

(23) セル・オートマトンによる構造部材の形態変化

TOPOLOGY TRANSITION OF STRUCTURE BY CELLULAR AUTOMATA

南出 憲映*・石田 良平**

Norio MINAMIDE and Ryohei ISHIDA

* 院生 大阪府立大学大学院 工学研究科 機械系専攻 航空宇宙工学分野 (〒599-8531 大阪府堺市学園町 1-1)

** 工博 大阪府立大学講師 工学部 航空宇宙工学科 (〒599-8531 大阪府堺市学園町 1-1)

This paper presents a proposal of an application of the method based on the concept of the Artificial Life and to the structure design and simulation of the structure "growing". We use Cellular Automaton as a method based on the concept of the Artificial Life and apply it to the structural design. In numerical simulations, we use a cantilever-like two-dimensional plane structure. We use the finite element method for the deformation and stress analysis of the structures. Each finite element is regarded as a "cell" as if structures were biological lives. Each cell has one of the two state, namely, "live" or "dead". From the numerical simulations under various initial designs, conditions of constraint for the stress and loading conditions, the influences of the above conditions to the final topologies are discussed.

Key Words : Artificial Life, Cellular Automaton, Finite-element method, Numerical Simulations

1. はじめに

航空機や宇宙機器に限らず、一般に構造物は軽量で、かつ用途に合わせた強度や安全性などの性能が要求される。軽量化設計のためには、所定の性能を維持するための十分な強度を保つことができるという前提の下で、構造の無駄な部分を取り去ることが考えられる。また、軽くて高い強度を持つ材料の開発が考えられる。前者のような設計は最適設計の一つであり、今までにも様々な方法が提案されており、人工生命手法もその一つとして提案されている。

骨組織や木材に代表される生体の支持組織は、外力に対して適応的に組織の力学的特性を変化することができる。生体組織のこの働きのため、適度の運動を行えば、筋骨が丈夫になり、逆に何も運動しないでいると弱化するようになる。骨の場合は、骨の形状や骨密度が増減する。宇宙飛行士が長期間、無重力場で生活すると骨のカルシウム分が減少するのも同じ現象である。この骨密度変化は、骨に加わる力の変化に骨組織が反応するために起こる。骨組織は、脳からの指令を直接受けているわけではないので、この変化は組織自身で行っていることになる。つまり、力がかかる部分は強くなり、力がかからない部分は弱くなる。このような部分的な調整作業によって、骨全体が力学環境に適応している。

このように、生体の支持組織が、外力に対して組織の力学特性を変化させる適応現象に注目し、本報では生物

の自己増殖の計算モデルであるセル・オートマトンの部材の構造設計への応用について述べる。設計対象として、自由端に集中荷重が作用する片持ち梁状二次元構造物を考える。なお、強度解析には有限要素法を用いる。

2. 有限要素法の定式化

2.1 二次元弾性体の基礎式

薄い板 (板厚 $\ll$ 平面寸法) を想定し、物体の至る所で $\sigma_{33} = \sigma_{31} = \sigma_{32} = 0$ となっていると考えられる状態を平面応力状態、板厚が非常に厚くなり、その内部で変位 x_3 方向成分 u_3 が 0 で、変位 u_1, u_2 が x_3 に無関係になると考えられる状態を平面ひずみ状態と呼ぶ。この場合は $\epsilon_{33} = \epsilon_{31} = \epsilon_{32} = 0$ となる。本研究では、Fig.1 に示すような平板の X-Y 面内での位相設計を考えるので、平面ひず

