

(34) 構造物の静的変形・形状制御のためのアクチュエータ最適配置の簡易手法

Simplified Method of Optimal Actuator Placement for Static Deformation and Shape Control of Structures

福永久雄*, 関根英樹*, 芳賀圭吾**

Hisao FUKUNAGA, Hideki SEKINE and Keigo HAGA

*工博 東北大学教授 工学研究科航空宇宙工学専攻 (〒980-77 仙台市青葉区荒巻字青葉)

**大学院生 東北大学大学院 工学研究科航空宇宙工学専攻

The present paper shows the determining method of optimal actuator placement for static deformation control in space structures where the deformation of the structure is controlled using distributed actuators. The actuator locations are determined one by one so as to minimize the combined objective function which is represented by both norms of the deformation and the actuator voltage. The optimal voltage for the specified actuator locations is obtained by the least squares method. Validity of the present method is verified through several numerical examples for laminated plate structures and truss structures

Key Words: optimal placement, shape control, space structure, actuator

1. 緒言

宇宙アンテナ等の宇宙構造物においては、製作時の形状誤差や熱荷重・外力などの外乱に対し、アクチュエータを用いた高精度の形状制御が要求される。このとき、アクチュエータの配置が制御効果に大きく影響することから、最適配置が重要となる。このアクチュエータの最適配置問題は典型的な組合せ最適化問題であり、これまでに、heuristicなアプローチ⁽¹⁾⁽³⁾や、SA⁽⁴⁾⁽⁵⁾、GA⁽⁶⁾⁽⁷⁾に基づく手法が提案されてきた。これらの手法は良好な配置が得られる反面、大規模な構造を対象とすると膨大な計算時間を要する欠点がある。

本研究では、アクチュエータを有する複合材構造あるいはトラス構造の静的変形・形状制御を対象として、従来の手法に比べてより効率的なアクチュエータ最適配置方法を提案する。本手法は、制御後の変形量と必要な電圧ノルムからなる目的関数を最小にするように、アクチュエータ位置を一箇所ずつ決定していくheuristicな手法である。応答変位が既知の場合について、積層板およびトラス構造についてアクチュエータの最適配置結果を示す。また、トラス構造にランダムな外乱が作用する場合について、アクチュエータの最適配置結果を示す。

2. 最適配置問題の定式化

2.1 応答変位が既知の場合

積層板あるいはトラス構造について、センサ等により制御点の応答変位が計測可能な場合の静的変形制御問題を考える。このとき、付録Aの定式化に基づき、次式の目的関数を最小とするアクチュエータ配置と印加電圧を求める。

$$\Pi = g + W_c \frac{\{V\}^T \{V\}}{\{V_0\}^T \{V_0\}} \quad (1)$$

ここで、 g は式(A7)で定義されるアクチュエータの制御効果を表し、 V はアクチュエータの印加電圧、 W_c は重み係数である。また、各アクチュエータ配置に対する最適印加電圧は式(A9)で与えられる。

2.2 ランダムな外乱が作用する場合

ランダムな外乱が作用するトラス構造について、アクチュエータの最適配置を求める。このとき、付録Bの定式化に基づき、次式の目的関数を最小とするアクチュエータ配置と制御入力を求める。

$$\Pi = \sqrt{\lambda_{\max}} \quad (2)$$

ここで、 $\lambda_{\max}$ は式(B8)の固有値問題の最大固有値である。また、各アクチュエータ配置に対する最適制御入力は式(B7)で与えられる。

3. 最適配置のアルゴリズム

可能なアクチュエータ位置を N_{all} 箇所とし、そのうち N_c 箇所のアクチュエータ位置を選択するものとする($N_{all} \gg N_c$)。アクチュエータ選択のアルゴリズムとして、次の手順を用いた。

(1) 1番目のアクチュエータ位置の選択

N_{all} 箇所のアクチュエータ位置のそれぞれにアクチュエータを1個配置して目的関数を計算し、最小とするアクチュエータ位置を1番目のアクチュエータ位置とする。

