

## (16) 交配個体選択GAにおける早期停滞現象に関する基礎的考察

### A FUNDAMENTAL STUDY ON EARLY CONVERGENCE IN OPTIMIZING PROCESS OF scsGA

千々岩浩巳\*・三原徹治\*\*  
Hiromi CHIJIIWA and Tetsuji MIHARA

\*博(工) 第一復建(株) 技術本部技術開発室(〒812-0016 福岡市博多区博多駅南3-5-28)

\*\*工博 九州共立大学助教授 工学部土木工学科

scsGA is a powerful method of searching the optimal or semi-optimal solution in the discrete problem and mixed problem. On the other hand it became clear that the early convergence phenomenon that a solution was not improved after having converged in a better solution.

This paper presents the result that the condition of objective function, crossover population and Shannon's information entropy function were examined in detail.

Supposing with one of cause of early convergence by decrease of diversity of design variable of one generation in scsGA, and a process of the convergence is expressed using Shannon's entropy function.

The minimum weight problem of ten-bar truss was adopted as numerical example.

**Key Words :** scsGA, early convergence, optimizing process

#### 1. はじめに

遺伝的アルゴリズム(以下、GAと略称する。)は組合せ最適化問題の有力な解法の1つであり、近年多くの分野に適用されている手法である。土木分野においても、構造最適化問題をはじめとして、ネットワーク問題、施工順序決定問題、順序決定問題など様々な問題に適用されてきている。しかし、GAの中でも特に単純GAと呼ばれるもっとも単純なGAのアルゴリズムを用いた手法は、適用範囲が広いものの、収束速度が遅くかつ収束した解が必ずしも良好でないなどの難点があることが既に明らかにされている。

著者らは、これらのGAの弱点を克服する一つの手法として、最適探索能力の向上を目指して交配個体選択GA(以下、scsGAと略称する。)<sup>1,2)</sup>を開発した。scsGAの特徴は、早期に良好な解を安定的に求めることができることにあるが、その反面、交配個体数 $N_s$ と呼ぶGA的パラメータが増加するという弱点をもつ。

これまでの計算例において、早期にある程度良好な解に収束した後、解がそれ以上改良されない、いわゆる早期停滞現象というものが認められることがあった。そのため、早期停滞現象の発生原因を「進化の継続によってある世代における設計変数の自由度(多様性)が減少すること」と仮定し、その解決策として、 $N_s$ の数を変化させた計算を複数実施し、その中で最も良好な解を最適解として評価することを行ってきた。これまでの数値計算例において、良好な解が比較的得られやすい範囲が $N_s$ の1~2割程度であることがわかっている。

しかし、このような解決策では、設計変数の総数が大きくなり、人口数 $N_p$ が大きくなるにつれて、計算に必要となる $N_s$ の総数も飛躍的に増加し、実用的な問題へ本手法を適用する上では課題が残される。

本論文では、scsGAの弱点を克服するため、GAの最適

探索過程における集団多様性に推移に着目し、その尺度として情報エントロピー値<sup>3)</sup>を用いてscsGAにおける解の収束過程について詳細な検討を行うこととするものである。

具体的には、数値実験の対象に、著者らが過去の研究で取扱ってきた10部材トラス構造の応力制約下の最小重量設計問題<sup>1)</sup>を採用し、 $N_s$ を数種類変化させた数値実験を試みて、情報エントロピー値の変化などについて考察を加えるものである。

#### 2. 数値実験モデル

GAにおいて計算世代ごとに設計変数の自由度を把握することは、解の収束過程を把握する上で重要である。それは単純に最良解の変化や平均値に着目するだけでは不十分であると考えられる。

とくに、scsGAは各世代における平均値の向上を目的としない手法であるため、単純GAとは異って平均値を使用した収束状況の把握は困難であり、それに代わる収束状況の判断指標として、最良解と交配個体群の更新状況に着目することが有用である。

しかし、これらの指標は、scsGAで取り扱う個体数の1~2割程度の状況を把握しているにすぎず、個体群全体の多様性というものを評価することは困難であると考えられる。

そこで、今回は多様性の尺度としてShannonのエントロピー関数<sup>3)</sup>を採用する。

##### 2.1 多様性の尺度としての情報エントロピー

情報通信理論では基本的概念とされているShannonのエントロピー関数を、本研究では情報エントロピーあるいは単にエントロピーと呼ぶ。人口数 $N_p$ を設定したGAによる最適化過程で、ある世代における設計変数 $X_i$ に関するエントロピー $H(X_i)$ は式(1)で算定される。

$$H(X_i) = \sum_{j=1}^{J_i} -p_{ij} \log p_{ij} \quad (1a)$$

$$p_{ij} = N_p / K_{ij} \quad (1b)$$

ここに、 $J_i$ ＝設計変数  $X_i$  の解候補(＝離散値データ)の総数、 $K_{ij}=X_i$  の  $j$  番目の離散値データの出現度数であり、 $p_{ij}=0$  のとき  $0 \cdot \log 0 = 0$  と解釈する。

