

(11) ファジィ推論における応力集中部の特定と最適自動メッシュ生成法

Automatic Mesh Generation Method and Searching Concentration by Fuzzy Reasoning.

杉田尚男*・鳥居邦夫**

Hisao SUGITA and Kunio TORII

*正会員 修士(工学) 八戸工業高等専門学校 建設環境工学科 (〒039-1192 青森県八戸市田面木字上野平 16-1)

**正会員 工博 長岡技術科学大学 環境・建設系 (〒940-2137 新潟県長岡市上富岡町 1603-1)

In particular, for the application of automatic mesh generation to stress concentration area, simple computer algorithms for managing input and output data are necessitated. In many cases, the difficulty of the finite element analysis lies in the mesh generation which is free from errors in the mesh formation. The stress gradient of mesh refinement is based on the condition that the sum of element area by the stress at each element is constant. In order to satisfy these requirements, the Fuzzy reasoning is chosen here as an automatic mesh generation scheme which is applicable to the triangular element.

Key Words : Stress Gradient, Stress Concentration, Automatic Mesh Generation, Fuzzy Reasoning

1. 緒言

現在、構造・熱流体・電磁場などの連続体力学の数値解法として有限要素法(FEM)が広く利用されている。その大きな理由の一つとして、任意形状領域の解析が容易に行えることが挙げられるが、一方において、プレプロセッシング(前処理)として、解析領域を有限要素に分割する必要がある。しかし、近年のコンピュータの飛躍的な性能の向上によって、有限要素法における解析モデルは大型化・複雑化してきている。そのため、解析のポストプロセッサ部による計算時間よりも、解析の入力データの準備に多大な時間を費やすことになる。それに対処するために様々な自動メッシュ分割法^{1),2),3),4),5),6),7)}が提案されているが、要素数、要素形状、連続的な要素配置などにおいて、必ずしも最適化されたとは言い難い。特に応力集中部分に関する要素分割においては、未だ解析者の判断にゆだねる部分が多く、信頼性の低下を引き起こすことがある。本研究では、従来の応力集中部への要素分割に解析者の経験的な判断によって信頼性の優劣が生じることに着目し、その判断のプロセスをファジィ理論を用いて論理的に表現した。そしてファジィ理論による評価と従来の自動メッシュ生成法とを組み合わせることにより、応力集中部分に対して有効な要素分割法を提案する。その手法は、解析対象領域において初期要素生成を行い、FEM解析結果から応力勾配を算出し、その応力勾配を利用してファジィ推論による応力集中部の特定を行った後、要素の再分割を行うという4段階より成り、解析対象の応力集中部分の評価とともに初期の段階での最適な要素分割を可能とするものである。また、要素分割の際、領域分割理論の一つであるVoronoi理論^{8),9)}を応用している。Voronoi理論は、母点に関する領域を生成するので、これらを用いて解析要素を定義する。母点のみを扱うことでプログラム内のデータの簡略化を行っている。

2. Voronoi 理論

N 次元Euclid空間において、 n 個の点 $P_1(x_1), P_2(x_2), \dots, P_n(x_n)$ が存在するとき、点 $P_i(x_i)$ に対して最も近い点の集合 V_i は式(1)で与えることができる。

$$V_i = \bigcap_{j:j \neq i} \left\{ x \in R^N \mid \|x - x_i\| < \|x - x_j\| \right\} \quad (1)$$

($i = 0, \dots, n, j = 1, \dots, i-1, i+1, \dots, n$)

x : ある位置ベクトル

x_i : 母点 i の位置ベクトル

$\|\cdot\|$: Euclid 距離

V_i は点 $P_i(x_i)$ のVoronoi領域(Voronoi多角形)と呼ばれ、連続的に点の数だけその領域を確保する。一領域を分割した図をVoronoi図(Dirichlet tessellation, Thiessen tessellation)と呼ばれ、Voronoi領域を生成している点を母点、その領域多角形の各頂点をVoronoi点と呼ぶ。

2次元で分割された各Voronoi多角形の間には

1. Voronoi多角形は式(2)に示されるように、母点間で等領域分割されるので凸多角形となる

$$\bigcup_{i=1}^n V_i = R \text{ and } V_i \cap V_j = \phi \quad (i \neq j) \quad (2)$$

2. Voronoi点は、その周りの3個の母点を頂点とする三角形の外心である
という幾何学的特徴が見られる。

3. 初期要素生成

3.1 入力データ

入力するデータは、

1. 長方形領域2辺の長さ
2. 仮想母点数(詳細は3.2節(1)項で述べる)

3. 境界近似に関する情報
とし、最小限のデータのみで要素分割を行う。

3.2 母点配置

(1) 仮想母点による格子状配置

母点を正三角形格子状に配置すれば、その Voronoi 領域は正六角形となり、安定した形状を得ることができる。このことに着目し、母点を正三角形格子状に配置するための方法として、仮想母点による配置法を用いた。