(2) 2番目のアクチュエータ位置の選択

1番目に選択したアクチュエータ位置と、残り($N_{all}-1$)箇所のアクチュエータ位置のそれぞれに計2個のアクチュエータを配置して目的関数を計算し、最小とするアクチュエータ位置を2番目のアクチュエータ位置とする。

クチュエータを配置して目的関数を計算し、最小となるアクチュエータ位置を2番目のアクチュエータ位置とする。

(3) 3番目のアクチュエータ位置の選択

1,2番目として選択したアクチュエータ位置と、残り $(N_{all}-2)$ 箇所のアクチュエータ位置のそれぞれに計3個のアクチュエータを配置して目的関数を計算し、最小となるアクチュエータ位置を3番目のアクチュエータ位置とする。以下同様のステップを繰り返して、必要な個数のアクチュエータ位置を選択する。

ここで、真の最適配置を見逃す危険を少なくするために、必要な N_g 個よりも大きな N_g 個のアクチュエータ位置をまず選択する。選択した N_g 個のアクチュエータ位置に対して可能な全配置 $(N_g C_{N_g})$ について目的関数を計算し、最小とする配置を最適配置とする。この場合の計算回数は $\{N_g(2N_{all}-N_g+1)/2 + N_g C_{N_g}\}$ 回である。

4. 数値計算例および考察

4.1 応答変位が既知の場合

(1) ケース1 積層板の数値例として、図-1に示す荷重を受ける $[-45/45/0/0]_s$ CFRP積層板を対象とし、積層板全体のたわみ(たわみ角は含まない)を制御する場合のアクチュエータの最適配置を求める。材料定数はCFRP材およびPZT G1195Nに対応する表-1の値を使用した。表中で、 d_{31} は圧電アクチュエータの圧電定数を示す。また、アクチュエータの厚さは $t_a=0.25\text{mm}$ 、CFRP材の板厚は $t_s=1\text{mm}$ である。変位の計算には有限要素法を使用し、アクチュエータの貼付面積は1要素分とした。有限要素の分

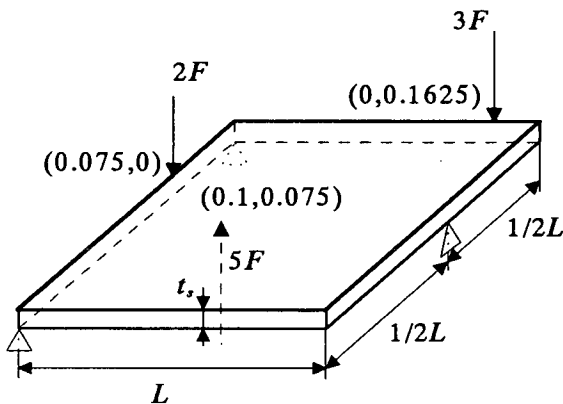


図-1 CFRP積層板および荷重条件
($L=1.0 \times 10^{-1}$, $t_s=1.0 \times 10^{-3}\text{m}$, $F=1.0 \times 10^{-3}\text{N}$)

割要素数は 16×16 の256であり、可能なアクチュエータ位置は $N_{all}=256$ である。また、最終的に必要なアクチュエータ位置は3箇所($N_g=3$)とし、重み係数 w_c の値は $w_c=0$ とする。なお、アクチュエータの剛性による補強効果のたわみに対する影響は最大でも数%であるため、アクチュエータの補強効果は無視する。

図-2に、本手法による最適配置の結果を可能な全配置の結果と比較して示す。この場合のアクチュエータの可能な配置は ${}_{256}C_3=2.76 \times 10^6$ 通りと大きくなる。本手法

表-1 CFRPおよびPZTの材料定数

CFRP			
E_L (GPa)	E_T (GPa)	G_{LT} (GPa)	ν_L
150.0	9.0	7.1	0.30
PZT(G1195N)			
E (GPa)	ν	d_{31} (pm/V)	
63.0	0.30	265	

