

(22) 確率的ニューラルネットワークによるレゴ構造設計

LEGO-TYPE STRUCTURE DESIGN BY PROBABILISTIC NEURAL NETWORKS

落 隆行*, 岸 光男**
Takayuki OCHI and Mitsuo KISHI

*大阪府立大学大学院 工学研究科機械系専攻 (〒599-8531 大阪府堺市学園町1-1)
**工博 大阪府立大学助教授 工学部海洋システム工学科 (〒599-8531 大阪府堺市学園町1-1)

Practical structure designs have some analogy with LEGO blocks play. Such structures are composed of elements from finite set. We call them by the name of 'LEGO-type structures'. We classify LEGO-type structural designs into three modes. Considered in this paper is the connection design mode. A multi-objective optimization problem is defined for LEGO-type truss structures. LEGO-type blocks of the same kind are used, and the loading conditions are assumed to be given. The design variable to represent the structural configuration is discrete; so that the design optimization is a discrete optimization. The discrete optimization problems can be programmed and solved on artificial neural networks. We use a probabilistic neural networks model based on Boltzmann machine. A step function is introduced as the input-output function of the neuron. Numerical examples are provided to verify the applicability of the proposed method.

Key Words : LEGO-type structure, discrete optimization, Boltzmann machine, input-output function

1. はじめに

レゴは北欧のブロック玩具である。単純な形状のブロックの組合せによって様々な構造物を模倣し楽しむことができる。実際の設計でも、限られた種類の部品を組合せて構造物を作り出すことが多い。そのような構造物の設計をレゴ構造設計と呼ぶことにする。たとえば、建設足場さらには宇宙構造物などがそれに該当する。

レゴ構造設計のなかで最適化をめざす場合、それは組合せ最適化問題となる。その解法として、たとえばニューラルネットワーク手法がある。組合せ最適化問題には多くの局所解が存在しうる。ニューラルネットワークの確率モデルであるボルツマンマシンでは、そのような問題であっても、無限回の状態遷移の後には最適解にいたることが保証されている。ただし現実には無理がある。本研究では、レゴ構造設計を対象に、ボルツマンマシンの入出力関数を調整することによって、限られた時間内に有効な解を得ることを考える。

2. レゴ構造設計の分類

レゴ構造を1つのシステムとみなすことができる。このシステムは、要素ブロックとそれらの組合せから成り立っている。したがって、レゴ構造設計は次の3つのモードに分類される。

- システム探索モード：要素と組合せとを求める
- 組合せ探索モード：組み込む要素は所与であるとして、組合せを求める。
- 部材探索モード：組合せは所与であるとして、組み込む要素を求める

本研究では、組合せ探索モードを対象とする。

3. ボルツマンマシンとニューロンの入出力関数

3.1 ニューラルネット

ニューラルネットは相互に関連しあったニューロンからなっている。Hopfieldモデルでは、各ニューロンに対して次の状態方程式を用いる。

$$V_i(t+1) = f[U_i(t)] \quad (1)$$

$$U_i(t) = -\partial E / \partial V_i \quad (2)$$

ここで、 $V_i(t)$ は時刻 t におけるニューロン i の状態（あるいは出力）、 $U_i(t)$ はニューロン i への入力である。入出力関数 f は0と1の間の値をとる単調増加関数であり、たとえば次のシグモイド型の関数が用いられる。

$$f(u) = 1 / [1 + \exp(-u/c)] \quad (3)$$

ただし、 c はコントロールパラメータである（図-1参照）。

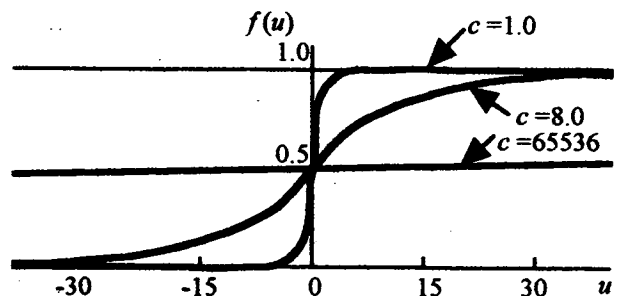


図-1 入出力関数

式(2)中の E はネットワークに定義されたエネルギーであり、ニューラルネットはエネルギーを減少させるように、ニューロンの状態を遷移させていく。

3.2 ボルツマンマシン

Hopfieldモデルでは最急降下法を用いている。そのため、局所解が多く存在するような問題では、最適解を得る可能性が低くなる。そこで、局所解に陥ってもそこから抜け出すことができるように、ニューラルネットに確率的ゆらぎを与える。

