(20) 人工生命手法を用いた構造部材の最適化

Optimization of Structual Shape Using Artificial Life

白神愛 *、石田良平 **、杉山吉彦 ***

Megumi SHIRAGAMI , Ryohei ISHIDA and Yoshihiko SUGIYAMA

* 院生 大阪府立大学大学院 工学研究科 機械系専攻 航空宇宙工学分野(〒599 堺市学園町1-1)

** 工博 大阪府立大学講師 工学部 航空宇宙工学科(〒599 堺市学園町1-1)

*** 工博 大阪府立大学教授 工学部 航空宇宙工学科(〒599 堺市学園町1-1)

This paper presents a method for the shape optimization of plane structures by cellular automaton. The cellular automaton is one of the methods of based on the artificial life(Alife). In our method, the structure discretized into square elements is analyzed by a finite-element method and the elements are detached and attached on the structure according to the local rule based on a cellular automaton step by step. The elements are called "cells" in cellular automata. Each cell changes its value — "dead" and "live," sensing the mechanical condition around the cell under an allowable stress. To show the performance of the proposed method, numerical calculations are carried out. In the numerical calculations, the structural shapes with minimum structural weight of two-dimensional cantilevers (or planes) are generated.

Key Words: artificial life, cellular automaton, shape optimization, finite-element method

1. はじめに

航空機や宇宙機器に限らず、一般に構造物は軽量で、かつ用途に合わせた強度や安全性などの性能が要求される。軽量化設計のためには、所定の性能を維持するための十分な強度を保つことができるという前提の下で、構造の無駄な部分を取り去ることが考えられる。また、軽くて高い強度を持つ材料の開発が考えられる。前者のような設計は最適設計のひとつであり、今までにもさまざまな方法が提案されている[1-3]。

本研究は、人工生命手法のひとつであるセル・オートマトンをヒントにした方法を提案し、その方法を部材の最適設計に応用することを目的にしている。設計例として、自由端に集中荷重が作用する片持ち梁を用いる。強度解析には有限要素法(FEM)を用いる。

2. 有限要素法(Finite Element Method, FEM)

現象を論じる方法のなかで、マクロな立場で考えたものを連続体力学(continuum mechanics)と呼ぶ。これは、一般に偏微分方程式で表される場の方程式と境界条件、初期条件によって表される。有限要素法(FEM)は、これらの式に等価な積分方程式を導出し、解析領域内を有限要素と呼ばれる小さな要素に分割し、その節点において定義される変数を用いて積分方程式を近似的に評価する計算力学(computational mechanics)の１つである[5]。内挿関数は第3節で述べるセル・オートマトンの考え方に合わせるために、正方形(1次)要素を用いる。

2.1. 2次元弾性体の基礎式

薄い板(板厚<<平面寸法)を想定し、物体にのいたるところで$\sigma_{33}=\sigma_{31}=\sigma_{32}=0$となっていると考えられる状態を平面応力状態、板厚が非常に厚くなり、その内部で変位x_3方向成分u_3が0で、変位u_1、u_2がx_3に無関係になる状態を平面ひずみ状態と呼ぶ。この場合は$\varepsilon_{33}=\varepsilon_{31}=\varepsilon_{32}=0$となる。本研究では後者の場合を用いる。2次元の場合の応力-ひずみ関係は次式で表される。

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{12}\\ \sigma_{12}\end{Bmatrix} = [D]\begin{Bmatrix}\varepsilon_{11}\\ \varepsilon_{12}\\ 2\varepsilon_{12}\end{Bmatrix} \tag{1}$$

ここで、$[D]$は弾性定数マトリクスであり、次式で定義される。

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2}\begin{bmatrix}1-\nu & \nu & 0\\ \nu & 1-\nu & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2}\end{bmatrix} \tag{2}$$

2.2.全体剛性方程式 (stiffness equation of entire system)

最小ポテンシャルエネルギの原理を用いると、弾性境界値問題に対する汎関数は次式で表される。

$$\Pi = \int_v U_0(u_i)dv - \int_v \overline{F}_i u_i dv - \int_{S_\sigma} \overline{T}_i u_i ds \tag{3}$$