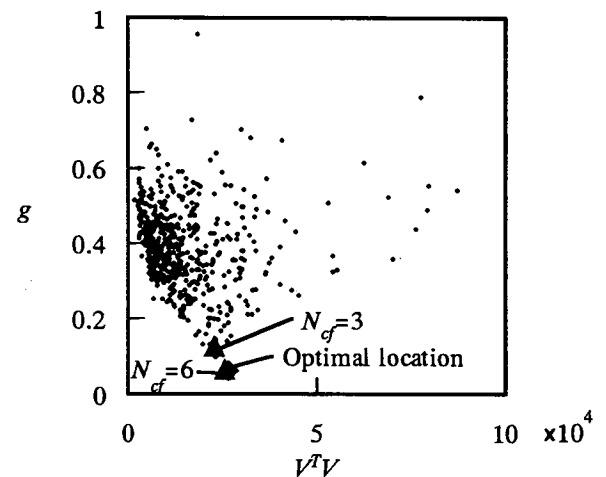


図-2 最適配置に対する g と V^aV
($w_c=0$, $N_g=3$)

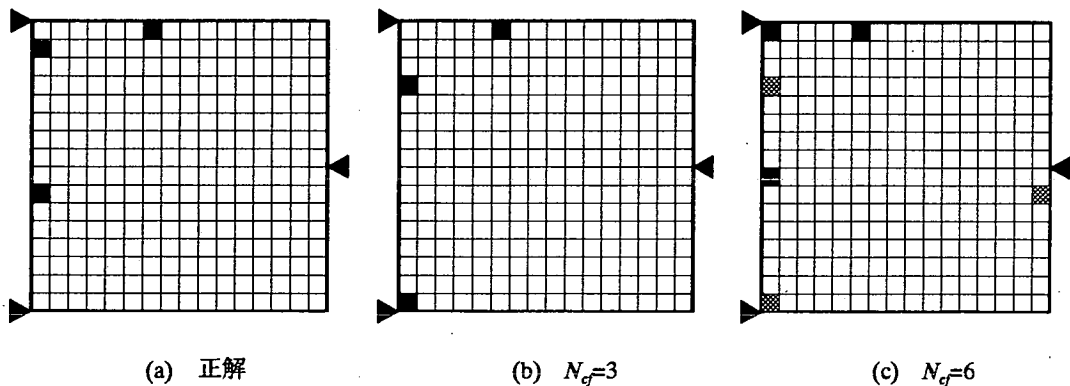


図-3 アクチュエータ最適配置 (16x16 要素分割, $w_c=0$, $N_g=3$)

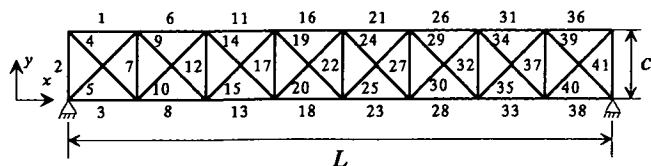


図-4 2次元トラス構造と要素番号
($L=4.0$, $c=0.5\text{m}$)

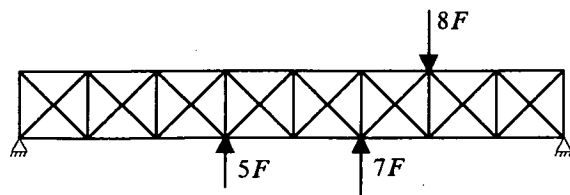


図-5 2次元トラス構造の荷重条件
($F=1.0 \times 10^4 \text{N}$)