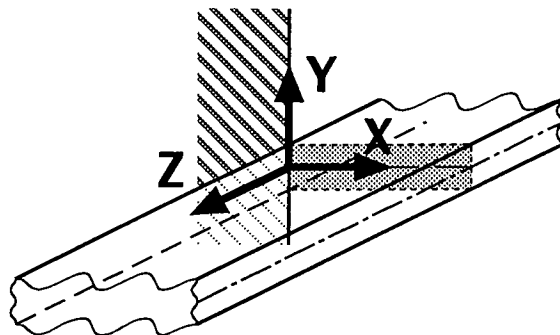


Fig.1 Plain Strain Condition

み状態を考える。二次元の場合の応力 - ひずみ関係は次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 $[D]$ は弾性係数マトリックスであり、次式で定義される。

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

2.2 全体剛性方程式

微小変形弾性問題の汎関数は次式で表される。

$$\Pi(u) = \int_{\Omega} U_0(u) d\Omega - \int_{\Omega} X_i u_i d\Omega - \int_{\Gamma} \bar{p}_i u_i d\Gamma \quad (3)$$

ここで、 $U_0(u)$ はひずみエネルギー密度を変位成分 u_i で表したものであり、 X_i 、 $\bar{p}_i$ は外荷重を表す。式 (3) に変位 - ひずみ関係式を用い、さらに変位成分を節点変位と双一次の内挿関数を用いて表し、変分原理を適用すれば、解析領域全体について次のような全体剛性方程式が得られる。

$$\sum_{i=1}^{N_e} \int_{\Omega_i} [B]^T [D] [B] d\Omega_i \{U\} - \sum_{i=1}^{N_e} \int_{\Omega_i} [N]^T [N] d\Omega_i \{X\} - \sum_{j=1}^{N_B} \int_{\Gamma_j} [N_B]^T [N_B] d\Gamma_j \{P_B\} = 0 \quad (4)$$

式 (4) において、

$$\begin{aligned} [K] &= \sum_{i=1}^{N_e} \int_{\Omega_i} [B]^T [D] [B] d\Omega_i \\ [K_X] &= \sum_{i=1}^{N_e} \int_{\Omega_i} [N]^T [N] d\Omega_i \\ [K_B] &= \sum_{j=1}^{N_B} \int_{\Gamma_j} [N_B]^T [N_B] d\Gamma_j \end{aligned} \quad (5)$$

とおけば、次のように書き換えることができる。

$$[K] \{U\} = [K_X] \{X\} + [K_B] \{P\} \quad (6)$$

ここで、

- $[K]$: 全体剛性マトリックス
- $\{U\}$: 全体節点変位ベクトル
- $[K_X] \{X\}$: 物体力に対する等価節点力
- $[K_B] \{P\}$: 表面力に対する等価節点力

である。

3. セル・オートマトン

セル・オートマトン (Cellular Automata, CA) とは、生命の最大の特徴である自己増殖とは何なのかを考えるために考案されたオートマトン理論に始まる自己複製に関す

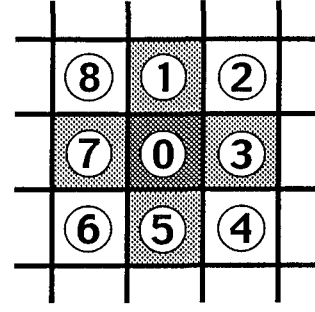


Fig.2 Grid of Cell

る最初の計算モデルであり、以下のような特徴を持つ。

- (1) 空間的に離散である: 空間は離散化された有限個の格子 (cell) から成る。
- (2) 時間的に離散である: 各セルの値はある離散時間ステップごとに更新される。
- (3) 各セルの持つ値は有限である。
- (4) 全てのセルは同一の更新ルールに基づく。
- (5) 各セルに適用される更新ルールは、その近傍のセルの状態にのみ依存する (local rule)。
- (6) 各セルの値は固定数 (通常 1 ステップ) 前の時間ステップの状態にのみ依存する。

