなくとも、設計に関係するパラメータのみに依存する解析法の方が、設計上、時には使いやすいくともある。これらは、設計の過程で使い分けすべ

きと考えられるが、現状は、必ずしもそうでなく、時刻歴応答解析の方に重心がおかれ気味である。

後者の意思決定法は、従来の耐震設計の中での位置付けは低いと考えられている。理由はいくつか考えられる。基本的に、設計空間という概念が全くなく、その中でどれを選ぶかという過程で必要になる工学的な価値基準は明確にされていない。満足すべき条件は明示されているので、その条件を満足することのみが目的となる。それらの条件群が形成する空間が設計空間であるが、その広さ、含まれる設計の多様さ等に目を向けられること等はないように思われる。条件群を満足する設計は一般に無数にあると考えられる。そうであれば、その中から1つを選ぶためには何らかの基準が要求されることになる。これらの手続きが意思決定法であり、設計上重要なプロセスと考えられる。

では、逆に、時刻歴応答解析法により解析し、照査する設計法というのは、その意思決定部分はどのように説明されるのであろうか。経験、勘、あるいは他に断面変更あるいは設計変更のための論理的な道筋が示されているか。これは、説明されるべきように思われる。それがないのなら、従来の耐震設計法は、正しく耐震解析法と照査法とした方が、言葉の意味と内容とが良く合致するように思われる。

表－1 道路橋と鉄道橋の耐震解析・照査法の比較

|          |              | 道路橋                                                                                | 鉄道橋                                                                                 |
|----------|--------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 解析法      |              | 応答スペクトル法(震度法)*<br>時刻歴応答解析法<br>(地震時保有水平耐力法)                                         | 応答スペクトル法(震度法)*<br>時刻歴動的解析法<br>非線形スペクトル法                                             |
| 地盤種別     |              | 3種類                                                                                | 8種類                                                                                 |
| 地震動波形    |              | 3波(平均を取る)                                                                          | 1波                                                                                  |
| 地震動の種類   | 確率は高いが規模は小さい | L1地震動                                                                              |                                                                                     |
|          | 確率は低いが規模は大きい | タイプⅠ<br>タイプⅡ                                                                       | L2地震動<br>スペクトル1<br>スペクトル2                                                           |
| 耐震性の照査条件 |              | 要求される性能に対応する曲率<br>最大水平変位, 残留変位                                                     | 要求される性能に対応する曲率<br>塑性率(非線形スペクトル法の場合)                                                 |
| 骨格曲線     | RC構造物        |   |   |
|          | 鋼構造物         |  |  |

\* : 確率は高いが規模は小さい地震動に対して適用される

以上のような立場から、筆者らは、最適耐震設計法を提案してきた。それは、1次設計の過程と2次設計の過程に分けられる。1次設計においては、耐震解析法は、簡便な手法が用いられる。それらは、保耐法あるいは非線形スペクトル法である。これらと最適設計法が結合され、1次設計を求めるシステムが構築される。得られた1次設計に対して、時刻歴応答(動的)解析が適用され、照査される。

この方法で得られる設計は、定式化される問題の範囲で、厳密な意味での数学的な最適設計ではない。しかし、意思決定プロセスは明快であり、現行の規準類をその定めに従って満足する設計が得られるという意味では、工学的な意味はあると考えられる。

本報告では、まず、道路橋と鉄道橋のための耐震設計の違いを説明する。これは、違いを明確にするというよりは、お互いの良いところに注目しそれらを融合する耐震設計システムが必要でないかという立場で書かれている。次に、上記の最適耐震設計システムについて詳しく

説明し、最後に、過去に研究してきた最適耐震設計の総括として、RC構造物の耐震補強、鋼製橋脚の耐震設計、及びRC構造物の耐震設計における最適化問題としての定式化を説明する。