ボルツマンマシンでは、Hopfieldモデルとシミュレテッドアニーリング法とを融合させることで、入出力関数に確率的な機能を持たせている^{1),2)}。すなわち、

$$f(u) = 1/[1 + \exp(-u/T)] \quad (4)$$

$$\text{Prob}[V_i=1] = f(U_i) \quad (5)$$

ここで $T(>0)$ は温度と呼ばれるパラメタであり、はじめ高く設定された後、徐々に冷やされていく。温度 T のクーリングスケジュールとしては、たとえば

$$T(k+1) = \alpha T(k) \quad (6)$$

が考えられる。ここで α は1以下の正数であり、 k は状態遷移の回数である。

ボルツマンマシンでは、ニューロンは0または1の2値状態をとる。入力 U_i については一般に次式を用いる。

$$U_i(t) = -\Delta E_i \quad (7)$$

$$\Delta E_i = E(V|V_i=1) - E(V|V_i=0) \quad (8)$$

本研究では、入力に累積効果を持たせるため、式(7)に代えて次式を用いることにする。

$$U_i(t) = U_i(t-1) - \Delta E_i \quad (9)$$

非同期的に状態遷移を無限回繰り返しながら温度 T を0にまで冷却してゆけば、ボルツマンマシンはエネルギー E の最小状態に確率1で到達する。ただし、現実には無理がある。組合せ最適化にボルツマンマシンを用いる場合、有限時間近似が必要となる。

3.3 階段型入出力関数

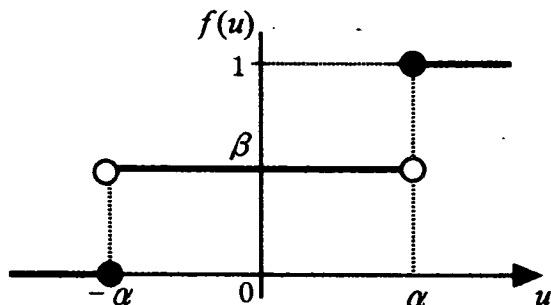
温度 T 一定のもと、ボルツマンマシンを作動させ続けると、そのエネルギーの定常分布はボルツマン分布となる。ボルツマン分布は離散的な指数分布であることから、低いエネルギー状態が出現しやすいことがわかる。したがって、クーリングスケジュールを用いずとも、最適解に近い解(近似解)を得ることは可能である。問題は、いかに温度 T の値を適切に設定するかである。

本研究では、式(4)の入出力関数に代えて次の階段関数を導入する(図・2参照)。

$$f(u) = \begin{cases} 0 & u < -\alpha \\ \beta & -\alpha < u < \alpha \\ 1 & \alpha < u \end{cases} \quad (10)$$

この階段関数を用いることで、探索する解の質を規定

しやすくなる。すなわち、中段幅のパラメタ α は探索領域の広がりに影響を与え、中段高さのパラメタ β は発火するニューロンの個数に影響を与える。温度 T の設定に比較すると、この両パラメタ値の設定には人間の意志を反映させやすい。



図・2 階段型入出力関数

4. 数値計算例

4.1 トラス構造の最適設計問題

図・3に示すように設計空間を設定し、トラス構造の最適設計問題を考える。ここでは、最小の3角トラスを1つの単位レゴにとらえ、各単位レゴに1個のニューロンを対応させる。 i 番の単位レゴの存在の有無は、ニューロン i の状態($V_i=1$:有, $V_i=0$:無)で表示する。あらかじめ指定した荷重条件のもと、トラス構造の最適化を行う。