本研究の場合、No.0 のセルは、No.1、3、5 および 7 のセルの値から新しい状態を計算するものとする (Fig.2)。

4. 構造部材の設計方法

4.1 目的関数

セル・オートマトンの考え方に合わせるため、設計空間は全て同じサイズの正方形に分割される。そのため、構造の総重量 W は 1 つの要素 (セル) の重量 w と、生きている要素の総数を n で表して、次式のように表される。

$$W = w \times n \quad (7)$$

ここで、要素の密度は一定とする。

4.2 制約条件

セルの生成・消滅に関する制約条件として、セルの相当応力に制約を設ける。セルが生成するための最低応力を σ_a 、消滅するための最高応力を σ_b として、生成と消滅に関する応力上の制約条件式を次式で表す。

$$|\sigma / \sigma_a| \geq 1 \quad (8)$$

$$|\sigma / \sigma_b| \leq 1 \quad (9)$$

ここで、 σ 、 σ_a および σ_b は相当応力である。さらに制約条件として設計空間に上限を定めるものとする。これは初期設計の際に定められる。

4.3 形状の離散化

セル・オートマトンの考えを適用するために、設計対象である構造および周囲の空間を正方形要素により分割

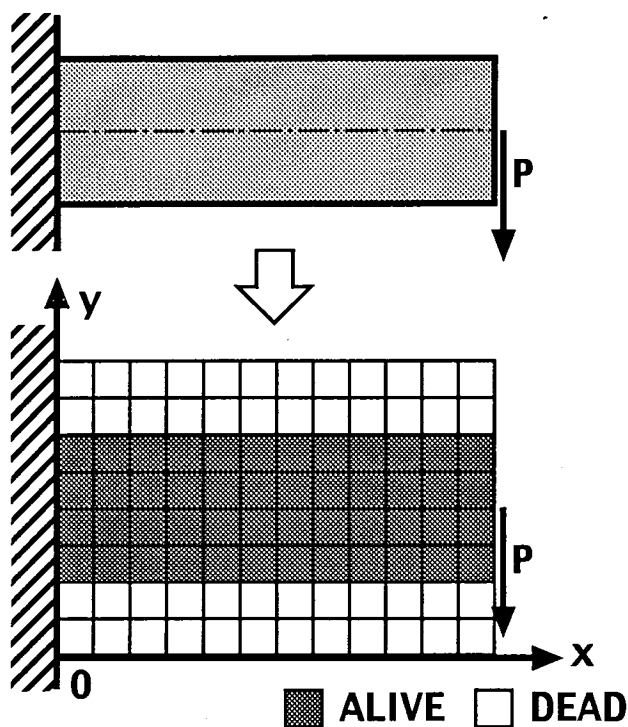


Fig.3 Cantilever divided into Cells

する。

セルの有無を規定するため、状態変数 life を導入し、構造の要素 (実要素) を生きているセルと考えて life = ALIVE (= 1)、周囲空間の要素 (空要素) を死んでいるセルとして life = DEAD (= 0) で表す。

Fig.3 に、片持ち梁状二次元構造物の場合の離散化例を示す。

4.4 設計方法

ここでは各セルについて相当応力 σ を近傍 (上下左右の4つ) のセルの相当応力と比較する。部材形状は有限要素法を用いて応力解析し、セルの生成・消滅を繰り返すことにより求める。具体的な設計のプロセスは次の通りである。

- 1) 初期状態として設計空間を定める。
- 2) 力学条件 (荷重と拘束条件) を与える。
- 3) 各セルに生じる相当応力 σ を計算する。
- 4) 計算された各セルの応力値を隣り合う (上下左右4つの) セルと比較し、増減値を決定する。
- 5) セルの生成・消滅の許可および再設計。
- 6) 3) から 5) までは繰り返し、終了条件が満足された時点で終了する。

ここで、3) のセルの応力計算には有限要素法を用いる。

また、4) の増減値は、各セルの応力値を隣り合うセルと比較し、それら全てより応力値の大きいものを増減値 (Value) = 1、応力値の小さいものを増減値 = -1、その他のものを増減値 = 0 として決定する。