## 2. 道路橋と鉄道橋の耐震解析・照査法について

表－1に、道路橋と鉄道橋の耐震性評価のための解析法と照査法を比較して示した。

解析法では、鉄道橋は、時刻歴動的解析のほかに非線形スペクトル図を公開している。骨格曲線は両者で大きく異なる。鉄道橋では、モーメント(M)－部材角(θ)の関係で示されている。また、軟化領域まで範囲を広げている。道路橋では、モーメント(M)－曲率(φ)関係で示されている。

照査条件としては、要求される性能に対応する曲率(部材角)に対する制約の他に、道路橋では、最大水平変位、残留変位まで制限がある。鉄道橋において、非線

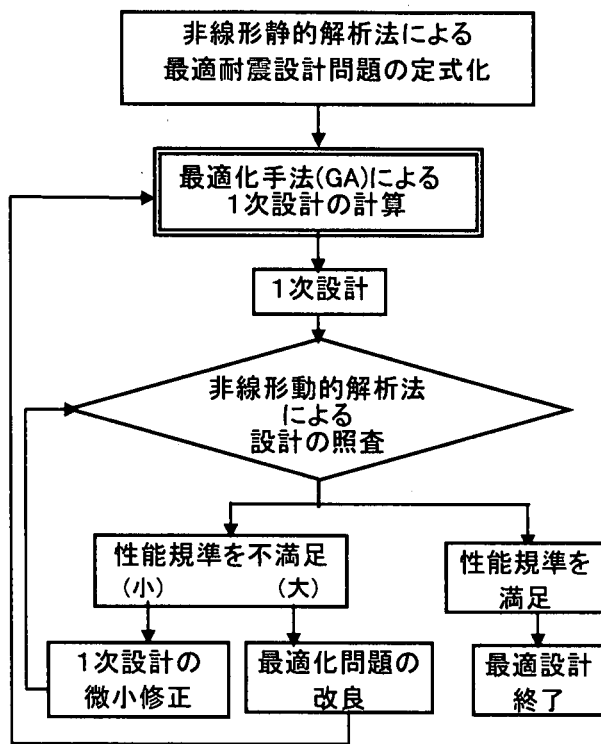


図-1 最適耐震設計システム

形スペクトル法を用いる場合は、部材角の他に塑性率が制約条件に加えられる。

表中の記号については、関連の示方書類を参考にされたい<sup>1) 2)</sup>。

### 3. 最適耐震設計システムの提案

ここで提案している設計システムを図-1に示した。このシステムは、非線形静的解析による耐震性の照査法(地震時保有水平耐力法、非線形スペクトル法)により耐震性が照査された最適耐震設計を1次設計として、その設計が非線形動的解析(時刻歴応答解析、時刻歴動的解析と同手法、非線形静的解析に対応して用いる。)の照査をも満足した場合、最適耐震設計と判断して終了するものである。非線形動的解析による照査で、設計条件を満足する場合は最適耐震設計終了となるが、不満足の場合は設計の修正が行われる。つまり、設計条件の不満足の割合が小さければ、設計を少し変更して動的解析による照査を再度行う。また、その割合が大きければ1次設計まで戻り最適化問題を改良した後に、再度1次設計の計算を行うものである。

### 4. 最適耐震設計の定式化例

#### 4.1 既存RC構造物の耐震補強設計<sup>3) 4)</sup>

兵庫県南部地震以降、耐震設計法の見直しが進められた。新規に設計される新しい構造物に対してはこれらがすべて適用される。しかし、既設構造物は、震度法に

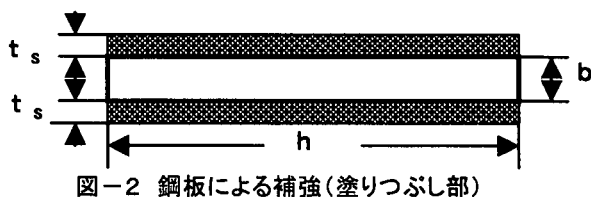


表-2 鋼板の設計候補値

| レベル                          | 板厚 (mm) | $A_{sf}/S_{sf}$ (cm <sup>2</sup> /cm) |
|------------------------------|---------|---------------------------------------|
| 1                            | 0       | 0                                     |
| 2                            | 6       | 1.2                                   |
| 3                            | 9       | 1.8                                   |
| 4                            | 12      | 2.4                                   |
| 引張り強度 : 240N/mm <sup>2</sup> |         |                                       |