評価基準として次の3つ(いずれも最小化をめざす)を考える。

(F_1) 部材数

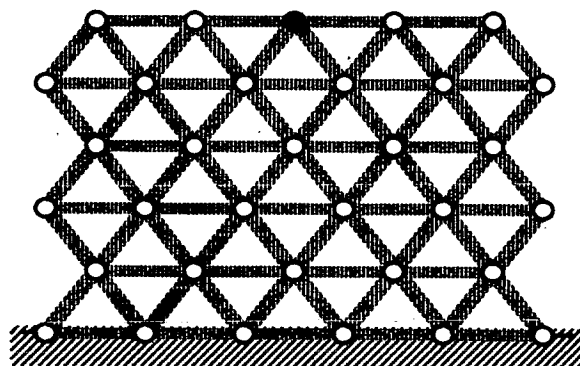
(F_2) 荷重点の変位量

(F_3) 応力制約を満たしていない部材数

これより、次のエネルギー関数を導入する。

$$L(V, \lambda) = \sum_j \lambda_j \cdot F_j(V) \quad (11)$$

ここで、 V はニューロンの状態ベクトル、 λ_j ($j=1,2,3$)は重み係数である。重み係数については、経験的にそれらの数値を与える。



図・3 設計空間

4.2 階段型入出力関数のパラメタ

ここでは、図-3の●印の節点に水平方向の単位荷重を作用させ、レゴ構造設計を行う。トラス部材の許容軸力に相等する荷重を単位荷重と置く。

計算例をとおして、式(10)の階段型入出力関数のパラメタ α および β の特性を調べる。なお、各ニューロンの初期値はすべて0と置く。

(1) 中段幅パラメタ α

種々の α 値のもとでレゴ構造設計を行い、得られた解のエネルギー値との関係調べる。図-4に結果を示す。最適解は、 $12 < \alpha < 50$ の範囲で見つがっている。以下の計算では、 $\alpha = 20$ に設定する。

(2) 中段高さパラメタ β

種々の β 値のもとでレゴ構造設計を行い、得られた解のエネルギー値との関係調べる。図-5に結果を示す。最適解は、 $0.24 < \beta < 0.78$ の範囲で見つがっている。

ボルツマンマシンによる探索領域の広がり、 α だけではなく β にも依存する。種々の β 値について、最適化の過程でボルツマンマシンがとった状態のパターン数（レゴ構造の形状バラエティ）を図-6に示す。 β 値が高ければ、各ニューロンが発火しやすくなり、結果として形状バラエティも多くなる。

4.3 数値計算例

まず、図-3の●印の節点に水平方向の単位荷重をかけた場合について、得られた最適構造の結果を図-7に示す。トラス部材の許容軸力を単位荷重としているため、図-7は予想どおりの結果である。

つぎに、水平方向に1.5単位荷重および0.3単位荷重を作用させた場合について、それぞれの結果を図-8の(a)、(b)に示す。

階段型入出力関数の中段高さ β の値を、1.5単位荷重の場合には0.38、0.3単位荷重の場合には0.58に設定した。荷重が大きい場合、各ニューロンは発火しやすい。これは最適化にとって好ましい状況ではない。そこで、 β の値を低くして、発火するニューロン数を調整する。逆に、荷重が小さい場合には、発火するニューロンが少なくなりやすい。この状況下では、 β の値を高くして、発火するニューロンの数を調整する。