5) では、セルの生成・消滅ルールにより、そのステッ

プの自動設計を進める。

ここで、セルの生成・消滅方法は以下の通りである。

i) セルの消滅

増減値 = -1 のセルでかつ、 $(\sigma/\sigma_b) \leq 1$ のとき、life = DEAD とする。ただし、そのセルがなくなると構造として成り立たないような場合には、life = ALIVE のままとする。

ii) セルの生成

$(\sigma/\sigma_b) \geq 1$ でかつ、近傍 (上下左右) に life = DEAD のセルがある場合は、life = ALIVE とする。生成するセルは、増減値 = 1 のセル 1 つにつき 1 つである。

iii) 節点の扱い

life = ALIVE のセルの節点を life = ALIVE、そうでない節点を life = DEAD とする。セルを生成・消滅させるごとに節点の life も調べる。その節点を持つ全てのセルの life = DEAD のときは節点の life も DEAD とし、1 つでも life = ALIVE のセルのあるものは節点の life を ALIVE とする。

iv) その他

上記のルールとは別に、構造に必要としないもの (例えば斜め方向に 1 点だけつながれたセル) は life = DEAD とする。

4.5 終了条件

終了条件は次のように定める。設計がいくつかの状態を周期的に繰り返すようになった時に設計プロセスを終了し、繰り返し現われた設計候補中でセル数が最少のものを採用する。ただし、セル数が同じ状態が 2 つ以上ある場合は、その中で構造の要素 (セル) の最大応力値が最小のものとする。

5 数値シミュレーション

シミュレーションを行うモデルとして、自由端と中立面の交点に集中荷重が作用する片持ち梁状二次元構造 (Fig.3 参照) を用いた。設計空間は 2.0[m] × 2.0[m] の正方形空間で、 $N \times N = N^2$ 個のセルに分割される。なお、密度 2.710 [g/mm³]、ポアソン比 0.33、ヤング率 71[GP]、集中荷重 $P = 10.0$ [kN] としてシミュレーションを行った。

以下に、応力値および重力が最終形態に与える影響についてのシミュレーション結果を示す。

5.1 応力制約値による最終形状の変化

まず、全セルの相当応力の平均値を $\sigma_{average}$ とすると、

$$\begin{aligned}\sigma_a &= \sigma_{average} \times a \\ \sigma_b &= \sigma_{average} \times b\end{aligned}\tag{10}$$

とし、 $N = 20$ でシミュレーションを行った。初期状態で設計空間の 100%、80% および 40% を部材要素で占められているものをそれぞれ Case(a)、Case(b) および Case(c)

とする。図中の Step は計算回数を表し、括弧の中は生きているセルの数を表す。

ここで、Case(a)、Case(b) および Case(c) について、セルが生成する閾値 a を変化させてシミュレーションを行った (Fig.4、Fig.5 および Fig.6)。シミュレーション初期では、固定端側が太く、自由端側が細くなり、平等強さの梁に近い形になる。さらに進むと、応力は梁の表面付近で大きな値を示し、中立軸の固定端付近で小さな値を示す。そのため、中立軸付近の要素は消滅していく。

最終形状は、中立軸を対称軸とした固定端の上下から荷重点に向かってのびる主構造を持っている。Case(a) や Case(b) のように初期状態でセル数が多い場合には、設計空間の真ん中付近で交差するトラス状の補助部材が見られる。

また、セルが生成するための制約条件が大きい場合、初期形状におけるセル数が少ない (Case(c)) と、十分に成長せず、セルが多い場合 (Case(a) および Case(b)) に比べて固定端付近にある最大応力値が大きくなってしまふ。最大応力値を小さく押さえるためには初期状態である程度のセル数が必要であることが分かる。