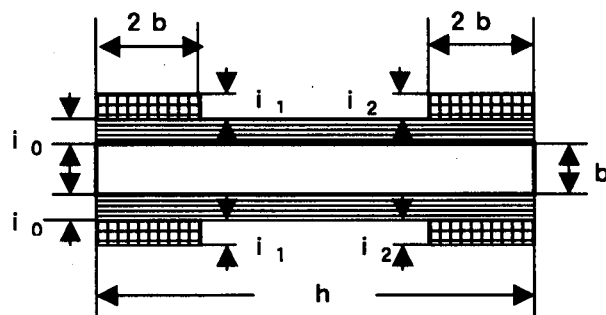


図-3 繊維補強(全面の剪断補強と端部の靱性補強)

表-3 炭素繊維の設計候補値

| 候補<br>番号                         | 巻き数     |         | $A_{cf}/S_{cf}$<br>(cm <sup>2</sup> /cm) |
|----------------------------------|---------|---------|------------------------------------------|
|                                  | 0.111mm | 0.167mm |                                          |
| 1                                | 0       | 0       | 0                                        |
| 2                                | 1       | 0       | 0.0222                                   |
| 3                                | 2       | 0       | 0.0444                                   |
| 4                                | 0       | 2       | 0.0666                                   |
| 5                                | 1       | 2       | 0.0888                                   |
| 6                                | 2       | 2       | 0.111                                    |
| 7                                | 0       | 4       | 0.1332                                   |
| 8                                | 1       | 4       | 0.1554                                   |
| 9                                | 2       | 4       | 0.1776                                   |
| 10                               | 0       | 6       | 0.1998                                   |
| 11                               | 1       | 6       | 0.222                                    |
| 12                               | 2       | 6       | 0.2442                                   |
| 13                               | 0       | 8       | 0.2664                                   |
| 14                               | 1       | 8       | 0.2886                                   |
| 15                               | 2       | 8       | 0.3108                                   |
| 16                               | 0       | 10      | 0.333                                    |
| 引張り強度 : 3000000kN/m <sup>2</sup> |         |         |                                          |

対しては条件を満足していると考えられるが、新しい規準に対しては満足していない可能性が大きく、その場合何らかの補強が要求される。

以下は、既存RC構造物の耐震補強設計に提案システムを応用した例である。

補強最適化問題は、目的関数は材料費を含む総補強工費、制約条件は、耐震性の評価、および各部材の剪断耐力に関する条件を考慮している。設計変数は、鋼板であれば板厚が変数となる。繊維補強であれば、各部材ごとに剪断補強、および部材両端の靱性補強のためのシート厚さと巻き数の組み合わせが設計変数になる。

最適化問題は以下のように定義される。

- ・目的関数 :  $C \rightarrow \min$  ( $C$ : 総補強工費)
- ・制約条件 :
  - 1) 保耐法あるいは非線形スペクトル法による耐震性に関する条件(歪エネルギーあるいは塑性率)
  - 2) 部材端部の部材角に関する条件
  - 3) 剪断耐力に関する条件
- ・設計変数 : 鋼板巻きと繊維巻きの場合でそれぞれ次のように定義される。