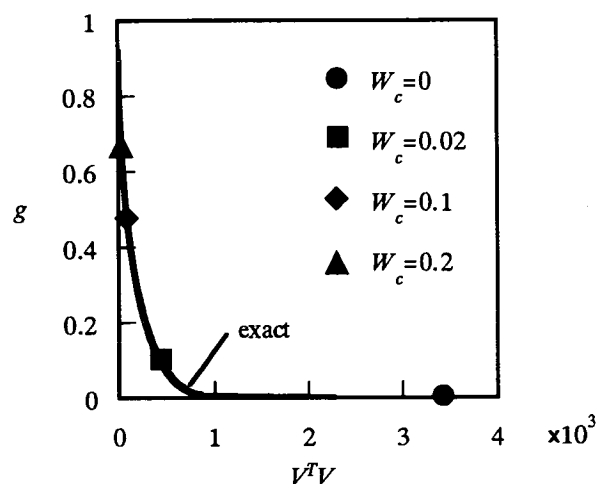


図-6 最適配置に対する g と $V^T V$ ($N_g=N_c=3$)

表-2 目的関数とアクチュエータ配置の最適結果

W_c	Π_{exact}	Π_{present}
0	1.9×10^{-4} (8,16,29)	5.1×10^{-4} (16,18,25)
0.02	3.1×10^{-1} (11,16,21)	3.1×10^{-1} (11,16,21)
0.1	6.9×10^{-1} (11,16,21)	6.9×10^{-1} (11,16,21)
0.2	8.2×10^{-1} (11,16,21)	8.2×10^{-1} (11,16,21)

では $N_g=6$ の場合で約1500回の計算を要しているが、真の最適解に非常に近い解を与えていることが分かる。また、図-3には、 $N_c=3,6$ の場合のアクチュエータ配置を正解の配置と比較して示す。 $N_g=3$ のときは正解と少し異なる配置となっているが、 $N_g=6$ のときは正解に近い配置が得られている。

(2) ケース2 図-4に示す2次元トラス構造を対象として、図-5の荷重が作用する場合のアクチュエータの最適配置を求める。アクチュエータを有する部材と有しない部材の材料定数は同一とし、縦弾性係数 $E=63\text{GPa}$ 、断面積 $A=1.76 \times 10^{-4} \text{m}^2$ である。アクチュエータ部材にお

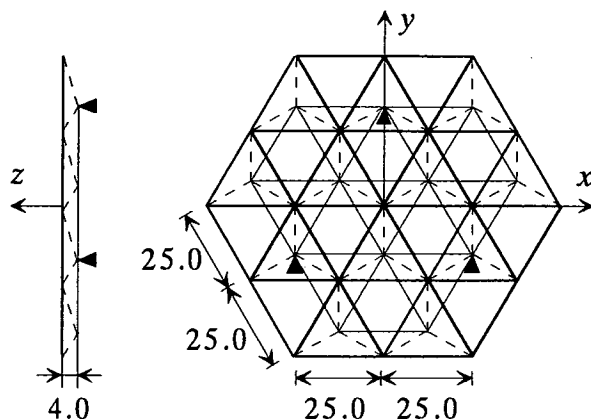


図-7 アンテナ用トラス構造 (単位: in.)

いて単位電圧あたり発生するひずみ量を $d=1.0 \times 10^{-7}/\text{V}$ とした。

制御点はトラス上面の節点の y 方向変位であり、アクチュエータの可能な位置は41箇所 ($N_{\text{all}}=41$) である。最終的に選択するアクチュエータ位置は3箇所 ($N_c=3$) とする。

