

(7) 地下速度構造評価に関する弾性波探査データの逆解析 - GA に基づくアプローチ -

INVERSION OF SEISMIC GEOPHYSICAL DATA FOR SUBSURFACE EVALUATION - A GA BASED APPROACH -

小原大輔*・ジャナキラマン カリヤン クマール*
Daisuke OHARA and Janakiraman KALYAN KUMAR

*日本工営(株) 中央研究所 開発研究部 (〒300-1232 茨城県稻敷郡基崎町稻荷原 2304)

Inversion is bound to become the geophysical interpretation method in the future. For this reason, research on seismic inversion was undertaken. Computer programs for forward travel-time reconstruction, and ray tracing, were developed in order to study inversion. Linear Travel-time interpolation (LTI) method was applied for forward calculation. Conventional and latest inversion techniques were explored, including Iterative Least Square Technique (ILST) and Simultaneous Iterative Reconstruction Technique (SIRT) and Genetic Algorithm (GA). Seismic inversion was applied to various cases. This paper briefly presents the results of the investigation.

KeyWords : Seismic Inversion, Linear Travel-time Interpolation, Iterative Least Square Technique, Simultaneous Iterative Reconstruction Technique, Genetic Algorithm

1. はじめに

現在、屈折法弾性波探査の解析においては、萩原の解析法もしくはその拡張解析法が一般的に用いられている¹⁾。この解析法は、地盤を凹凸の少ない層構造（水平方向に速度変化がない）と仮定し、基盤より上部層の弾性波速度構造を求める方法である。この解析法には下記のような問題点がある。

- ① 層構造として仮定できない地盤に対しては、解析結果の信頼性が低下する。
- ② 図式解法のため、データにばらつきがある場合、判定に個人差が介在する可能性がある。

一方、近年の計算機の能力向上に伴って、屈折法弾性波探査の解析自動化や高精度化に関する研究が盛んに試みられている。これらの研究に共通することは、従来岩盤の緩み領域の分布把握など、調査ボーリング孔を利用して精査的に用いられてきた「弾性波トモグラフィ技術」を屈折法弾性波探査に組み込んだ点である。この弾性波トモグラフィは屈折法弾性波探査と同様に地盤の速度構造を推定する調査手法であるが、以下の点において屈折法と異なる。

- ① 数値計算上、地盤をメッシュに分割・モデル化し、地盤の複雑な速度変化を表現する。
- ② 起振点・受振点間の走時や伝播経路（波線）を理論的に求め、逆解析手法を用いてその理論走時と観測走時の差が小さい、観測データを最もよく説明できる速度構造を逐次的に求める。

③ 解析の際、計算機を用いることで膨大な量のデータを処理する。

このような特長を屈折法弾性波探査に組み込むことにより、はぎとり法の問題点である、複雑に変化する地盤への適用性や図式解法の問題点を改善できると思われる。また、将来的に、トモグラフィ技術を応用した手法は、屈折法弾性波探査解析の主流を占めると予想される。

本稿では、弾性波トモグラフィ技術を応用した屈折法弾性波探査解析の理論を説明した後、逆解析手法として、遺伝的アルゴリズムを適用した例について報告する。

2. 屈折法弾性波探査

屈折法弾性波探査は、ダム・トンネル等、土木構造物の基礎地盤調査に用いられる調査手法である。この調査は、地表面に起振点（ダイナマイトなどの振源）、受振点（換振器）を設置し、その起振点から受振点までの弾性波の初動到達時間（走時）を観測することによって、地盤の速度構造を推定し、ゾーン区分した結果に基づき、地質構造や地盤強度を判定し、構造物施工上の問題点を抽出するものである。

起振点において励起された弾性波動は、地盤内を透過し伝播する。一般に地盤の速度分布は一様でないため、弾性波動は屈折・反射をしながら伝播する。

例えば、2種の媒質内を弾性波動が通過して行く場合を考える。特に、図-1のように波線の入射角が臨界

角に達すると、屈折波は媒質の境界面を伝播する。このような屈折波は臨界屈折波(Head wave)と呼ばれる。屈折法弾性波探査は、このような一度潜り込んだ弾性波動が境界面を伝播し戻ってくる屈折現象を利用して探査を行う。