仮想母点とは、長方形格子状に配置する仮の母点である。このとき、長方形格子の縦横比は $dx : dy = 1 : \sqrt{3}$ となる。

この長方形格子から正三角形格子へと変換を行う(図(1), 図(2))。その際、3.1 節で入力された仮想母点数を用いて、格子の幅・高さを計算する必要がある。

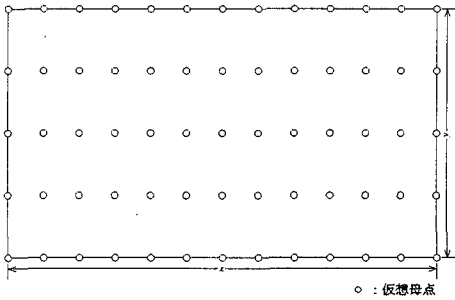


図-1 仮想母点配置

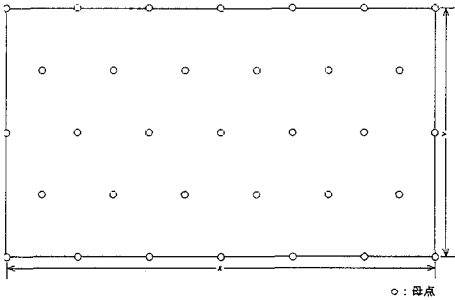


図-2 母点配置

- 3.1 節で入力された仮想母点数 vp_{input} と、正三角形の定義から、式(3)が導かれる。

$$\left(\frac{x}{dx} + 1\right) \left(\frac{y}{dy} + 1\right) = vp_{input} \quad (3)$$

x, y : 各方向の領域の長さ

dx, dy : 各方向の分割幅

$dy = dx \cdot \tan \pi/3$ であるので、これを展開して、式(4)を得る。

$$\{(1 - vp_{input}) \tan \pi/3\} dx^2 + (x \tan \pi/3 + y) dx + xy = 0 \quad (4)$$

- 式(4)を用いて、 x 方向、 y 方向の分割幅 (dx, dy) を求める。
- 分割幅から、各方向の分割数を計算し、これを整数化する。
- 求めた分割数と分割幅を乗じたものと、各辺との誤差が 1% 以内に収束しているかどうか判定する。
- 収束していなければ仮想母点数を増やし、分割幅を計算し直す。収束していた場合には、分割幅と分割数を用いて、母点を三角形格子状に配置する。

この方法を用いることにより、要素は正三角形となり安定した形状を得ることができる。また、正三角形格子で母点を配置するためには、ある程度の母点数を必要とするため、要素数が少なくなりすぎるのを防ぐことができる。

3.3 節点生成

母点の配置を決定した後、Voronoi 節点の生成を行う。Voronoi 節点は最大空円理論に基づき、着目母点により作られる外接円の中心に配置する。最大空円理論の特徴から、着目母点で作られる外接円の半径が、最小のものの組み合わせを検索し、外接円の中心に Voronoi 節点を配置する。

3.4 要素生成

FEM 解析を行うために、Voronoi 多角形を三角形要素へと変換する必要がある。全ての Voronoi 節点の生成が終了した後、母点と Voronoi 節点とを、有限要素節点へと置き換え、その後、母点とその Voronoi 領域を構成している節点とを結ぶことで三角形要素を生成する。(図(3-a), 図(3-b))

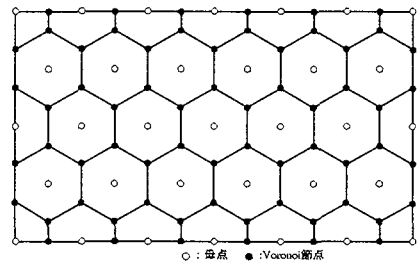


図-3-a Voronoi 図

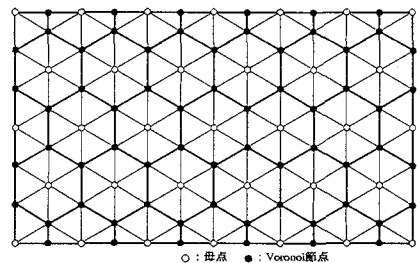


図-3-b 三角形要素

図-3 Voronoi 図から三角形要素への変換

4. ファジィ推論による応力集中部の特定

4.1 はじめに

本研究では、応力勾配が大きいところほど、離散化による誤差が大きい、という考え方を基本としている。

しかし、応力勾配を要素ごとに算定したのでは、非効率的であるため、応力勾配についても、Voronoi 理論を応用して算出している。

本手法では、実際の解析者が応力集中部を特定する場合に、

1. 解析領域全体の応力分布
2. 局所的な応力分布

の 2 点に着目するものと考えた。

そこで、Voronoi 領域間の応力勾配 (以下領域間応力勾配) と Voronoi 領域内における応力勾配 (以下領域内応力勾配) の 2 つを定義した。

1. の解析領域全体の応力分布については領域間応力勾配によって、2. の局所的な応力分布については領域内応力勾配によって与えられると仮定し、そして、これをファジィ推論の際の入力値とした。