Fig.4、Fig.5 および Fig.6 から、初期形状および応力制約条件が異なると、最終形状に影響を与えることが分かる。応力制約値が等しい場合のセル数、最大相当応力および全体ひずみエネルギーのステップごとの変化を Fig.7 から Fig.9 に示す。最終形状はそれぞれ異なるが、セル数、最大相当応力および全体ひずみエネルギーはある一定の領域に収束する傾向があることが分かる。

5.2 重力の影響による最終形状の変化

Fig.10、Fig.11 および Fig.12 にシミュレーションで得られた最終形状を示す。セルの大きさを $0.1[m] \times 0.1[m]$ 、重力加速度を $9.8[m/sec^2]$ としてそれぞれのセルの自重を物体力とし、さらに集中荷重としてセル 400 個分の重量を自由端と中立軸との交点に負荷し、シミュレーションを行った。

これらの結果から、重力影響下における最終形状も、

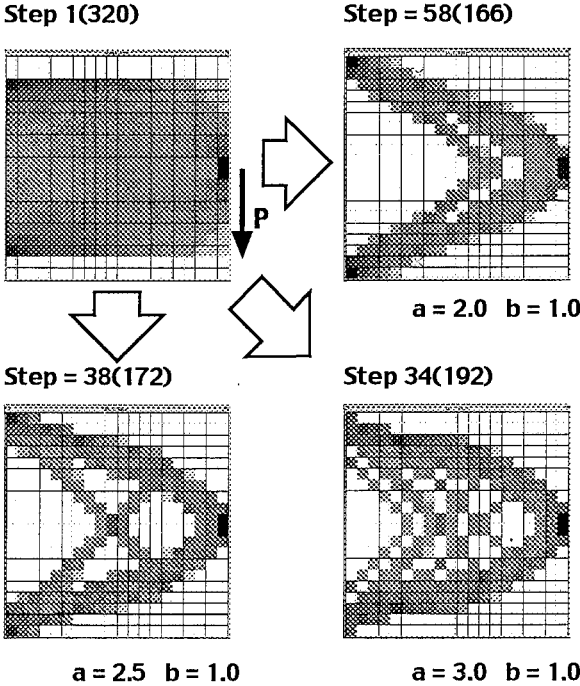


fig.5 Topology Transition (Case(b))

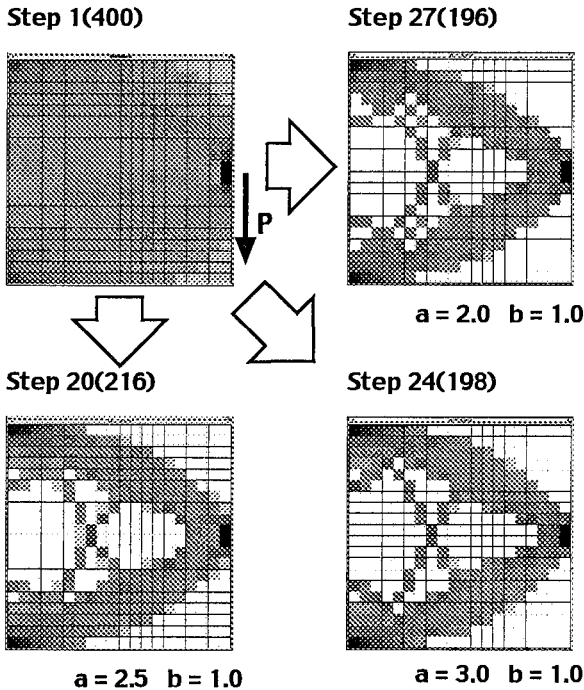


fig.4 Topology Transition (Case(a))