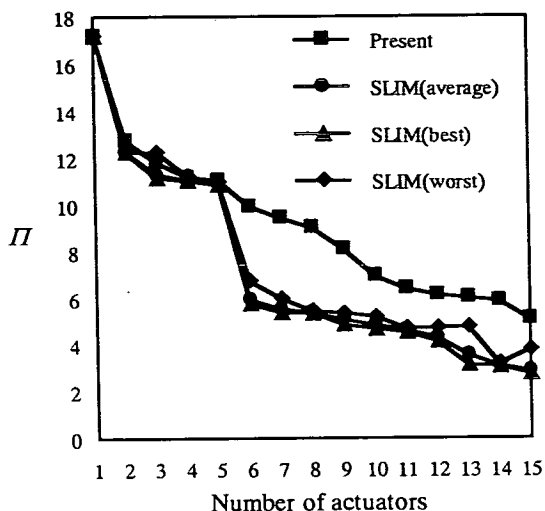
図-6に、本手法で得られたアクチュエータ最適配置に対する g と $V^T V$ の結果を示す。ここでは、 $N_g=3$ の場合の結果を、パラメトリックに求めた正解と比較して示している。表-3には、目的関数の値と最適配置を示す。() 内は、図-4に示した要素番号を表す。 $W_c \neq 0$ の場合、本手法で得られた最適解は $N_g=N_c=3$ でも正解を与えており、 $W_c=0$ の場合も、正解に近い解が得られている。

4.2 ランダムな外乱が作用する場合

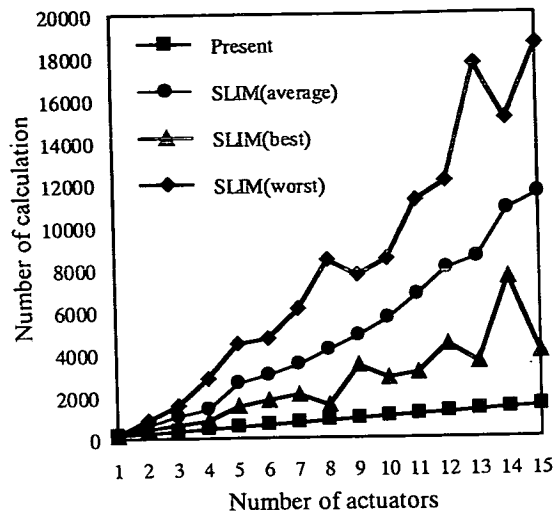
図-7に示すアンテナ用トラス構造⁶⁾を対象として、ランダムな外乱が作用する場合の最適配置を求める。アクチュエータ部材および他のトラス部材の材料定数は、 $E=1.0 \times 10^7 \text{ lb/in}^2$ 、 $A=1.0 \text{ in}^2$ である。外乱 d 、制御入力 c とも、要素部材の長さの変化で表すこととし、アンテナ上面の z 方向変位を最小化する。ここでは制御効果のみを考慮して、 $P=I, W=0$ の例を扱う。外乱を受ける部材は全部材 ($N_d=102$) とし、最終的に使用するアクチュエータの個数 N_c は1個から15個とする。

まず、最初を選択する個数 N_g を $N_g=N_c$ とする。図8(a)には本手法とSLIM⁹⁾による制御効果を比較して示す。なお、SLIMの結果は25種類の異なる初期配置による計算結果の平均、最良の結果、最悪の結果を示している。アクチュエータの個数が増加すると、SLIMに比べ制御効果が少し悪化していることが分かる。一方、図8(b)に示す本手法とSLIMの計算回数の比較から分かるように、本手法の計算回数は、アクチュエータの個数が増加するほど、SLIMに比べて極めて少なくなる。なお、SLIMの計算回数は、25回の計算の平均、および、最少、最多の計算回数を示している。

次に、最初を選択する個数 N_g を $N_g=N_c+4$ とする。図9(a)には $N_g=N_c+4$ とした場合の結果を $N_g=N_c$ 、SLIMによる結果と比較して示している。 $N_g=N_c+4$ の結果は、アクチュエータの個数が増加した場合、特に $N_c \geq 6$ の場合に $N_g=N_c$ の結果に比べて改善されていることがわかる。図9(b)には $N_g=N_c+4$ の場合の計算回数を $N_g=N_c$ 、SLIMの場合と比較している。 $N_g=N_c+4$ のときの計算回数はSLIMの場合の概ね50%程度である。最終的に必要なアクチュエータ部材数より少し多めの部材数を指定することにより、計算回数をそれほど増加させることなくアクチュエータ配置の改善が図れることが分かる。