式(1)に示すエントロピー  $H(X_i)$  は全  $J_i$  種類の離散値データが均等に出現するときに最大値を取り、ある1種類の離散値データしか出現しないときに最小値(＝0.0)をとる。つまり、設計変数  $X_i$  に関する多様性が乏しくなると  $H(X_i)$  は減少傾向を示し、多様性を数値的に把握するための尺度となり得る。

## 2.2 数値実験モデル

数値実験の対象として、図-1に示す10部材トラス ( $P=20.0\text{tf}$ ,  $L=100\text{cm}$ ,  $H'=4L$ ,  $H=2L$ ) の応力制約下の最小重量設計問題を選んだ。対象構造がトラス構造であるので、圧縮部材の設計上の限界値  $\sigma_L$  本来細長比の影響を受けるが、ここでは手法の特性分析を行うことを目的とするので、簡単のために一律  $\sigma_L = -1,412\text{kgf/cm}^2$  に固定し、引張部材については限界値  $\sigma_U = 1,700\text{kgf/cm}^2$  とした。

設計変数  $X_{1-6}$  は各部材の断面積であり、JIS G 3444 (表-1) から  $X_{1-3}$  は  $22.72 \sim 58.91\text{cm}^2$  の16種類、 $X_{4-6}$  は  $30.01 \sim 58.91\text{cm}^2$  の10種類のうちのいずれかの値をとるとすると、組み合わせ総数は  $4,096,000 (=16^3 \times 10^3)$  となり、これらの組み合わせのうちで制約条件をすべて満足し、かつ、最小の  $W$  値 ( $=a^T \cdot X$ ,  $a$  は設計変数ベクトル  $X$  に対応する部材長ベクトル,  $T$  は転置の記号を示す) を有する組み合わせが最適解である。なお、この数値実験の例では、得られた解の評価のために、別途、最適解  $W_{\text{OPT}} = 68,286\text{cm}^3$  を算出した。

10部材トラスの応力制約下の最小重量設計問題を定式化すると、つぎの式のように表される。

既知数:  $P, L$

設計変数:  $X_i \quad (i=1,2,\dots,6)$

目的関数:  $W = a^T \cdot X \rightarrow \min. \quad (2a)$

制約条件:  $\sigma_L - \sigma_i \leq 0 \quad (2b)$

$\sigma_i - \sigma_U \leq 0 \quad (2c)$

なお、以下の数値実験において、線列のコーディングにはグレイコード<sup>9)</sup>を用い、平滑化係数  $C_g = 1.5$  とした。

## 3. 数値計算例

scaGA の解探索過程においてエントロピー値の変化状況を観察するため、数値実験を試みた。

計算条件として、人口数  $N_p = 50$ 、計算世代数  $N_G = 60$ 、突然変異発生確率  $P_m = 0.1$  を固定し、交配個体数  $N_s$  を人口数  $N_p$  の1～2割である5～10に変化させた計6ケースについて検討を行った。

各ケースについて、交配個体群の更新状況、目的関数

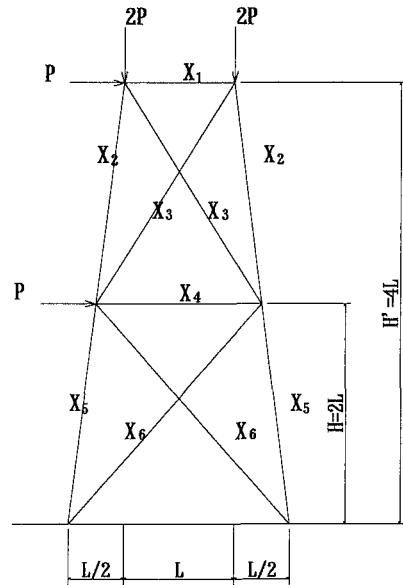


図-1 10部材トラス

表-1 離散値データ

| No. | A     | No. | A     | No. | A     |
|-----|-------|-----|-------|-----|-------|
| 1   | 22.72 | 7   | 30.01 | 13  | 49.27 |
| 2   | 25.16 | 8   | 34.79 | 14  | 52.35 |
| 3   | 25.22 | 9   | 34.82 | 15  | 57.27 |
| 4   | 26.32 | 10  | 39.61 | 16  | 58.91 |
| 5   | 29.17 | 11  | 40.40 | —   | —     |
| 6   | 29.94 | 12  | 46.03 | —   | —     |