ここで、$U_0(u_i)$はひずみエネルギ密度を変位成分u_iで表したものであり、$\overline{F}_i$、$\overline{T}_i$は外荷重を表す。式(3)に、変位ひずみ関係式を用い、さらに変位成分を節点変位と双一次の内挿関数を用いて表し、変分原理を適用すれば、解析領域全体について次のような全体剛性方程式が得られる。

$$[K]\{u\} = \{F\} \tag{4}$$

ここで、

$[K]$：全体剛性マトリクス

$\{F\}$：全体節点力ベクトル

$\{u\}$：全体節点変位ベクトル

である。特に、2次元問題では、

$$[K] = \sum_{e=1}^{n} [K_e] \tag{5}$$

$$\{F\} = \sum_{e=1}^{n} \{f_e\} + \sum_{e \in S_\sigma} \{t_e\} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}[K_e] &= d\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}[B]^T[D][B]\det J\, d\xi\, d\eta \\ &= [B]^T[D][B]\int_{v^e} dV\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\{f_e\} &= d\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}[N]^T\{\overline{F}\}\det J\, d\xi\, d\eta \\ &= \int_{v^e} \rho\{b\}^T[N]dV\end{aligned} \tag{8}$$

$$\{t_e\} = d\int_{S_{\sigma^e}}[N]^T\{\overline{T}\}ds = \int_{S_{\sigma^e}}\{t\}^T[N]dA \tag{9}$$

ここで、

$[K_e]$：要素剛性マトリクス (element stiffness matrix)

$\{f_e\}$：物体力に対する等価節点力 (nodal force)

$\{t_e\}$：表面力に対する等価節点力

S_{σ^e}：境界S_σ上に存在する要素境界

d：板厚

b：物体力(body force)

t：表面力(surface force またはtraction) または応力ベクトル(stress vector)

ρ：密度

J：ヤコビ(Jacobi)行列

3. セル・オートマトン(Cellular Automata, CA)

セル・オートマトンは、自分自身の状態とその周辺のセルの状態にのみ依存してセルが自己を複製し、増殖することを計算機上で模擬するためのものであり、以下の様な特徴を持つ[6]。

・空間的に離散である：空間は離散化された有限個の格子（cell）から成る。

・時間的に離散である：各セルの値はある離散時間ステップごとに更新される。

・各セルの持つ値は有限である。

・全てのセルは同一の更新ルールに基づく。

・各セルに適用される更新ルールは、その近傍のセルの状態にのみ依存する(local rule)。

・各セルの値は固定数（通常１ステップ）前の時間ステップの状態にのみ依存する。

本研究の場合、No.0のセルの更新ルールはNo.1～4セルの値にのみ影響されるものとする(Fig.1)。

4. 最適設計

最適設計問題として、設計空間内で最小重量を持つ形状を考える。この節では、そのための目的関数、制約条件、設計方法を述べる。

4.1. 目的関数

構造の総重量Wは1つの要素の重量wと、要素の総数Nを用いて次式のように表される。

$$W = w \times N \tag{10}$$

ここで、要素の大きさおよび密度は一定とする。

4.2. 制約条件

制約条件として、各セルの相当応力に制限を設けるものとする。２次元問題における相当応力σは以下の式で表される。

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{2}\{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \sigma^2_{\ x} + \sigma^2_{\ y} + 6\tau^2_{\ xy}\}} \tag{11}$$

許容応力をσ_aとすると、応力制約条件は次式で表される。

$$(\sigma/\sigma_a) \le 1 \tag{12}$$

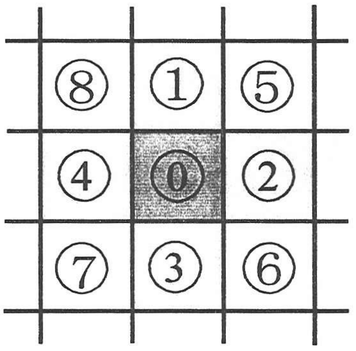


Fig.1 Grid of Cell

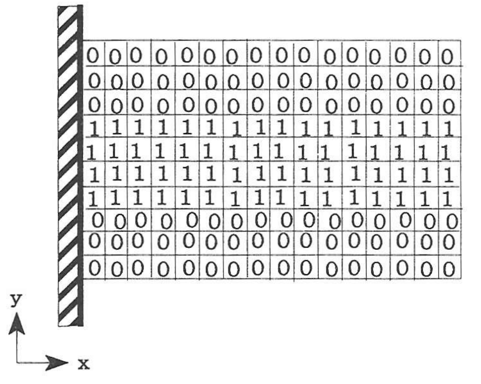


Fig.2 Cantilever divided into Cells

さらに、制約条件として、設計空間に上限を定めるものとする。これは、初期設計の際に定められる。

4.3. 形状の離散化

セル・オートマトンの考えを適用するために、設計対象である構造および周囲の空間を正方形要素により分割する。

構造の要素(実要素)を生きているセルと考え、セルのlife=LIVE(=1)、周囲空間の要素(空要素)を死んでいるセルとし、life=DEAD(=0)とする。Fig.2に、２次元片持ち梁の場合の表示例を示す。1は構造要素(生きているセル)、0は空要素(死んでいるセル)を表す。