4.2 領域間応力勾配

Voronoi 理論の応用として、まず Voronoi 領域間の応力勾配の算出を行った。

解析結果は、それぞれの要素の応力として出力されるため、Voronoi 領域ごとの応力の推定を行う必要がある。

Voronoi 領域の応力は、図 (4) のようにその Voronoi 領域を構成している要素の平均値とした。

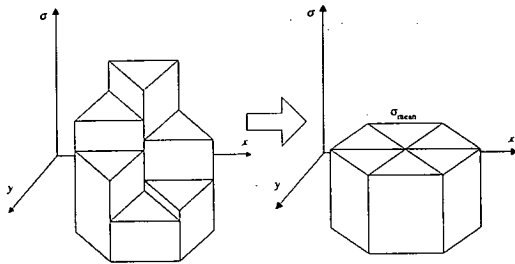


図-4 Voronoi 領域応力

そして領域間応力勾配 SG_{ij} は、 i を着目する Voronoi 領域、 j を i に隣接している Voronoi 領域とし、次の式 (5) により算出した。

$$SG_{ij} = \frac{\sigma_i - \sigma_j}{d_{ij}} \quad (5)$$

σ_i, σ_j : i, j の Voronoi 領域の応力

d_{ij} : i, j の母点間距離

これを、図 (5) のように着目領域に隣接する領域全てについて算出する。そしてその平均値 $\overline{SG_{ij}}$ を、応力勾配の代表値とする。以降この代表値を領域間応力勾配と呼ぶ。

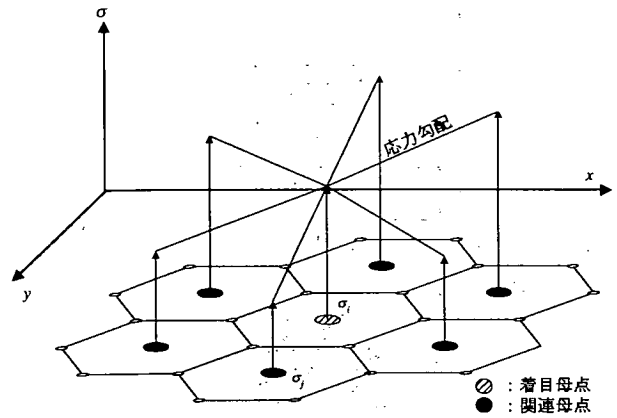


図-5 Voronoi 領域間応力勾配

4.3 領域内応力勾配

領域間応力勾配だけでは、平均値を代表値としているために、正の勾配と負の勾配の絶対値がほぼ等しいような場合には相殺されてしまい、過小に評価される場合がある (図 (6) 参照)。また、Voronoi 領域の応力

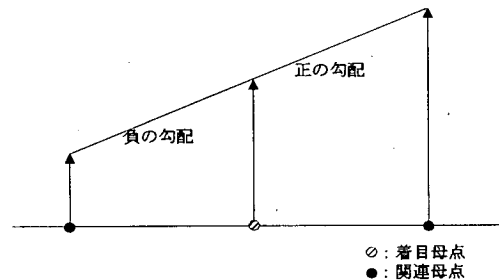


図-6 応力勾配

として平均値を用いているので、Voronoi 領域内の局所的な応力の変化が評価できない。

そこで、Voronoi 領域内における応力の不連続量を表すために、領域内で最大応力をとる要素と最小応力をとる要素間で応力勾配 sg_i を式 (6) により算定した (図 (7))。

$$sg_i = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{d} \quad (6)$$

$\sigma_{\max}, \sigma_{\min}$: 最大応力、最小応力の要素

d : 要素の重心点間距離

以後、この応力勾配を領域内応力勾配と呼ぶ。

4.4 ファジィ推論

上記の 2 つの応力勾配を用いてファジィ推論を行い、応力集中部の特定を行う。推論方法として MAX-MIN 合成重心法^{10),11),12)}を用いた。

(1) MAX-MIN 合成重心法

例として、 x, y の入力値を与え、推論結果として z を返すものを考える。この場合、ファジィアルゴリズムは、

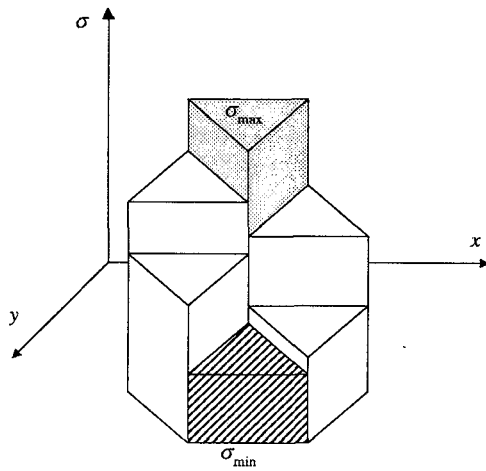


図-7 Voronoi 領域内応力勾配

IF x is A_1 and y is B_1 THEN z is C_1
 IF x is A_2 and y is B_2 THEN z is C_2
 IF x is $\vdots$ and y is $\vdots$ THEN z is $\vdots$
 IF x is A_i and y is B_i THEN z is C_i
 IF x is $\vdots$ and y is $\vdots$ THEN z is $\vdots$
 IF x is A_n and y is B_n THEN z is C_n