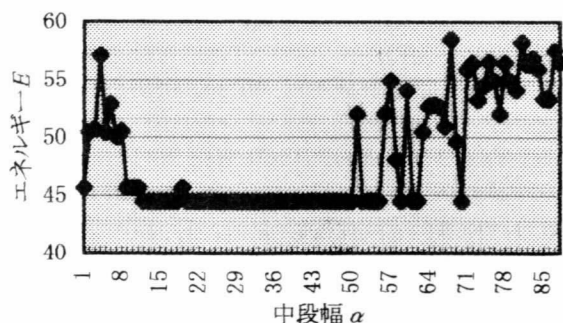


図-4 中段幅パラメタ α とエネルギー値

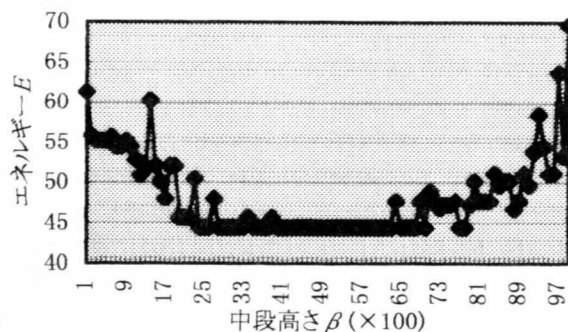


図-5 中段高さパラメタ β とエネルギー値

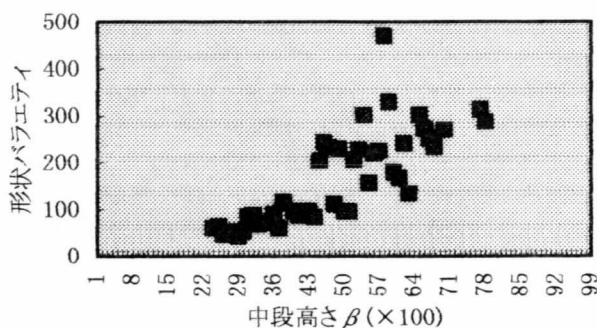


図-6 中段高さパラメタ β と形状バラエティ

最後に、一回り大きな設計空間を設定し、●印の節点へ水平方向に1.5単位荷重を作用させた場合の結果を図-9に示す。 β の値は0.52とした。図-8の(a)と比較すると、設計の自由度の意義が理解できる。

5. おわりに

本研究では、階段型入出力関数をもつボルツマンマシンを提案し、レゴ構造設計の最適化問題に適用した。結論は以下の通りである。

- (1) レゴ構造設計というネーミングを提案した。
- (2) レゴ構造設計を3つのモードに分類し、組合せ最適化モードについて、階段型入出力関数のボルツマンマシンの有効性を示した。
- (3) クーリングスケジュールを用いないため、ボルツマンマシンは短時間で近似解を探索することができる。
- (4) 階段型入出力関数の2つのパラメタ α と β の値の設定には、人間の意志を反映させやすい。

参考文献

- 1) Aarts, E. and Korst, J.: Simulated Annealing and Boltzmann Machines, John Wiley & Sons, 1989.
- 2) 日本機械学会編：工学問題を解決する適応化・知能化・最適化法，技法堂出版，pp.159-204, 1996.

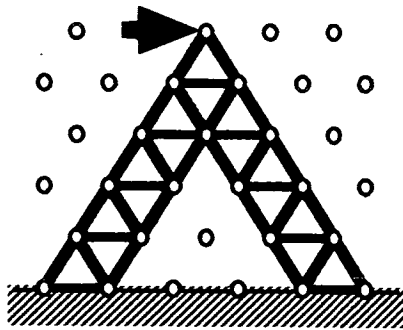
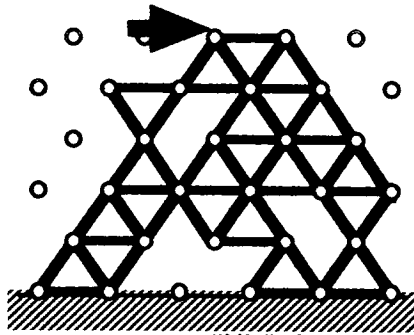
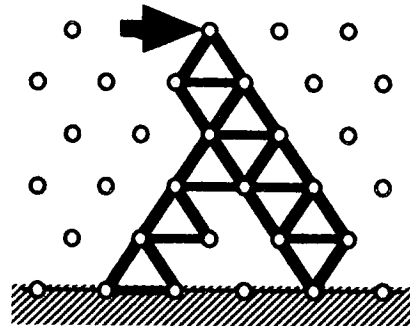


図-7 水平方向に単位荷重をかけた場合



(a) 1.5単位荷重



(b) 0.3単位荷重

図-8 荷重の大きさを変化させた場合

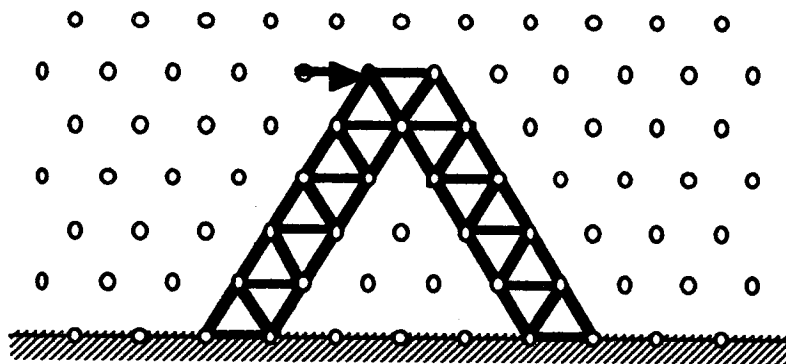


図-9 一回り大きな設計空間 (1.5単位荷重)