注) Aは断面積(単位:  $\text{cm}^2$ )

値、設計変数毎のエントロピー値そして設計変数のエントロピー値の総和の変化を  $N_s = 5 \sim 10$  の6ケースについてそれぞれ図-2～図-7に示す。

ここで、図中の上段は交配個体群の更新状況を示し、交配個体群に更新があった場合を1、そうでない場合を0とし、中段は目的関数と設計変数のエントロピー値  $H(X_i)$  の合計を、下段は各設計変数のエントロピー値  $\Sigma H(X_i)$  を示す。

はじめに全ケースについて、計算世代の更新における目的関数、エントロピー値の変化および交配個体群の更新状況について検討する。

目的関数は、15世代前後まで急速に減少し、その後はほとんど更新されないことがわかる。なお、 $N_s = 10$  において最適解が得られている。また、交配個体群に着目すると、目的関数と同じように15世代前後まで更新されているが、それ以降は  $N_s$  によって異なるものの、継続的に更新されていることが確認できる。

エントロピー値の変化に着目すると、目的関数と同じように減少傾向を示しているが、概ね減少から平坦に変化する世代数が20世代前後と若干目的関数に比べて遅れる傾向があることが確認できる。また、一度平坦になった後の変化については、減少、平坦あるいは増加と特徴的な傾向を確認することはできないが、すべてのケースにおいて、短い世代間隔でみると、増加と減少を繰り返していることが確認できる。

目的関数と交配個体群の関係に着目すると、目的関数が改良される場合は交配個体群も更新されているが、交

配個体群の更新は必ずしも目的関数の改良につながっていないことがわかる。

目的関数とエントロピー値の関係に着目すると、15 世代前後までは、目的関数とエントロピー値の総和は、同じように減少傾向を示しているが、その後については目的関数の改良とエントロピー値の変化については特に相関性は認められない。

つづいて、各計算ケースの特徴について考える。

はじめに、比較的良好な解が得られた  $N_s=5$  と  $N_s=10$  のケースについて検討する。

エントロピー値の総和の変化に着目すると、 $N_s=5$  のケースにおいては 15 世代前後まで急速に減少し、その後に  $\Sigma H(X_i) \approx 5$  を平均値として上下する動きを見せている。これに対して  $N_s=10$  のケースでは、 $N_s=5$  のケースと同様に 15 世代前後までエントロピー値の総和は減少しているが、さらにその後も減少傾向を示している。

つぎに、各設計変数のエントロピー値の変化に着目すると、エントロピー値の総和と同様に 15 世代前後まで急速に減少し、その後設計変数ごとに概ね平均的な値を中心に上下する傾向を示している。ただし、 $N_s=5$  の  $X_1$  の場合は、エントロピー値が 0 付近となっていることから、概ね一つの離散値データに収束していることが推測できる。

つづいて、 $N_s=6 \sim 9$  のケースについて検討する。これらのケースでは、目的関数が良好でない解に収束したケースであるが、 $N_s=6 \sim 9$  を比較すると、 $N_s=6, 7$  と  $N_s=8, 9$  に分類分けすることができると考えられる。

目的関数値の減少に着目すると、前者では 15 世代前後以降ほとんど解が改良されていないのに対し、後者では継続的に減少する傾向を示しており、この場合  $N_s=60$  以降計算を継続した場合、さらに解が改良される可能性を有していることが推測できる。

エントロピー値の変化については、特に特徴付けられ

るものはないが、設計変数毎のエントロピー値に着目すると、各ケースについてエントロピー値やその変化に一定の傾向を見出すことができないことから、それぞれのケースでは異なる設計変数の組合せが生じていることを推測することができる。

また、著者らのこれまでの研究から、同じ問題を対象とした数値実験例における解の収束過程と比較すると、世代更新における個体分布が概ね同様の収束傾向を示すことも確認できる。

以上の数値実験結果から、各世代の集団多様性の尺度としてエントロピーを利用することの可能性について確認することができたと考えられる。

#### 4. おわりに

本研究は、scsGA における早期収束の原因の 1 つとして「進化の継続によるある世代の個体群の自由度（多様性）の減少」を仮定し、その収束過程の把握と同時に、Shannon の情報エントロピー関数による多様性の把握を試みたものであり、得られた成果を整理すると次のとおりである。