のように IF-THEN 形式のファジィルールで与えられる。
 これらを一般化して、

$$R^i : \text{IF } x \text{ is } A_i \text{ and } y \text{ is } B_i \text{ THEN } z \text{ is } C_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

と表わす。IF... の部分は前件部、THEN... の部分は後件部と呼ばれる。 A_i, B_i, C_i は、 x, y, z がとるファジィ値で、ファジィ集合によって表される。

このとき、 x, y, z の空間を U, V, W とすると、 i 番目のファジィルール R^i はそれぞれ、 $U \times V \times W$ におけるファジィ関係 R_i によって表わすことができる。

ファジィ関係 R_i の表現として直積を利用すれば、

$$R_M^i(A_i, B_i; C_i) = (A_i \times B_i) \times C_i \quad (8)$$

となる。

ここで、 $R_M^1, R_M^2, \dots, R_M^n$ は or 結合されているので、 n 個のファジィルール全体として、

$$R_M = R_M^1 \cup R_M^2 \cup \dots \cup R_M^n = \bigcup_{i=1}^n R_M^i \quad (9)$$

となる。

いま、入力を A^0, B^0 とすると、出力 C^0 は

$$C^0 = R_M \cdot (A^0 \times B^0) \quad (10)$$

となり、そのメンバーシップ関数は次式で与えられる。

$$\mu_{C^0} = \max_{x,y} [\mu_{R_M}(x, y, z) \wedge \mu_{A^0}(x) \wedge \mu_{B^0}(y)] \quad (11)$$

前件部変数 x, y が確定した数値として入力される場合、その数値を x_0, y_0 とすると、

$$\mu_{A^0}(x) = \begin{cases} 1 & x = x^0 \\ 0 & x \neq x^0 \end{cases} \quad (12)$$

$$\mu_{B^0}(y) = \begin{cases} 1 & y = y^0 \\ 0 & y \neq y^0 \end{cases} \quad (13)$$

と考えれば、 x^0, y^0 はファジィ集合の特別な場合とみなされるので、式 (11) は

$$\mu_{C^0} = \mu_{R_M}(x, y, z) \quad (14)$$

のように簡単に表現できる。

式 (8)、式 (9) を用いて、式 (14) の右边を表せば、次のようになる。

$$\mu_{R_M}(x^0, y^0, z) = \mu_{R_M^1}(x^0, y^0, z) \vee \mu_{R_M^2}(x^0, y^0, z) \vee \dots \vee \mu_{R_M^n}(x^0, y^0, z) \quad (15)$$

$$\mu_{R_M^i}(x^0, y^0, z) = \mu_{A_i}(x^0) \wedge \mu_{B_i}(y^0) \wedge \mu_{C_i}(z) \quad (16)$$

今、

$$a_i = \mu_{A_i}(x^0) \wedge \mu_{B_i}(y^0) \quad (17)$$

と定義すると、式 (14) は、次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \mu_{C^0} &= [a_1 \wedge \mu_{C_1}(z)] \vee [a_2 \wedge \mu_{C_2}(z)] \vee \dots \vee [a_n \wedge \mu_{C_n}(z)] \\ &= \max_{1 \leq i \leq n} [a_i \wedge \mu_{C_i}(z)] \end{aligned} \quad (18)$$

ここで、 a_i は入力 x^0, y^0 が i 番目のファジィ規則の前件部にどれだけ適合しているかを表す適合度と解釈することができる。

式 (18) の i 番目の項 $a_i \wedge \mu_{C_i}(z)$ は、 i 番目の規則による推論結果である。式 (16)、式 (17) より

$$\mu_{R_M^i}(x^0, y^0, z) = a_i \wedge \mu_{C_i}(z) \quad (19)$$

となり、規則が 1 つだけの場合の合成則による推論結果である。

ここで、次のメンバーシップ関数を持つファジィ集合 C_i^* を定義する。

$$\mu_{C_i^*} = a_i \wedge \mu_{C_i}(z) \quad (20)$$

これは、図 (8) のように $\mu_{C_i}(z)$ の a_i 以下の部分をメンバーシップ関数とするということである。

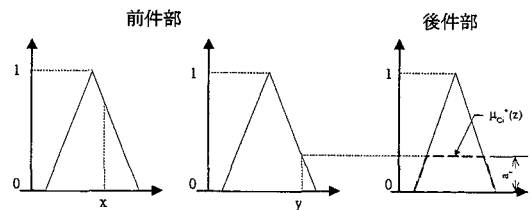


図-8 規則が 1 つの場合の推論結果

このとき、式 (18) より推論結果 C^0 は

$$C^0 = C_1^* \cup C_2^* \cup \dots \cup C_n^* = \bigcup_{i=1}^n C_i^* \quad (21)$$