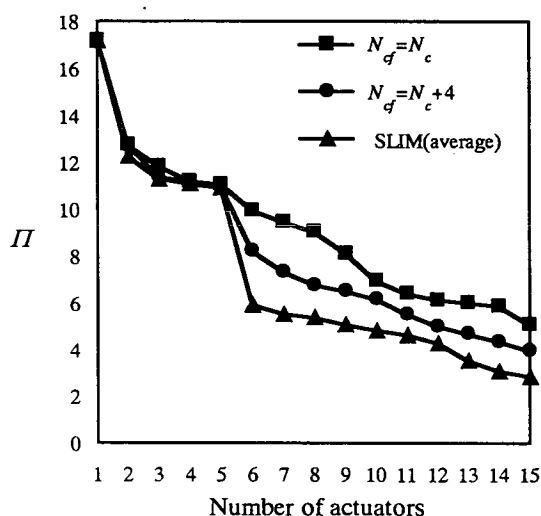


(a) Π の最適結果

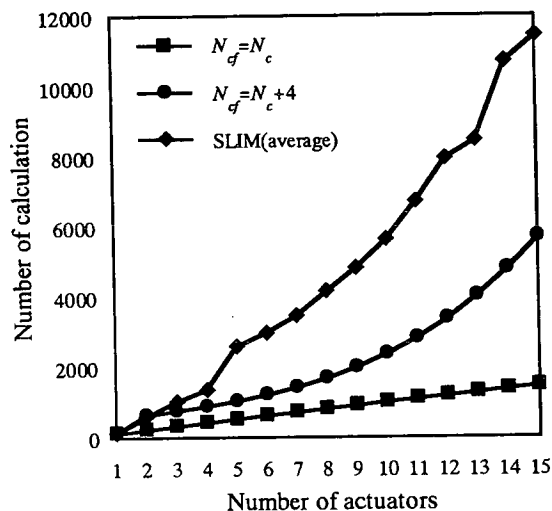


(b) 計算回数

図-8 目的関数と計算回数 ($N_d=N_c$)



(a) Π の最適結果



(b) 計算回数

図-9 目的関数と計算回数に及ぼす N_d の影響 ($N_d=N_c+4$)

5. 結 言

本研究では、アクチュエータによる形状制御問題についてアクチュエータの最適配置方法を提案し、応答変位が既知の場合とランダムな外乱が作用する場合について、積層板およびトラス構造の数値例を通して本手法の妥当性を示した。本手法では、外力による変位ベクトルを最小にするアクチュエータ位置を一つずつ決定していくシンプルな手法に基づいている。本手法は、既存の方法に比べて極めて少ない計算回数で解を得ることができ、また、従来のheuristicな手法であるSLIM等のように初期配置を必要としない利点がある。応答変位が既知の場合、積層板の数値例を通して、最終的な配置数より少し多めに可能な配置を選択することにより、真の最適解に近い解を得ることができることを示した。また、トラス構造にも有効に適用できることを示した。ランダムな外乱が作用する場合、最悪の外乱に対する最適配置を求める数値例を示し、少ない計算回数で妥当な結果が得られることを示した。

付録A：応答変位が既知の場合の定式化

積層板あるいはトラス構造に対し、有限要素法による平衡方程式は次式で示される⁹⁾。

$$[K]\{u\} = \{F\} + \sum_{j=1}^{N_c} \{b_j\} V_j \quad (A1)$$

ここで、 $[K]$ は構造物の剛性マトリックス、 $\{u\}$ は節点変位ベクトル、 $\{F\}$ は外力ベクトル、 $\{b_j\}$ はj番目($j=1,2,\dots,N_c$)のアクチュエータに単位電圧を印加したときの電圧-節点力関係ベクトルを表す。 V_j はj番目のアクチュエータの印加電圧である。なお、積層板において、アクチュエータの貼付による補強効果は小さいため剛性マトリックス内のアクチュエータ補強効果は無視するものとする。また、トラス構造においてはアクチュエータ部材の剛性は他の部材と等しい場合を扱う。