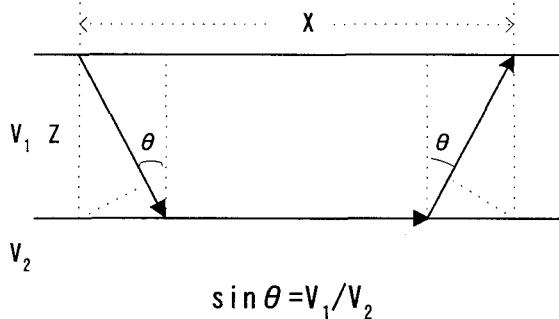


図-1 臨界屈折波の概念図

3. 解析方法

トモグラフィ技術を応用した屈折法弾性波探査解析においては、まず起振点から受振点に至る弾性波の伝播経路を再現し、その到達時間を計算によって求めることが必要である。特に弾性波トモグラフィではこの順解析過程を「波線追跡計算」または「レイトレーシング(Raytracing)」と呼ぶ。次に、計算にて求められた計算走時と観測された走時の差(残差)を小さくするように地盤内の弾性波伝播速度を修正し、最適な速度構造を求める。つまり、残差が収束するまで、「波線追跡」→「速度構造の修正」の計算を繰り返す。逆解析手法を取り入れた屈折法弾性波探査解析でも、このような手順で解析を行う。この一連の流れを図-2に示す。

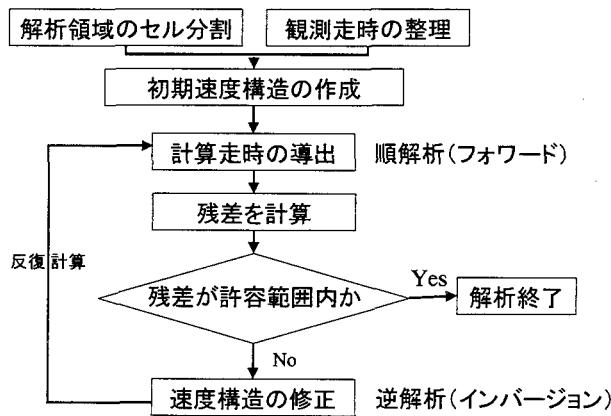


図-2 解析の流れ

3.1 順解析手法

一般的に、屈折現象は Snell の法則によって記述することができ、当法則は従来の屈折法弾性波探査の解析

に用いられている。しかし、当法則をレイトレーシング手法として、より複雑な速度変化を持つ地盤に適用する場合、起振点からの射出角を試行錯誤的に変化させ、受振点に至る波線を決めなければならないなど、計算に困難さが伴う欠点がある。

一方、最近では、Snell の法則を用いずに、より複雑に速度が変化する地盤に適用できる様々なレイトレーシング手法が開発されている。

検討の結果、

- ・ 線形近似を用いた高精度手法であること。
- ・ 計算時間の短い手法であること。

から、Asakawa and Kawanaka(1993)²⁾による線形走時内挿法(Linear Traveltime Interpolation)をレイトレーシング手法として採用した。

3.2 線形走時内挿法

線形走時内挿法(以下、LTI 法)では、図-3 のように、解析領域をセル(cell)と呼ばれる小片に分割し、さらにセル境界上に節点(node)を設け、地盤のモデル化を行う。セルには、一定の速度値を与え(実際には、速度の逆数であるスローネス(slowness)を与える)、速度構造を表現する。