となる。

しかし、そのままでは後件部のファジィ集合の和集合のままであるので、その集合の面積の重心を求め、その重心を推論結果とする。非ファジィ化の方法としては、合成重心法の他にも、高さ法、中央値法など様々な

方法があるが、この方法が簡便で良好な結果を示すことが知られているので、この方法を用いることにした。この過程を示したのが、図 (9) である。

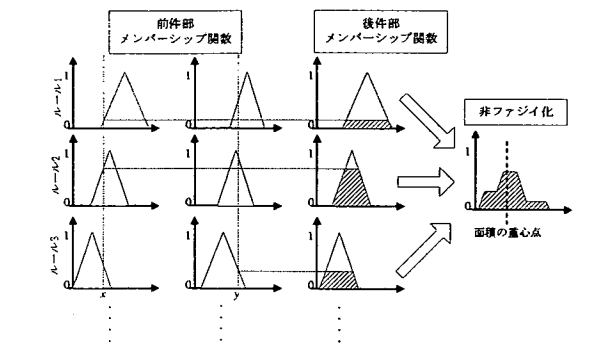


図-9 MAX-MIN 合成重心法

本研究においては、前件部メンバーシップ関数として、領域間応力勾配、領域内応力勾配の2つを定義し、後件部メンバーシップ関数から出力される推論結果を応力集中の度合いとした。この推論結果の大きい点が応力集中の著しい点であるとしている。

(2) 領域間応力勾配メンバーシップ関数

領域間応力勾配から、絶対値の最大値を用いて規格化し、区間 $-1 \sim 1$ が得られる。その区間に対し、次のようなファジィ変数のラベルを定義している。

- NL : Negative Large
- NS : Negative Small
- ZR : Zero
- PS : Positive Small
- PL : Positive Large

これらのラベルに対するメンバーシップ関数を図 (10) に示す。

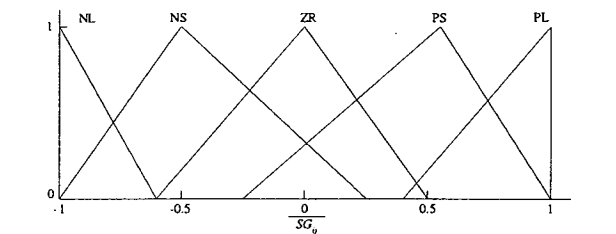


図-10 SG_{ij} メンバーシップ関数

(3) 領域内応力勾配メンバーシップ関数

領域内応力勾配も同様に、最大値を用いて規格化して得られる、 $0 \sim 1$ の区間に対して、ファジィ変数のラベルを

- SM : Small
- MS : Medium Small
- MD : Medium
- ML : Medium Large
- BG : Big

と定義した。図 (11) に対応するメンバーシップ関数を示す。

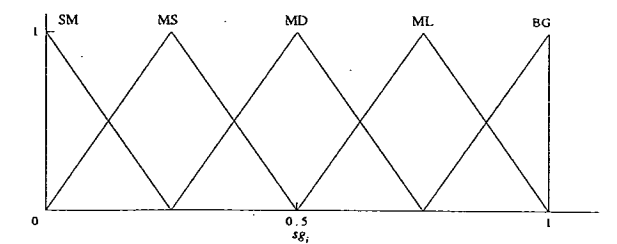


図-11 sg_i メンバーシップ関数

(4) 結果出力メンバーシップ関数

後件部メンバーシップ関数は、応力集中の度合いを示すものとし、区間を $0 \sim 100$ で与えている。出力値が大きい点が、応力集中の顕著な箇所であるとした。ファジィ変数のラベルは、

- SM : Small
- MS : Medium Small
- MD : Medium
- ML : Medium Large
- BG : Big

と定義し、前件部との対応は表 (1) に示すルールに従う。

表-1 If-Then Rule

		sg_i				
		SM	MS	MD	ML	BG
SG_{ij}	NL	SM	SM	MS	MS	MS
	NS	MS	MS	MD	MD	MD
	ZR	MD	MD	MD	ML	ML
	PS	MD	MD	ML	ML	BG
	PL	ML	ML	BG	BG	BG

ラベルに対応するメンバーシップ関数を図 (12) に示す。

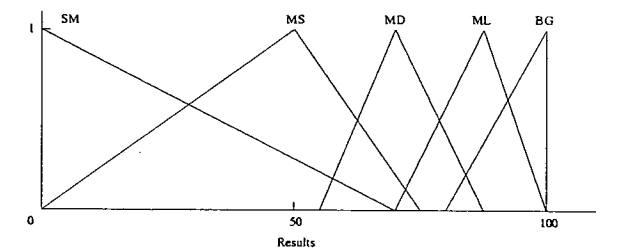


図-12 結果出力用メンバーシップ関数

5. 要素再分割

5.1 はじめに

以上のようにして応力集中部と特定した点を中心に、要素を細分化することで、離散化の誤差を小さくする。

ここで、解析の熟練者が有する要素分割のイメージについて考えてみると、応力集中部の応力状態とその形状的な特徴に対して、過去の解析経験や理論的知識から、ある分割イメージを持っていると考えることができる(図(13))。しかし、その有効範囲、節点分布状態などには「あいまいさ」が含まれる。