鋼板巻きの場合(図-2)

$$\{I\} = \{I_1, I_2, \dots, I_n\}$$

これらの変数の値は、表-2に示す4種類の補強レベルから選択される。補強レベルは、図-2に示す鋼板の板厚  $t_s$  である。

繊維巻きの場合(図-3)

$$\{I\} = \{I_1, I_2, \dots, I_{3n}\}$$

繊維巻きの場合は、繊維のシート厚さと巻き数の異なる16種類の組み合わせ(表-3に炭素繊維の例を示す)を用意し、その中から選ばれることになる。

以下の例も同様であるが、設計変数は、すべて離散量であるので、この最適化問題の解法には遺伝的アルゴリズム(GA)<sup>5) 6)</sup>を用いる。

#### 4. 2 鋼製橋脚の耐震設計<sup>7) 8)</sup>

図-4に示すような鋼製橋脚の断面には、一般に矩形断面または鋼管断面が用いられるが、ここでは矩形断面のみを考慮した。また最適化問題における設計変数は、鋼製橋脚の断面を構成する各寸法として、それぞれを離散量として定式化している。また断面最適化の目的は、鋼材総容積または補剛材総本数の最小化問題とし、制約条件には耐震性の照査と断面の寸法に関する事項の照査を取り入れている。

最適化問題は以下のように定義される。

- ・目的関数 :  $OBJ = V/V^0 + \alpha N$

ここで、 $V$ は鋼材総容積、 $V^0$ は $V$ を無次元化する一定値で最適化計算を数ケース行つて得られた平均値をまとめた値である、 $\alpha$ は鋼材総容積及び補剛材総本数間のウェイト、 $N$ は補剛材総本数とする。この式は、 $\alpha$ を大きくすれば補剛材本数にウェイトが置かれ、小さくすれば鋼材総容積にウェイトが置かれた最適断面を求めることが可能である。従つて、 $\alpha$ の選択によりこれらのパレート解の中から、設計者の条件に則した最適断面を得ることができる。

- ・制約条件 :

- 1) 保耐法あるいは非線形スペクトル法による耐震性に関する条件(歪エネルギーあるいは塑性率)  
これらの条件は、橋軸方向、及び橋軸直角方向を同時に考慮する。
- 2) 部材端部の部材角に関する条件
- 3) 幅厚比等、規準類に定められる部材寸法間の関係<sup>9)</sup>
- 4) 幅厚比パラメーターあるいは細長比パラメータなど、

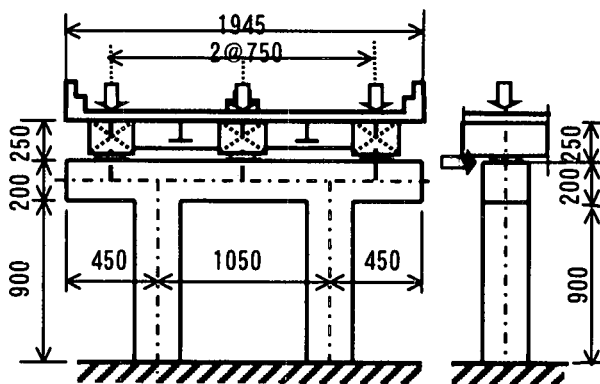


図-4 対象ラーメン橋脚

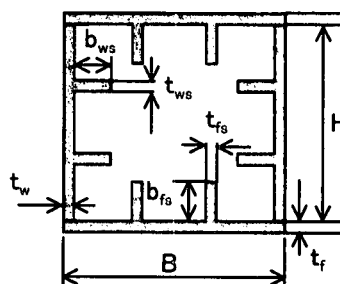


図-5 矩形断面の断面構成図

表-4 鋼製橋脚の設計候補値

| 設計変数             | 候補値                                                                                                                                                         | 単位 |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| B, H             | 85, 90, 95, 100, 105, 110, 115, 120, 125, 130, 135, 140, 145, 150, 155, 160, 165, 170, 175, 180, 185, 190, 195, 200, 205, 210, 215, 220, 225, 230, 235, 240 | mm |
| $t_f, t_w$       | 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 19, 22, 25, 28, 32, 34, 36, 38                                                                                                |    |
| $t_{fs}, t_{ws}$ | 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 19, 22, 25, 28, 32, 34, 36                                                                                                 |    |
| $b_{fs}, b_{ws}$ | 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35<br>(この中から、設計条件に応じて連続する16個の値を候補値とする)   | 本  |
| $N_f, N_w$       | 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15                                                                                                        |    |