- ①目的関数は、15 世代前後まで解が改良されているが、それ以降はほとんど改良されていない。
- ②交配個体群も最良解と同じように 15 世代前後までは変化があるが、それ以降は変化しない場合が多い。
- ③目的関数とエントロピーは 15 世代前後まで同じような減少傾向を示す。
- ④目的関数が改良される時、交配個体群の変化は見受けられるが、交配個体群の変化は必ずしも目的関数の改良につながらない。
- ⑤各設計変数のエントロピー値は、ケースごとに傾向が異なるので、 $N_s$  を変化したことによる設計変数の組合せの差異を忠実に評価している可能性がある。
- ⑥エントロピー値の変化は過去の数値計算例における世代内分布と同じ傾向を示した。

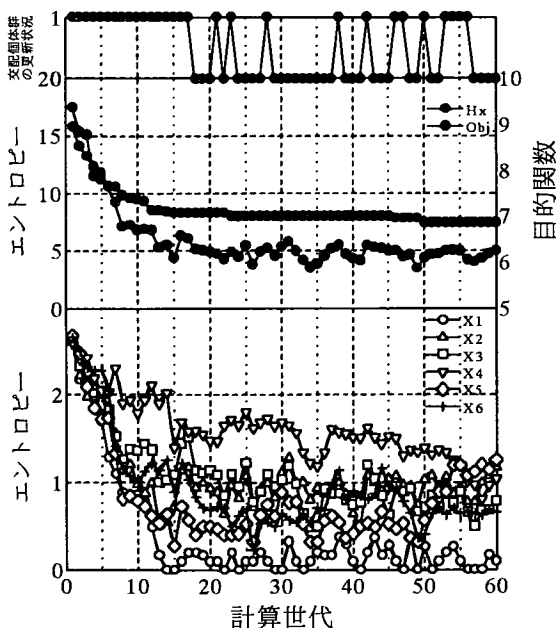


図-2 計算結果 ( $N_s=5$ )

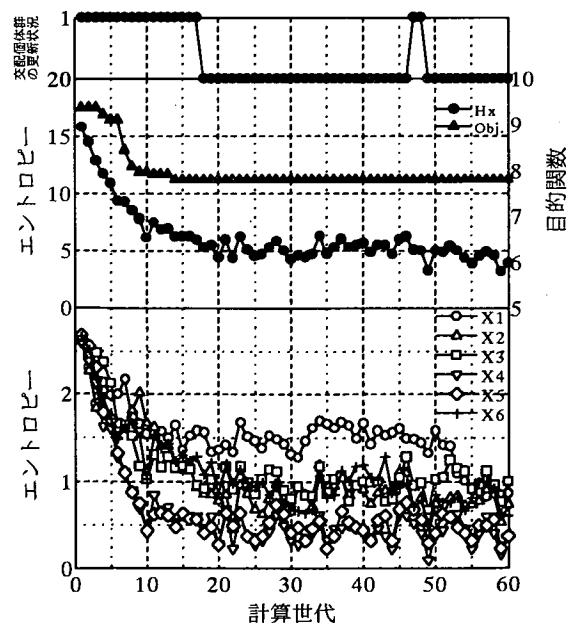


図-3 計算結果 ( $N_s=6$ )

なお、本研究において着目した目的関数、交配個体群、とくにエントロピー値は、各世代における個体群の多様性を評価できる尺度であること、および、エントロピー値と目的関数値が同じ傾向を示していることが確認できたので、今後はこれらを指標として scsGA の特徴を活か

した改良法について検討を行っていくとともに、初期条件の違いによって各設計変数のエントロピー値の変化の状態が大きく異なっていることから、この点についての検討も行っていく予定である。

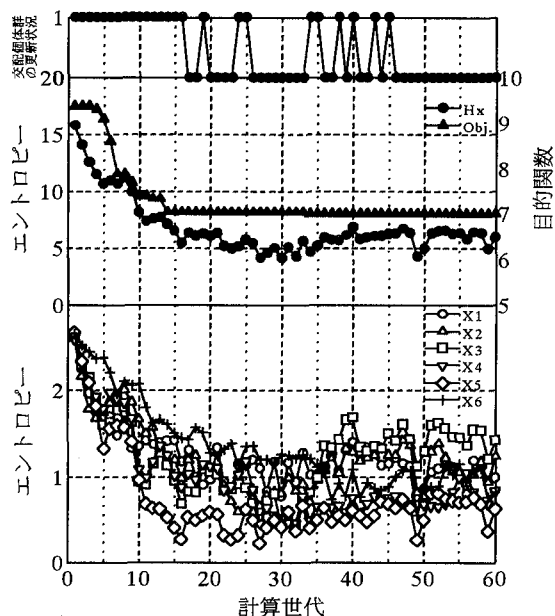


図-4 計算結果 ( $N_s=7$ )