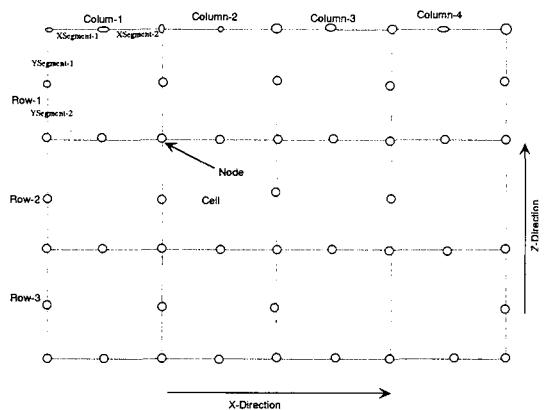


図-3 LTI 法における地盤のモデル化概念図

この LTI 法は、以下の 2 つの計算過程からなる。

- ① ある起振点から発生した弾性波動の、領域全体の節点での走時を計算する。
- ② その走時を用いて、各受振点まで最短時間で到達する波線を追跡し、決定する。

LTI 法では、①、②の過程を、線形近似を用いることで、高精度に走時を求めることが出来る。この概念図を図-4 に示す。

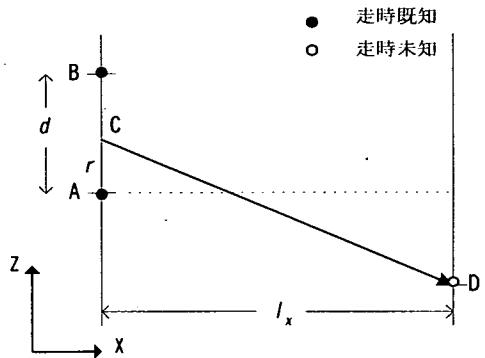


図-4 LTI 法の概念図

図-4 のように、すでに走時既知である 2 節点 A・B 間の走時を線形近似し、隣の節点 D の走時を求める。図内の矢印は波線を示している。点 D の走時 T_D を求める基本式は以下のように記述される。

$$T_D = T_A + \Delta T \frac{l_z}{d} + \frac{l_x}{d} + \sqrt{s^2 d^2 - \Delta T^2} \quad (1)$$

ここで、 T_A は点 A での走時、 ΔT は点 A, B の走時差、 s は各セルでのスローネス（速度の逆数）を表す。

波線を追跡する過程では、受振点から各セル境界での波線の通過点を計算する。基本式を以下に示す。

$$r = \frac{\Delta T l_x}{\sqrt{s^2 d^2 - \Delta T^2}} - l_z \quad (2)$$

ここで r は、線分 AB 間における波線の通過点である。

3.3 計算手順

当手法の計算手順は、下記のようなステップからなる。計算過程を図-5 に示した。

- (a) 起振点(SP)のあるセル（以下、起振セル）に含まれる節点での走時を、セルの速度と起振点-節点間の距離から求める。
- (b) 起振セルと同列にあるセルに含まれる節点での走時を(1)式を用いて求める。この際、節点での走時が最小であるものを採用する。
- (c) 起振セルの列の横にあるセル列の節点の走時を(1)式を用いて計算する。
- (d) 計算した列にある節点の中で最小走時を持つ節点を選び出す。そこから上辺もしくは下辺の節点に向かって計算を展開する。