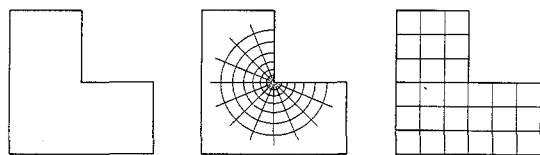


図-13-a 解析対象 図-13-b 応力集中部 図-13-c 平均応力部分

図-13 熟練者の分割イメージ

そこで、この「あいまいさ」に着目し、過去の解析経験や理論的知識から、局所的に最適な要素分割パターンをあらかじめデータベースとして用意しておき、それらをファジィ理論を用いて組み合わせる手法を提案する。

前述の通り、要素の細分化が必要であるが、これをVoronoi分割で考えれば、母点を密に配置することで細分化が可能となる。そこで、熟練者の分割イメージをメンバーシップ関数で表し、これに基づいた母点配置と、メンバーシップ関数によらない格子状の母点配置との2つのパターンを重ね合わせることで、母点配置を密にしている。

以下、メンバーシップ関数に基づく母点配置パターンをファジィパターン、格子状の母点配置パターンを格子パターンと呼ぶ。

5.2 ファジィパターン母点配置

熟練の解析者による要素分割では、応力集中部を中心に節点が密に配置されるが、これらの節点位置は「応力集中部近傍」の点として考えることができる。しかし、この近傍か、近傍でないか、という分類は本来あいまいなものである。この「あいまい」な度合いを表すために、ファジィ理論のメンバーシップ関数を用いると、図(14)のように表現できる。

そこで、Voronoi母点の密度(隣接する母点間の距離の逆数)をこの「応力集中部近傍」の度合いを表すメンバーシップ関数に対応させ定義する。メンバーシップ関数は、規格化しておき、それを特徴的な形状ごとに準備し、あらかじめデータベースとしてシステム内に用意しておく。そして、応力集中部と特定された点が、解析対象内においてどのような形状の特徴を持っているかを判定し、その特徴を元にデータベースを参照して、メンバーシップ関数を呼び出す。メンバーシップ関数は規格化されているので、後述する格子パターン母点配置の間隔、メンバーシップ値などから係数を算出し、母点間隔を決定する。母点は解析領域を全て覆うように配置する。

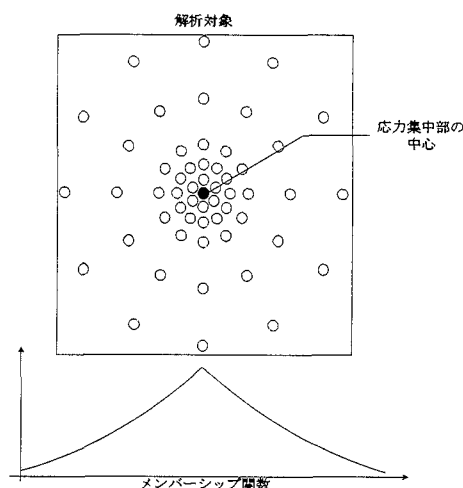


図-14 熟練者による節点パターンとメンバーシップ関数

5.3 格子パターン母点配置

解析者は、図(13-b)のような応力集中部の局所的な要素分割イメージの他に、図(13-c)のように応力集中の影響が小さい箇所の要素分割イメージを持っていると考えることができる。

また、解析対象の全ての領域を、応力集中に対応させたファジィパターンの母点配置だけで分割することは、応力集中の影響が非常に小さい部分も応力集中の影響下にあると考えることになり、プログラムのにも不利である。

そこで、応力集中の影響が小さい箇所のために、領域内全てを覆うように母点を格子状に配置させ、それをファジィパターンの母点配置と重ね合わせることで、これに対応している。これは、母点のメンバーシップ値が位置によらない一定値としたものである(図(15))。