式(A1)から静的な応答変位は次式で与えられる。

$$\{u\} = \{u_0\} + \{u_s\} \quad (A2)$$

ここで、

$$\{u_0\} = [K]^{-1}\{F\} \quad (A3)$$

$$\{u_s\} = [B]\{V\} \quad (A4)$$

また、

$$[B] = [K]^{-1}[\{b_1\}, \{b_2\}, \dots, \{b_{N_c}\}] \quad (A5)$$

$$\{V\} = \{V_1, V_2, \dots, V_{N_c}\} \quad (A6)$$

である。 $\{u_0\}$ は外力による制御前の変位ベクトル、 $\{u_s\}$ はアクチュエータによる変位ベクトル、 $[B]$ は集中モーメントベクトル $\{b_i\}$ からなるマトリックスである。

圧電アクチュエータによる制御効果は、次式で定義される g で評価する。

$$g = \frac{\{u'\}^T \{u'\}}{\{u_0'\}^T \{u_0'\}} \quad (A7)$$

ここで、 $\{u_0'\}$ 、 $\{u_s'\}$ は制御前後の変位ベクトルを示し、式(A2)に示す変位ベクトルのうち、指定した $N(N \geq N_c; N_c$ はアクチュエータの数)個の制御点に対応する変位成分からなるベクトルである。式(A7)の g は制御前後の変位ノルムの比を表しており、 g が小さいほど大きな制御効果を示す。

本研究では、制御効果に加え、印加電圧の上限も考慮するため、次式の目的関数を最小とするアクチュエータ配置と印加電圧を求める。

$$\Pi = g + W_c \frac{\{V\}^T \{V\}}{\{V_0\}^T \{V_0\}} \quad (A8)$$

ここで、右辺第一項はアクチュエータの性能を表し、第二項は電圧ノルムを表す。 W_c はその両方を考慮するための係数であり、いずれを重視するかによりその大きさを指定する。また、 $\{V_0\}$ は $\{V\}$ を基準化するためのベクトルであり、ここでは、構造物の可能なすべての位置にアクチュエータを配置し、すべてに1[V]の電圧を印加した場合の印加電圧ベクトルとする。

アクチュエータの配置が指定されたとき、式(A8)を最小化する最適印加電圧は、最小二乗法を用いて次式で与えられる。

$$\{V\} = -\left\{[B]^T [B] + W_c \frac{\{u_0'\}^T \{u_0'\}}{\{V_0\}^T \{V_0\}} [I]\right\}^{-1} [B]^T \{u_0'\} \quad (A9)$$

ここで $[I]$ は単位マトリックス、 $[B]$ は式(A5)の $[B]$ のうち制御点に対応する $N \times N_c$ のマトリックスを示す。

付録B：ランダムな外乱が作用する場合の定式化

トラス構造について、アクチュエータを有する部材数を N_c 、変位を制御する制御節点の自由度を N とする。このとき、外乱による変位ベクトル u_0' ($N \times 1$)、アクチュエータによって生じた変位ベクトル u_s' ($N \times 1$)によって生じた変位ベクトル u_e' ($N \times 1$)は、次のように表される⁽³⁾。

$$u_0' = Dd \quad (B1)$$

$$u_s' = Cc \quad (B2)$$

ここで、 d は外乱ベクトル($N_d \times 1$)であり、 D は外乱-変位の関係マトリックス($N \times N_d$)である。また、 c はアクチュエータの制御入力ベクトル($N_c \times 1$)、 C は制御入力-変位の関係マトリックス($N \times N_c$)を表す。なお、 N_d は外乱の加わる部材数を表す。