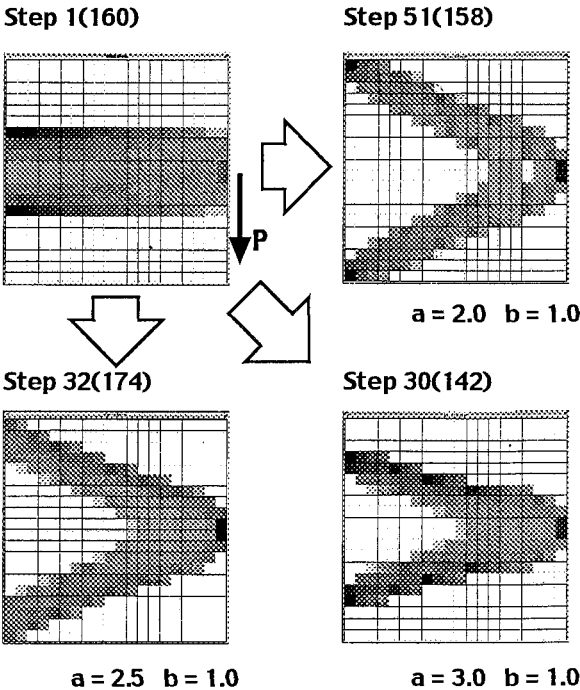


fig.6 Topology Transition (Case(c))

設計空間の中立軸を対称軸とする構造になることが分かる。得られた最終形状は重力が影響しない場合と同じように固定端の上下から荷重点に向かってのびる主構造を持っている。また、初期状態でセル数が多い場合に存在したトラス状の補助部材はさらに複雑な構造になったが、最終形状のセル数にはほとんど変化が見られなかった。しかし、Fig.12 のように初期形状でセル数が少ない場合は、重力が影響しない場合と最終形状はあまり変化が見られない。

より詳細な構造を得るためにセルの大きさを $0.05[m] \times 0.05[m]$ にして分割数を大きくし、初期状態が Case(b)、閾値 a が 2.5 である場合のシミュレーション結果を Fig.13

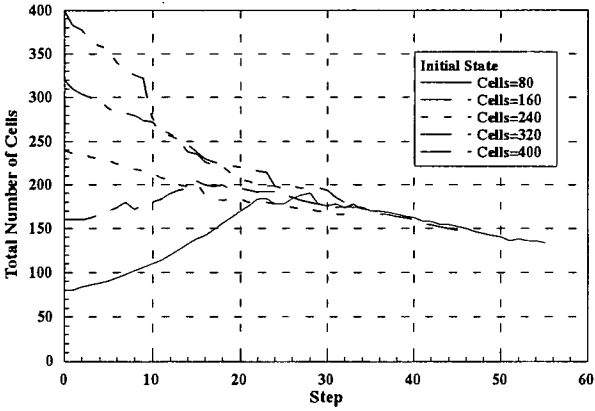


Fig.7 Variation of Total Number of Cells ($a = 2.5, b = 1.0$)

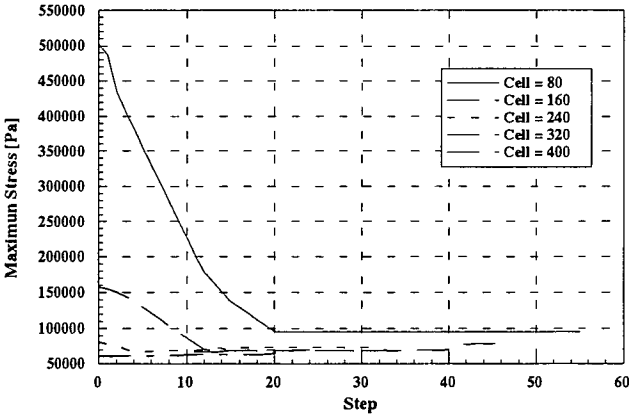


Fig.8 Variation of Maximum Stress ($a = 2.5, b = 1.0$)