種々の公式を使う場合の、設計パラメータに関する条件。

- ・設計変数 : 矩形断面における断面構成パラメータを図-5に示す。設計変数は、幅B、高さH、フランジ板厚  $t_f$ 、ウェブ板厚  $t_w$ 、フランジ補剛材高さ  $b_{fs}$ 、ウェブ補剛材高さ  $b_{ws}$ 、フランジ補剛材板厚  $t_{fs}$ 、ウェブ補剛材板厚  $t_{ws}$ 、および補剛材本数のフランジ側  $N_f$ 、ウェブ側  $N_w$  の計10変数とする。それぞれの値の候補値を表-4に示した。

#### 4. 3 RC 構造物の耐震設計<sup>10) 11)</sup>

新設のRCラーメン高架橋の耐震設計を試みた。同じRC構造物でも、4.1の既設構造物の補強設計では、補強量や補強箇所を設計変数としていたが、新設設計においては、各

部材の断面幅、高さ及び鉄筋量などの断面構成を設計変数とした。

目的関数は鉄筋の総容積およびコンクリートの総容積の線形和で表される多目的とする。制約条件には、発生頻度は少ないが大規模な2つの地震動に対する耐震性の照査及び各部材のせん断破壊に対する照査、部材の損傷度に対する照査の3つを行っている。

最適化問題は、以下のように定式化される。

・目的関数 :  $OBJ = V_c + \alpha \cdot V_s$

RC 橋脚の総コストに関しては、トータルの費用の面から材料費を考慮して、鉄筋の総容積とコンクリートの総容積の線形和を目的関数に設定した。ここで、 $V_c$ はコンクリートの総容積、 $V_s$ は鉄筋の総容積である。 $\alpha$ は鉄筋とコンクリートのコスト比で実際の経費の比較から 50 程度と考えられる。

・制約条件 :

- 1) 保耐法あるいは非線形スペクトル法による耐震性に関する条件(歪エネルギーあるいは塑性率)  
これらの条件は、橋軸方向、及び橋軸直角方向を同時に考慮する。
- 2) 部材端部の部材角に関する条件
- 3) 各部材において、せん断破壊を発生させない条件

・設計変数 :

最適化する柱部材及び梁部材の設計変数は断面幅B、断面高さH、軸方向鉄筋本数N、軸方向鉄筋段数J、せん断補強鉄筋径 $D_w$ 、1 段あたりのせん断補強鉄筋組数  $N_w$ 、せん断補強鉄筋配置間隔 $S_v$ とする。図-6に断面構成を、表-5に各設計変数の候補値を示した。柱部材は正方形断面、梁部材は長方形断面とし、軸方向鉄筋本数は断面幅により決定される。

例えば、Bに 800mm が選ばれた場合、柱部材ならばHも 800mm となるが、梁部材ならばHは 1000、1100、1200…1700mm の 8 種類から選ばれることになる。その際の軸方向鉄筋本数は 9 本となる。軸方向鉄筋径は 32mm の固定値とし、柱部材にのみ側方鉄筋を配置している。軸方向鉄筋段数 J は 1 段配置あるいは 2 段配置とした。図-6の柱部材は 1 段配置、梁部材は 2 段配置の例を示している。

せん断補強鉄筋の断面配置の詳細を図-7に示す。せん断補強鉄筋配置間隔は、部材両端からの 2H 区間  $S_w$  は、柱部材を 100mm、梁部材を 150mm の固定値として、2H 区間外  $S_v$  を設計変数とした。せん断補強鉄筋径  $D_w$  は 16~25mm の 4 種類、せん断補強鉄筋本数  $N_w$  は、1~3、柱部材は 100mm あるいは 200mm、梁部材は 150mm あるいは 200mm とした。部材を横に置いた場合のせん断補強鉄筋配置の詳細を図-8に示した。これらの設計変数の組み合わせにより、部材の断面構成が決定される。柱部材に対する組み合わせ総数は 256、梁部材に対する組み合わせ総数は 2048 となり、この中から全ての設計対象部材に対して最適断面を算出することになる。せん断補強鉄筋の候補値を表-6 に示した。