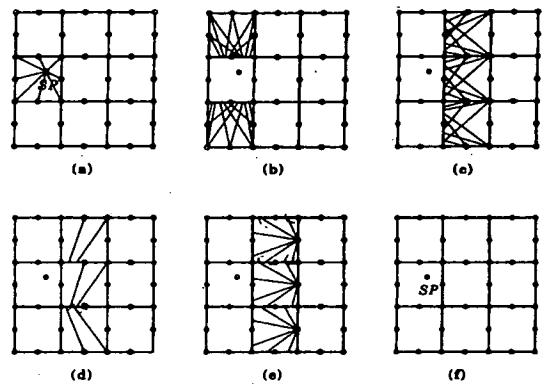
(e) 最終的に右辺にある節点の走時を計算する。

(f) これら一連の過程を、領域全体の節点での走時が求まるまで繰り返す

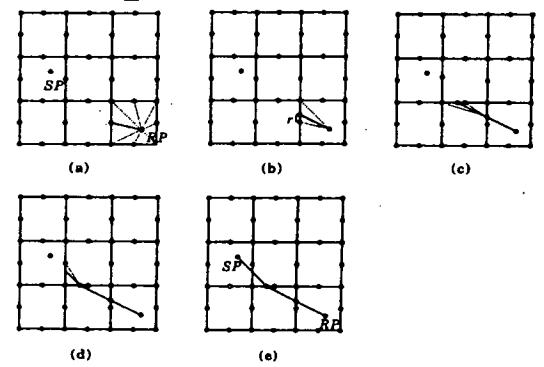
特に、(d)は臨界屈折波の挙動を計算する過程であり、重要である。

次に、各受振点に最小走時で到達する波線を求める。この過程では、以下の計算手順を踏む。

- (a) 受振点(RP)のあるセル上の節点から受振点までの走時を計算し、走時が最小である節点を選び出す。
- (b) その節点の両隣のセグメントで最小走時を与える r を、(2)式を用いて求める。
- (c) その点を新たな受振点とし、各セル境界での最適な波線通過点を求めていく。最終的に起振点(SP)に到達したら終了とする。



走時計算過程



波線追跡過程

図-5 LTI 法の計算手順

(Asakawa and Kawanaka(1993)より)

3.4 数値実験結果

LTI 法の精度を検証するため、数値実験を行った。ここでは、2 種の速度から構成される、鉛直に延びる低速度帯モデルを想定した。この理論速度構造を図-6 に示す。

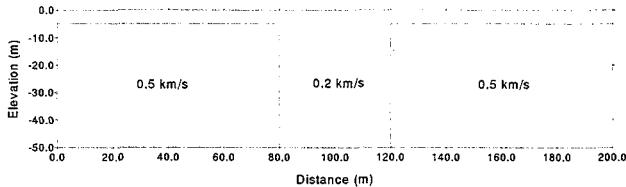


図-6 想定した理論速度構造モデル

このような構造においては、Snell の法則を用いて、理論的に走時を得ることが可能である。このような構造に対して、LTI 法を用いたレイトレーシング計算を行い、Snell の法則を用いた走時と比較した。その結果を、図-7 に示す。

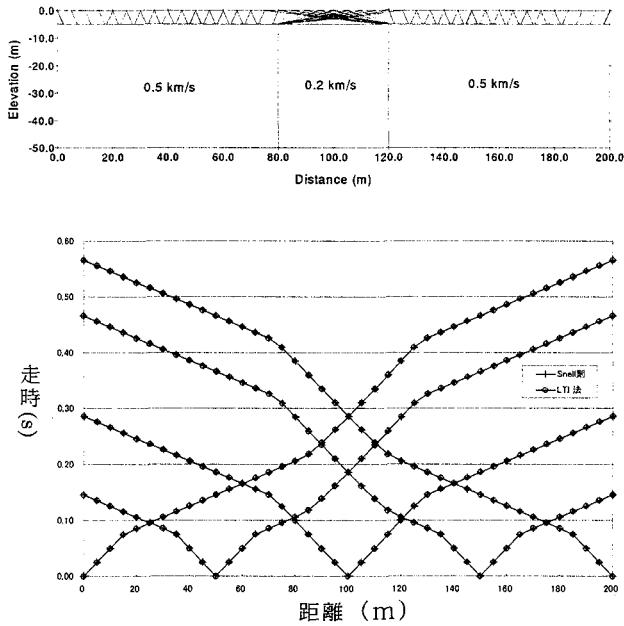


図-7 数値実験結果

図-7 のように、Snell の法則と LTI 法を用いた走時を比較すると、各受振点での平均走時差は、0.03ms であり、LTI 法では精度よく理論走時を求められることがわかる。

3.5 逆解析手法

逆解析の目的は、観測走時を説明できる地下速度構造 $v(x, y)$ を推定することである。本解析では、速度構造を、一定速度を持つ正方セルの集まりとして考える。したがって、連続問題は離散化され、観測走時 T は、任意の速度構造に対して(3)式のように記述することができる。