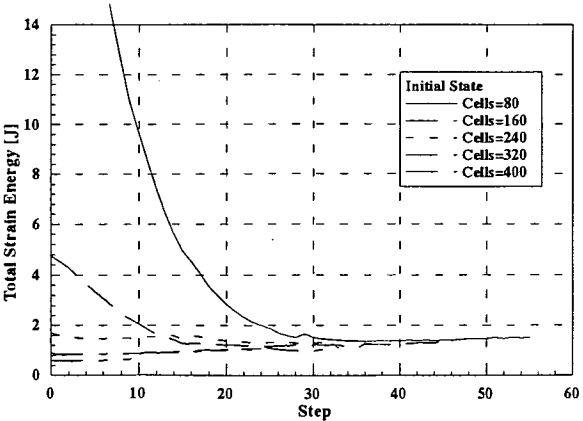


Fig.9 Variation of Total Strain Energy ($a = 2.5, b = 1.0$)

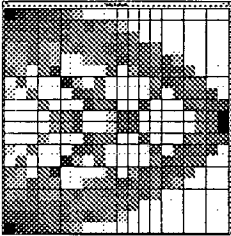
に示す。分割数を多くして得られた最終形状は、Fig.5 および Fig.11 の分割数が少ない場合の最終形状から推測できる形状ではあるが、トラス状の補助部材がさらに複雑になっている。どの程度まで分割数を大きくすると確定した最終形状になるかは今後の課題である。

6 おわりに

本研究では、セル・オートマトンを用いた構造部材の設計を提案し、シミュレーションを行った。以下に得られた結論をまとめる。

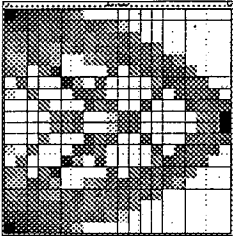
- (1) さまざまな初期形状から設計を行うことが可能であり、最終形状は設計空間の固定端側の上下から荷重点に向かってのびる構造を主構造として持っている。初期形状である程度のセル数があると、最終形状は主構造の内側に複雑なトラス構造に近い補助部材を持つ。

Step = 36(212)



$a = 2.0 \quad b = 1.0$

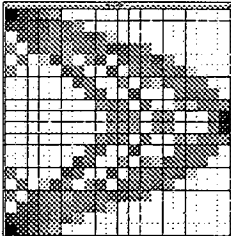
Step = 34(212)



$a = 2.5 \quad b = 1.0$

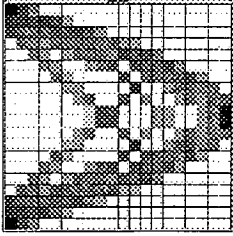
Fig.10 Topology Transition at Gravity Field(Case(a))

Step = 38(172)



$a = 2.0 \quad b = 1.0$

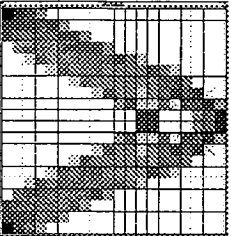
Step = 40(168)



$a = 2.5 \quad b = 1.0$

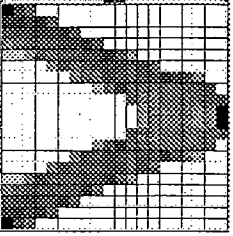
Fig.11 Topology Transition at Gravity Field(Case(b))

Step = 41(170)



$a = 2.0 \quad b = 1.0$

Step = 27(172)



$a = 2.5 \quad b = 1.0$

Fig.12 Topology Transition at Gravity Field(Case(c))

- (2) 初期形状と応力制約条件の与え方により最終形状が異なるが、応力制約条件が同じならば、最終形状のセル数、最大相当応力および全ひずみエネルギーはある範囲内に収束する。
- (3) 重力影響下における最終形状は、重力の影響を考慮しない場合に比べてより複雑な構造になる。
- (4) 荷重を支える構造の生成には、セルの生成条件が重要である。