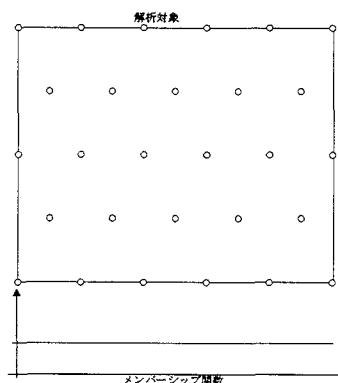


図-15 格子パターン母点配置

5.4 母点の重ね合わせ

上記の2つの母点配置が終了した後、2つのパターンを重ね合わせ、母点の取捨選択を行う。

母点の取捨選択は、それぞれの母点位置でメンバーシップ値の高い方の母点を残すことで行う。これは、ファジィ理論におけるファジィ集合の和集合として考える

ことができる。

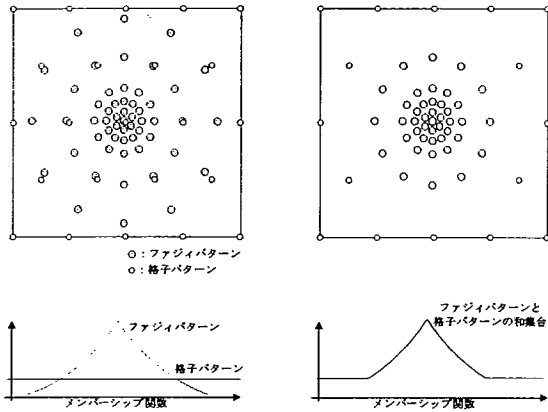


図-16-a 取捨選択前

図-16-b 取捨選択後

図-16 母点の取捨選択

6. 適用例

応力集中が顕著に発生する有孔平板モデルを用い、本手法の効果を検証する。特にこのモデルは応力集中が顕著に現れるだけでなく、 r/b により応力集中係数も大きく変化する。

6.1 解析モデルの詳細

有限要素解析プログラムとして、COSMOS/Mを用いた。解析に必要な定数として、以下の値を与えている。

ヤング係数 $E = 2.06 \times 10^5 \text{ kN/mm}^2$
 ポアソン比 $\nu = 0.3$
 板厚 10mm

また、本手法では、式(22)、式(23)で与えられる応力集中係数 K_t を指標としている。

$$\sigma_{\text{mean}} = \frac{P}{A_{\text{net}}} \quad (22)$$

$$K_t = \frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_{\text{mean}}} \quad (23)$$

ここに、

σ_{mean} : 平均応力度

P : 荷重

A_{net} : 応力に垂直な最小断面

σ_{max} : 最大応力度

モデル(図(17)参照)の諸元は、

高さ $h = 100\text{mm}$
 幅 $b = 50\text{mm}$
 円孔半径 $r = 25\text{mm}$
 引張力 $q = 4\text{kN}$

とした。モデルの対象性から1/4引張解析の結果を示す。

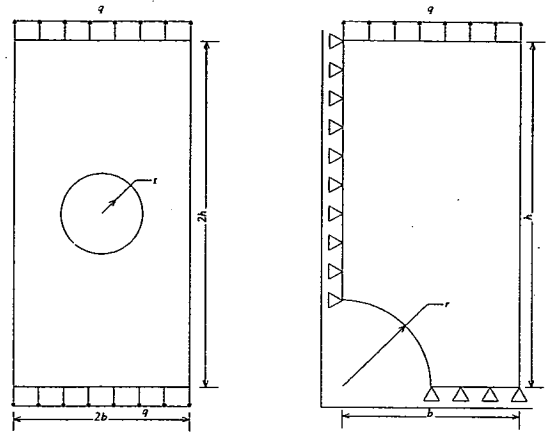


図-17-a 全体解析モデル

図-17-b 1/4 解析モデル

図-17 解析モデル概要

6.2 初期要素配置

初期配置における Voronoi 図を図(18-a)、要素配置図を図(18-b)に示す。

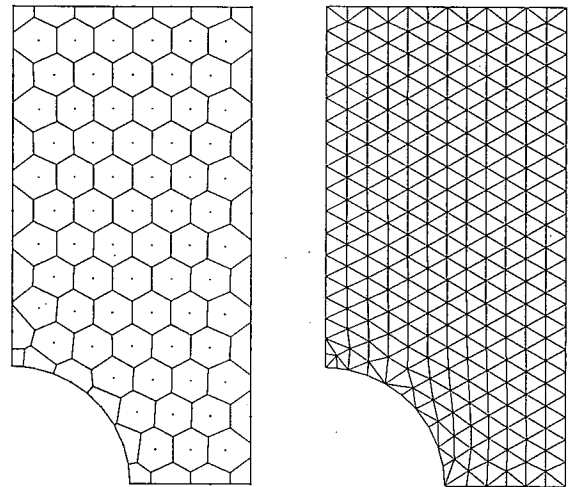


図-18-a Voronoi 図

図-18-b 要素配置図

図-18 初期配置

6.3 ファジィ推論結果

FEM 解析後の応力値によるコンター図を図(19-a)、ファジィ推論結果のコンター図を図(19-b)に示す。応力集中部と平均応力部分を応力分布に近い形で推論できていることがわかる。

6.4 最適要素配置

再分割後の Voronoi 図を図(20-a)、要素配置図を図(20-b)に示す。節点数と要素数は、節点数 307、要素数 541 である。要素配置が、応力集中部を中心に連続的であることは、図(20-b)から明らかである。