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n s_k l_{1k} \\ \dots \\ \sum_{k=1}^n s_k l_{mk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{1n} \\ \dots & l_{ik} \\ l_{m1} & l_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ \dots \\ s_n \end{bmatrix} = \mathbf{AS} \quad (3)$$

ここで、 s_k は、 k 番目のセルのスローネス、 l_{ik} は i 番目の波線が k 番目のセルを横切る長さである。また、 m は全観測データ数、 n は全セル数である。正しい速度分布を求める問題は、2 つの方法でモデル化される。すなわち、最小化問題（RMS 残差を最小化する）と Min-Max 問題（最大偏差を最小化する）である。

RMS を最小とする手法として、(3)式は計算中、セルの Slowness を一定とした反復解法にて解くことが出来る。(3)式の解法は数多く存在し、反復最小自乗法 (Iterative Least Square Technique, 以下 ILST 法) や同時反復再構成法 (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique, 以下 SIRT 法) がよく用いられている。

ILST 法は、最小自乗法的にマトリクス計算を行う手法であり、一回の反復計算に伴う速度の修正量 ΔS は、下式にて記述される。

$$\Delta S = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{B} \quad (4)$$

ここで、 \mathbf{B} は計算走時と観測走時の差であり、残差を表している。ILST 法は解の収束が早いが、波線密度が高い時に適する手法である。

一方、SIRT 法はマトリクス計算を行わない手法で、波線密度が低い場合用いられる。SIRT 法では、速度の修正量 ΔS は下式にて記述される。

$$\begin{bmatrix} \Delta S_1 \\ \dots \\ \Delta S_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m (l_{i1} OS_i) / \sum_{i=1}^m (l_{i1}) \\ \dots \\ \sum_{i=1}^m (l_{in} OS_i) / \sum_{i=1}^m (l_{in}) \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここで、 OS_i は i 番目の波線の残差を全波線長で割ったものである。この SIRT 法は計算を安定的に進めることができると、収束には多く反復計算回数を要する。

両手法とも、はじめに初期速度構造（初期モデル）を与え、その構造に対して順解析を行い、計算走時ならびに各セルを透過する波線長を求める。次に計算走時と観測走時の差が小さくなるように、(4)または(5)式を用いて速度の修正量を求め、速度構造の修正を行う。求められた速度構造に対して再度順解析を行い、さらに速度の修正を行う。最終的に残差が許容出来るほど小さくなるまで、反復計算を繰り返し、速度構造を推定する。

これは非線形の最適化問題であり、初期モデルの与え方によっては局所解 (local optima) に陥り、真の最適解 (global optima) に到達しないことがある。従って正確な速度構造 (global optima に近い値) を求めるには、適当な初期モデルを選択する必要がある。Min-Max

approach は、RMS 残差の最小化問題より遙かに解くことが難しいが、より適する解を得ることが出来る。

$$\text{Objective : Min } \left\{ \max_{\nu \text{ Rays}} (T_{\text{Obs}} - T_{\text{Calc}}) \right\}$$

今回、この問題に対して遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm, 以下 GA) の適用性を検討した。GA は、生物の進化過程を模した計算手法であり、真の最適解を探索するのに有効な手法として知られている。次章では、屈折法弾性波探査解析における GA の適用性について簡単な評価を試みた。

4. 遺伝的アルゴリズム

GA は、生物進化過程と自然淘汰を反映させたソフトコンピューティングの一手法であり、異個体が争うこと、より優勢な方が生き残り、次世代にその性質が受け継がれるという自然界の法則を模擬している。当手法は、最小化問題に適用する際、その進化過程を以下のように簡単化、モデル化している。

(a) それぞれの解を個体と考える。個体は、解を構成するパラメータ・入力値により定義され、そのパラメータはゲノム(genome)と呼ばれる。

(b) 個体同士を掛け合わせることで、新たな個体が発生する。その数学的操作として、交叉(crossover)と突然変異(mutation)があり、親個体群から新たな個体群を発生させる際に用いる。