参考文献

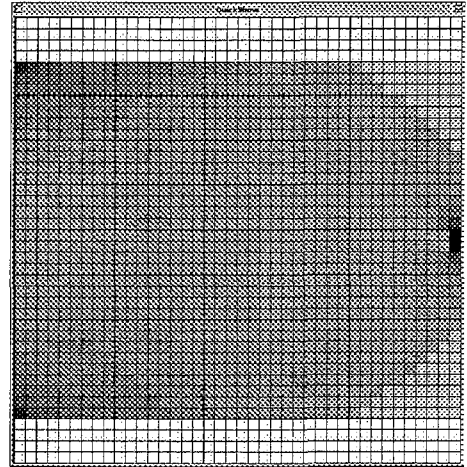
<人工生命関連>

- 1) Langton, Christopher G. : Artificial Life. In C.Langton et al. (ed), Artificial Life, Addison-Wesley, 1989.
- 2) 人工生命研究会編：人工生命 - 情報と CG の交差点、共立出版、1994.
- 3) (財) 日本情報処理開発協会監修：人工生命の方法、工業調査会、1995.
- 4) Ellen Thro 著、米津光浩、神成淳司訳：人工生命 - 進化する " ビットの生命たち " のふしぎ、カットシステム、1994.

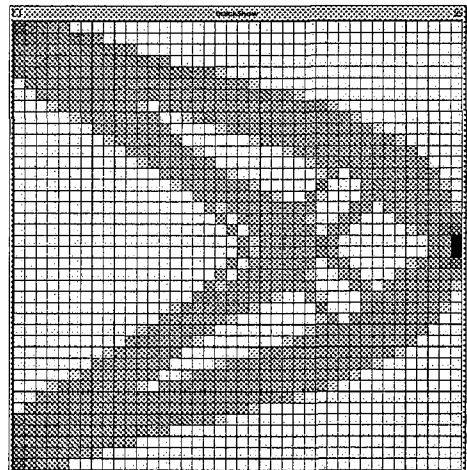
<セル・オートマトン関連>

- 5) Gould H.、Tobochnik J. : An Introduction to Computer Simulation Methods、Addison-Wesley、1996.
- 6) 石田良平：セル・オートマトン、新しい構造システム最適化手法～人工生命技術の応用、土木学会、pp28-32、1997.
- 7) 伊能教夫、下平真子、小林弘樹：力学構造物を自己組織化するセル・オートマトン (ローカル・ルールによって生じるシステム全体の挙動)、日本機械学会論文集 (A 編) Vol.61/No.586、pp272-278、1995.
- 8) 伊能教夫、上杉文武：力学構造物を自己組織化するセル・オートマトン (さまざまな位相構造の生成とその形態比較)、日本機械学会論文集 (A 編) Vol.61/No.585、pp241-246、1995.
- 9) 白神 愛：セル・オートマトンを用いた構造部材の形態変化、平成 9 年度 修士論文、1998.
- 10) 石田良平、白神 愛：セル・オートマトンを用いた二次元構造物の位相設計、日本機械学会論文集 (A 編) Vol.64/No.628、pp2895-2900、1998.

Step 0 (1280)

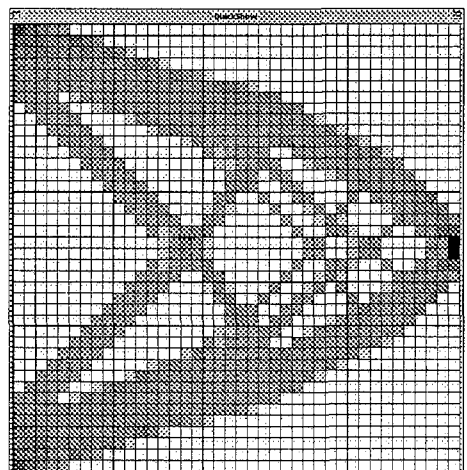


Step 88 (688) $g = 0.0(\text{m/sec}^2)$



$a = 2.5 \quad b = 1.0$

Step 140 (680) $g = 9.8(\text{m/sec}^2)$



$a = 2.5 \quad b = 1.0$

Fig.13 Topology Transition(Case(b))