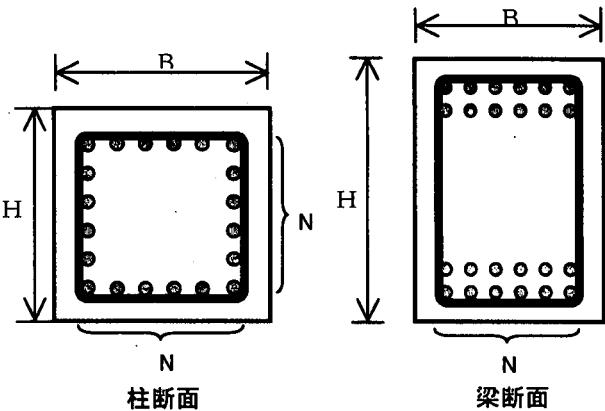


図-6 設計断面詳細図

表-5 梁部材断面の候補値

| B<br>(mm) | H (mm) |           | N<br>(本) | J<br>(段)     |
|-----------|--------|-----------|----------|--------------|
|           | 柱      | 梁         |          |              |
| 600       | 600    | 800~1500  | 6        | 1<br>or<br>2 |
| 700       | 700    | 900~1600  | 8        |              |
| 800       | 800    | 1000~1700 | 9        |              |
| 900       | 900    | 1100~1800 | 10       |              |
| 1000      | 1000   | 1200~1900 | 11       |              |
| 1100      | 1100   | 1300~2000 | 11       |              |
| 1200      | 1200   | 1400~2100 | 12       |              |
| 1300      | 1300   | 1500~2200 | 13       |              |

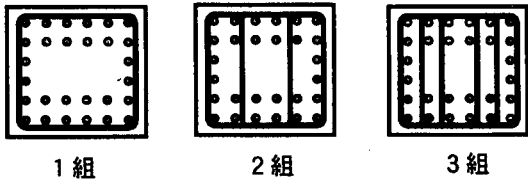


図-7 せん断補強鉄筋断面詳細

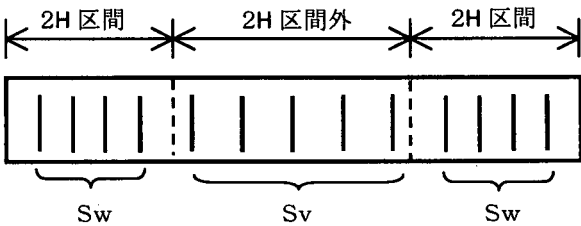


図-8 せん断補強鉄筋配置間隔

表-6 せん断補強鉄筋の候補値

| 部 材 | $D_w$<br>(mm) | $N_w$<br>(本) | $S_w$<br>(mm) | $S_v$<br>(mm)    |
|-----|---------------|--------------|---------------|------------------|
| 柱   | 16            | 1~3          | 100           | 100<br>or<br>200 |
|     | 19            | 1~3          |               |                  |
|     | 22            | 3            |               |                  |
|     | 25            | 3            |               |                  |
| 梁   | 16            | 1~3          | 150           | 150<br>or<br>200 |
|     | 19            | 1~3          |               |                  |
|     | 22            | 3            |               |                  |
|     | 25            | 3            |               |                  |

| ①             | ②    | ③    | ④              | ⑤              | ⑥              |
|---------------|------|------|----------------|----------------|----------------|
| B             | H    | J    | D <sub>w</sub> | N <sub>w</sub> | S <sub>y</sub> |
| 8種類           | 8種類  | 2種類  | 2種類            | 4種類            | 2種類            |
| 4BIT          | 4BIT | 1BIT | 1BIT           | 2BIT           | 1BIT           |
| 700           | 1200 | 1    | 19             | 3              | 200            |
| (mm)          | (mm) | (段)  | (mm)           | (組)            | (mm)           |
| ↓             | ↓    | ↓    | ↓              | ↓              | ↓              |
| 2             | 4    | 1    | 2              | 3              | 1              |
| ↓             | ↓    | ↓    | ↓              | ↓              | ↓              |
| 0001          | 0011 | 0    | 1              | 10             | 0              |
| ↓             |      |      |                |                |                |
| 0001001101100 |      |      |                |                |                |