6.5 応力集中係数の検討

r/b を変化させ、得られた応力集中係数を、Howland, 鶴戸井, 西田らの理論値・実験値¹³⁾と比較をしたもの

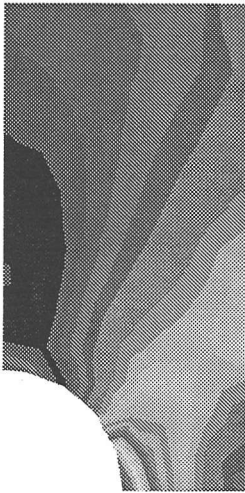


図-19-a 応力値

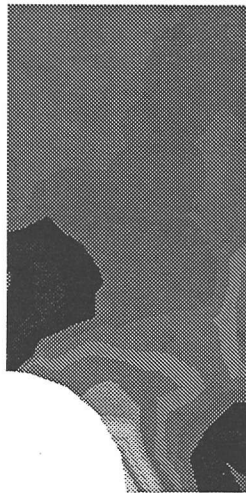


図-19-b ファジィ推論結果

図-19 コンター図

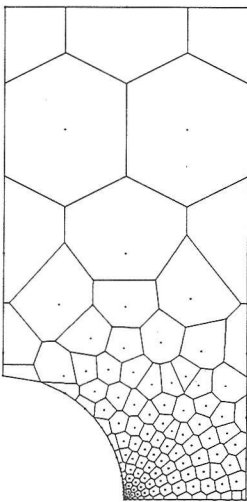


図-20-a Voronoi 図

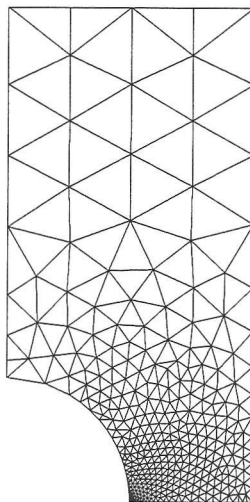


図-20-b 要素配置図

図-20 最適配置

が図(21)である。

ほぼ、厳密解に近い値が得られている。

7. 結言

従来の自動最適メッシュ生成法と本手法との大きな違いとして、従来法では誤差評価理論に基づいた厳密な数学的手法によりメッシュの細分化を行っているのに対し、本手法では、ファジィ理論を用いることによって、解析者が応力分布状態から経験的判断をもとにしてメッシュの細分化を行うようにして、これを行ったことが挙げられる。

本手法を用いることにより、

1. 一回のメッシュ分割でほぼ最適解に近いメッシュ分割が得られた
2. Voronoi 理論を応用することにより扱うデータを大幅に減らすことが可能となり、節点分布の粗密化が容易となった。

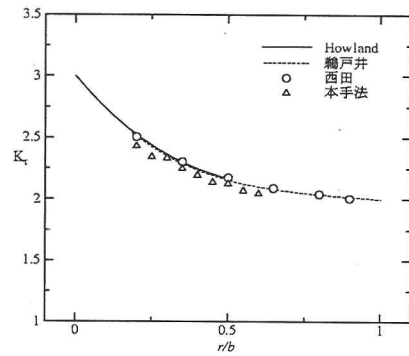


図-21 応力集中係数

3. ファジィ理論を用いることで、解析者が経験的な判断をもとにしてメッシュ分割を行う過程を論理的に表すことができた
などが確認できた。

参考文献

- 1) E.A.Sadek. A scheme for the automatic generation of triangular finite elements. *Int. J. for numer methods*, Vol. 15, p. 1813, 1980.
- 2) J.C.Cavendish. Automatic of arbitrary planar domains for the finite element method. *Int J. for numer methods*, Vol. 8, p. 679, 1974.
- 3) N.Van.Phai. Automatic mesh generation with tetrahedron elements. *Int J for numer methods*, Vol. 18, p. 273, 1982.
- 4) B.Joe and R.B.Simpson. Triangular meshes for regions of complicated shape. *Int J for numer methods*, Vol. 23, p. 751, 1986.
- 5) 尾田十八, 山崎光悦. 有限要素自動分割法の現状とその利用法 (1). *機械の研究*, Vol. 37, No. 6, p. 704, 1985.
- 6) 尾田十八, 山崎光悦. 有限要素自動分割法の現状とその利用法 (2). *機械の研究*, Vol. 37, No. 7, p. 835, 1985.
- 7) 尾田十八, 山崎光悦. 有限要素自動分割法の現状とその利用法 (3). *機械の研究*, Vol. 37, No. 8, p. 935, 1985.
- 8) 杉原厚吉. ボロノイ図を通してみると. *数学セミナー*, No. 6, pp. 72-75, 1996.
- 9) Kazuo Murata Takao Ohya, Masao Iri. Improvements of the incremental method for the Voronoi diagram with computational comparison of various algorithms. *Journal of the Operations Research*, Vol. 27, No. 4, 1984.
- 10) 坂和正敏. ファジィ理論の基礎と応用. 森北出版社, 1989.
- 11) 菅野道夫. ファジィ制御. 日刊工業新聞社, 1988.
- 12) 古田, 小尻, 宮本, 秋山, 大野, 背野. ファジィ理論の土木工学への応用. 森北出版社, 1992.
- 13) 西田正孝. 応力集中. 森北出版社, 1967.