制御点における制御後の変位ベクトル e は次のように表せる。

$$e = u_0' + u_s' \quad (B3)$$

このとき、アクチュエータの制御効果を次式で評価する。

$$J = e^T P e + c^T W c \quad (B4)$$

ここで、 P, W は重みを表す対称正定値マトリックスである。

トラス部材の製造時の部材長不整や外力のランダム性を考慮して、外乱 d はランダムな性質を持つ場合を考える。このとき、個々の外乱ベクトル d に対し、アクチュエータ最適配置が異なることになる。そこで、あらゆる外乱に対する制御効果を考慮するため、各アクチュエータ配置に対して、(B4)式の J が最大となるような最悪の外乱を選択する。即ち、 J を最大にする最悪の外乱 d に対し、 J を最小にする制御入力ベクトル c を求める。外乱 d は有限のエネルギーを持つという制約条件を考慮すると、アクチュエータ最適配置問題は、次式のように定義できる。

$$[\text{目的関数}] J^* = \min_c \max_d J \quad (B5)$$

$$[\text{制約条件}] d^T d - 1 = 0$$

式(B5)の解法としてラグランジュ未定乗数法を使用すると、

$$L = J - \lambda(d^T d - 1) \quad (B6)$$

L が c に関して極値を持つ必要条件から、最適制御入力 c^* は次式で得られる。

$$c^* = -\left\{C^T P C + W\right\}^{-1} C^T P D d \quad (B7)$$

一方、 d は次式の固有値問題の解として得られる。

$$(A - \lambda I)d = 0 \quad (B8)$$

ここで、

$$A = D^T \left\{P - PC(C^T P C + W)^{-1} C^T P\right\} D \quad (B9)$$

この固有値問題の最大固有値 $\lambda_{\max}$ が各アクチュエータ配置における J の最適値 J^* であり、対応する固有ベクトル d^* が最悪の外乱となる。各配置について J^* を計算し、最小となる配置を最適配置と定義する。

参考文献

- (1) Haftka, R.T. and Adelman, H.M. : Selection of Actuator Locations for Static Shape Control of Large Space Structures by Heuristic Integer Programming, *Comput. Struct.*, vol.20, pp.575-582, 1985.
- (2) Burdisso, R.A. and Haftka, R.T. : Statistical Analysis of Static Shape Control in Space Structures, *ALAA J.*, vol.28, pp.1504-1508, 1990.
- (3) Hakim, S. and Fuchs, M.B. : Quasistatic Optimal Actuator Placement with Minimum Worst Case Distortion Criterion, *ALAA J.*, vol.34, pp.1505-1511, 1996.
- (4) Chen, G.S., Bruno, R.J. and Salama, M. : Optimal Placement of Active/Passive Members in Truss Structures Using Simulated Annealing, *ALAA J.*, vol.29, pp.1327-1334, 1991.
- (5) Onoda, J. and Hanawa, Y. : Actuator Placement Optimization by Genetic and Improved Simulated Annealing Algorithms, *ALAA J.*, vol.31, pp.1167-1169, 1993.
- (6) 古谷寛・Haftka, R.T. : 遺伝的アルゴリズムを用いた宇宙構造物の制振アクチュエータ最適配置, 第9回宇宙構造物シンポジウム, pp.29-32, 1993.
- (7) Matsunaga, S. and Onoda, J. : Actuator Placement with Failure Consideration for Static Shape Control of Truss Structures, *ALAA J.*, vol.33, pp.1161-1163, 1995.
- (8) Holnicki-Szulc, J., Lopez-Almansa, F. and Rodellar, J. : Optimal Location of Actuators for Active Damping of Vibration, *ALAA J.*, vol.31, pp.1274-1279, 1993.
- (9) 福永久雄・関根英樹・松野靖史 : 圧電アクチュエータを用いた積層板の静的変形制御, 日本機械学会論文集A, 63巻608号, pp.801-807, 1997.