図－9 梁部材の断面コーディング例

以上で、定式化の説明は終わるが、ここで GA を応用する際のコーディングについて簡単に説明する。図－9に梁部材のコーディング例を示した。図は、断面幅 700mm、断面高さ 1200mm、軸方向鉄筋段数 1、せん断補強鉄筋径 19mm、その組数 3 および配置間隔 200mm の例である。これを全ての設計対象部材に関して並べて一つの線列となる。

## 5. あとがき

耐震設計における解析ツールが、原則として時刻歴応答解析のみになるような傾向にあることには、設計上課題が残ることを指摘し、そのための対応策の 1 つとして、1 次設計を簡便な耐震性解析・照査法（保耐法、非線形スペクトル法など）と最適化手法を結合したシステムにより求め、得られた 1 次設計を時刻歴応答（動的）解析により照査するという耐震設計法を提案した。

また、道路橋と鉄道橋の耐震性照査のための解析法、照査法を比較した。必ずしも、優劣を評価できるものではないが、差を強調するよりは、両者の融合した解析、照査システムの構築を願う立場からまとめたものである。

最後に、これまで発表してきた、既存の RC 構造物の耐震補強設計、鋼製橋脚の耐震設計、及び RC 構造物の耐震設計について、その最適化問題としての定式化をまとめて示した。これらの定式化、あるいは最後の RC 構造物の耐震設計で示したコーディングの考え方などは、他の構造設計にも応用できると考えられる。

今後は、ライフサイクルコストを考慮した耐震設計の最適化、あるいは、道路橋 3 波による非線形スペクトル図の作成と設計への応用等が課題となると考えられる。

## 6. 謝辞

本研究の実施において、文部省平成 11～13 年度私立大学学術フロンティア推進拠点事業（積雪寒冷地における災害に強い都市環境モジュールの開発とシステム構築、代表 五十嵐日出夫 北海学園大学教授）の援助を受けた。また、特に鋼構造の耐震設計において、山口大学工学部 社会建設工学科 古川浩平教授からアドバイスをいただいた。

末筆ではあるが記して謝意を表する。

## 7. 参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編，丸善株式会社，1997.
- 2) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説・耐震設計，丸善，1999.
- 3) 杉本・渡辺・満尾：弾塑性挙動を考慮する RC ラーメン構造の補強最適化の一試み，構造工学論文集 Vol. 45A，pp. 423-432，1999.
- 4) 杉本・渡辺・斎藤：RC ラーメン高架橋の耐震補強最適化に関する研究，構造工学論文集 Vol. 46A，pp. 385-394，2000.
- 5) 杉本博之・Lu Bianli：工業最適設計のための汎用 GA プログラムについて，北海学園大学学園論集，第 96・97 号，pp. 81-105，1998
- 6) 古田・杉本：遺伝的アルゴリズムの構造工学への応用，森北出版，1997.
- 7) 杉本・村部・朝日・古川・高久：鋼製橋脚の最適耐震設計法の一試み，第 4 回地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集，2000.
- 8) 杉本・村部・朝日・古川・高久・渡辺：鋼製橋脚の最適耐震設計法について，構造工学論文集 Vol. 47A，pp. 239-247，2001.
- 9) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 II 鋼橋編，1996.
- 10) 杉本博之：最適設計技術，プレストレストコンクリート，Vol. 43，No. 2，pp. 54-59，2001.
- 11) 杉本・渡辺・斎藤：RC ラーメン高架橋の最適耐震設計・補強に関する研究，北海学園大学工学部研究報告，第 28 号，pp. 149-187，2001