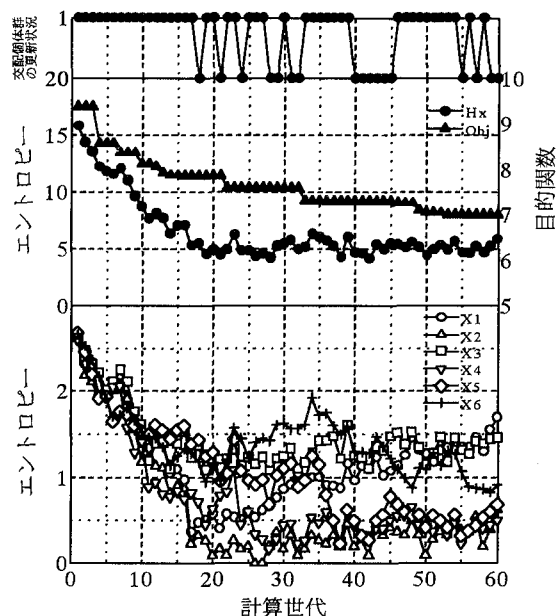


図-5 計算結果 ( $N_s=8$ )

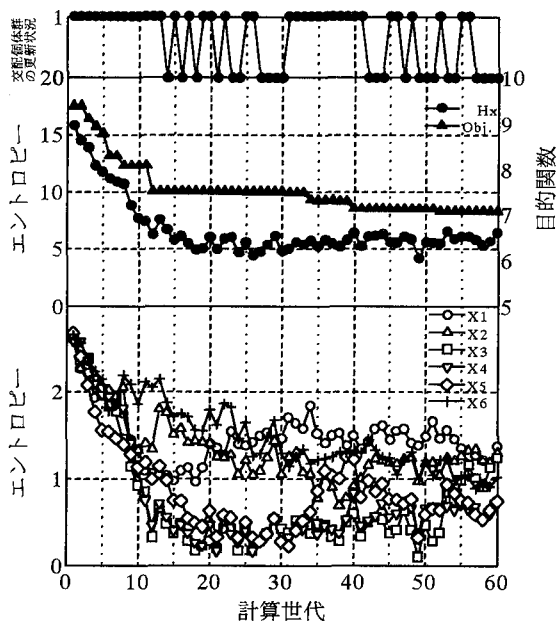


図-6 計算結果 ( $N_s=9$ )

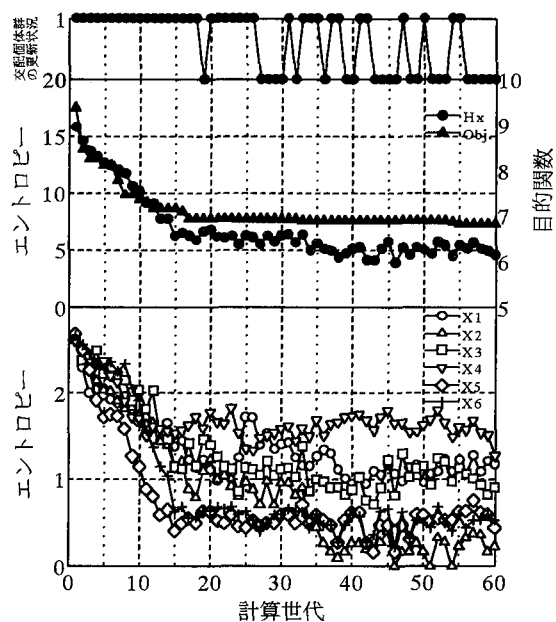


図-7 計算結果 ( $N_s=10$ )

#### 参考文献

- 1) 千々岩浩巳, 三原徹治, 太田俊昭: 離散的最適構造設計への交配個体選択GAの適用に関する一考察, 構造工学論文集, Vol.42A, pp.381-388, 1996.3.
- 2) 千々岩浩巳, 三原徹治, 太田俊昭: GAによる鋼管杭基礎構造の最適配置決定法に関する研究, 土木学会論

文集, No.549/I-37, pp.97-105, 1996.10.

- 3) 有本卓: 確率・情報・エントロピー, 森北出版, 1980.11.
- 4) 星野力: 遺伝的アルゴリズム[1]その信仰と現実, bit, Vol. 24, No. 9, pp.15-25, 1992.