(c) 個体の適合度は、目的値(objective value)に基づき選別され、最も適する個体が次世代に残る。

図-8(a)に示したように、X 軸方向 7 列、Z 軸方向 4 行の全 28 セルからなる理論速度構造を用いて、屈折法弾性波探査の逆解析に GA を適用した。なお、当速度構造から LTI 法を用いて得られる走時を観測走時とした。

本解析においては、一個体を、ある可能な地下速度構造として考える。各セルのスローネスが 1 ゲノムに対応し、従って、一個体は 28 ゲノムで構成される。全波線に対する観測走時と計算走時の最大偏差を、各個体を評価する目的値として用いた。

GA の目的は、目的値を最小とする個体を見つけることである。個体群はランダムに GA 探索過程において発生する。なお、解析においては、Goldberg(1989)³⁾に記載されるように、交叉と突然変異を用いて親から子を発生させた。ここでは、個体数を 10 から 30 の間とした。交叉率として、0.6 から 0.9 の間の値を、突然変異の発生確率として 0.005 から 0.1 の間の値を採用した。GA による解析結果を図-8(b)に示した。

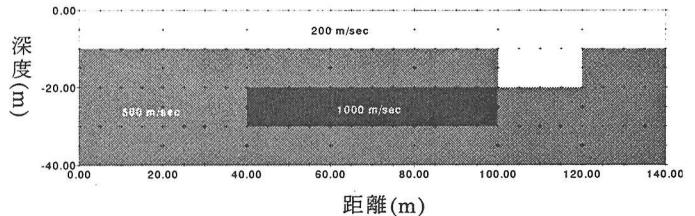


図-8(a) 理論速度構造

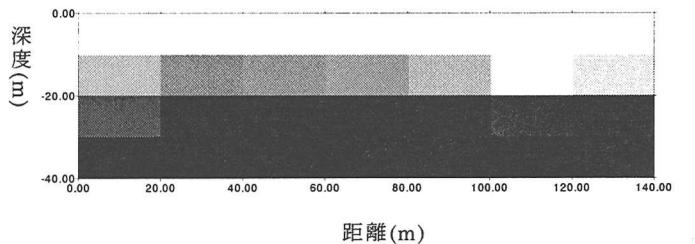


図-8(b) GA による解析結果

その結果、最大偏差は 0.02(ms)まで減少させることができ、トモグラフィ手法とは異なる手法により、逆解析を実施できる可能性が確認された。

5. おわりに

屈折法弾性波探査解析において、トモグラフィ的なアルゴリズムを導入し、その適用性について検討を行った。順解析において LTI 法を採用し、数値実験を行った結果、精度の良い手法であることが分かった。また、逆解析については、Simple GA 法を採用した。本数値実験では全 28 セルの小規模なケースであるが、屈折法弾性波探査解析への GA 適用に当たり、その有効性が認められた。ただし、より大きなケースへの適用に当たっては、セル数（未知パラメータ数）が多くなるに伴い dimensionality 問題が存在するため、より少ないセル数で解析をはじめ、徐々にセル数を増やすような工夫が必要と思われる。今後はその問題を解決するとともに、Steady-state GA 法や uniform array 交叉について検討を行う予定である。

謝辞 本研究を進めるにあたり、日本工営(株)中央研究所開発研究部高橋秀博士、鈴木弘明氏、ならびに、今野正雄氏、関東支店技術第二部中村一樹氏より多くのご助言をいただきました。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 物理探鉱技術協会：土木地質調査における屈折法弾性波探査の調査計画に関する要綱、1979.

- 2) Asakawa, E. and Kawanaka, T. : Seismic raytracing using linear travelttime interpolation, Geophysical prospecting, Vol.41, pp.99-111, 1993.
- 3) David Edward Goldberg : Genetic algorithm in serach and optimization, Addison-Wesley Pub Co, 1989.