4.4. 設計方法

ここでは各セルについて相当応力σを近傍(上下左右の4つ)のセルの相当応力と比較する。最適形状はFEMを用いて応力解析し、セルの増減を繰り返すことにより求める。具体的な設計のプロセスは次の通りである。

1)　初期設計をひとつ決定する。

2)　FEMを用いて強度解析を行い、各セルの相当応力σを計算する。

3)　計算された各セルの応力値を隣り合う上下４つのセルと比較。

それらすべてより応力値の大きいものを増減値=1、応力値の小さいものを増減値=-1、その他のものを増減値=0とする。

4)　セルの増減

相当応力と許容応力との関係から定めたセルの増減ルールにより、そのステップの自動設計を進める。

5)　2)から4)までを繰り返し、終了条件が満足された時点で終了する。

ここで、セルの増減方法は以下の通りである。セルの生成、消滅を無制限に行うと構造として無駄な部分にセルが出現したり、大きな応力値を持つセルが消失することがある。そのためセル増加のために必要な最低応力σ_1消滅するための最低応力σ_2を導入する。

a)　セルの増減ルール

a-1) セルの増加

$(\sigma/\sigma_1) > 1$で且つ、近傍(上下左右)に、セルのlife=DEADがある場合はlife=LIVEとする。増やすセルは、増減値=1のセル１つにつき１つである。

a-2) セルの減少

増減値=-1のセルで且つ、$(\sigma/\sigma_2) < 1$のlife=DEADとする。ただし、そのセルが無くなると構造として成り立たないような場合には、life=LIVEのままとする。

a-3)　節点の扱い

セルのlife=LIVEの節点のlife=LIVE、そうでないものをlife=DEADとする。

セルを増減させるごとに節点のlifeも調べる。その節点を持つ全てのセルのlife=DEADのときは節点のlife=DEAD、ひとつでもlife=LIVEのセルのあるものは節点のlife=LIVEとする。

また、終了条件はあるステップにおける応力の最大値がその1つ前のステップの最大応力より大きくなった時点とする。

5. 数値シミュレーション

モデルには、自由端に集中荷重が作用する2次元片持ち梁を用いた(Fig.3)。設計空間は、梁の上下方向にのみ与える。設計空間は、縦50mm、横50mmで、100個のセルに分割される。ケース1では、梁は縦4個、横10個のセルから、ケース2では縦8個、横10個のセルから始める。ま

た、梁の厚さは10^3mm、ヤング率80Paとしている。荷重は$1kgm/s^2$で、自由端と、中立面の交点に加える。

片持ち梁の場合、設計初期では梁の固定端側が太くなり、自由端側が細くなるため、材料力学の教科書にある平等強さの梁に近い形が得られる。ところが、応力は梁の表面で大きな値を示し、中立軸部分は小さな値を示す。そのため計算の途中から、固定端側の内側での応力値が小さくなり、中立軸付近の要素は消えていく。このことから、最終的に片持ち梁は、中立軸を対称軸とした、２本の梁が上下から集中荷重を支えるトラス構造となる。ケース1では、40個のセルが9ステップ後に44個に、ケース2では80個のセルが4ステップ後に66個になった(Fig.4)。

6. おわりに

計算精度を上げるためにはセル分割を小さくする必要がある。しかし、そうすると計算速度が遅くなる等の問題が起こる。その解決法として、計算と中でセル分割を増やす方法等が考えられている[4]。

現在は２次元モデルであるが、将来的には、３次元空間に拡張し、現実に実用できるものを目指している。

参考文献

1) 伊藤志成、大河内偵一：機械構造形状の軽量化計画(荷重形態に対応する多連結構造の創成)、日本機械学会論文集(Ａ編) Vol.60/No.571,pp.305-311,1994.

2) 長谷川浩志、川面恵司：GA利用による機械構造物の位相最適化の一方法(有限要素の除去および付加パラメータを染色体とする位相最適化)、日本機械学会論文集(Ａ編) Vol.61/No.581, pp 183-190, 1995.

3) 伊藤教夫、下平真子、小林弘樹：力学構造物を自己組織化するセル・オートマトン(ローカルルールによって生じるシステム全体の挙動)、、日本機械学会論文集(Ａ編) Vol.61/No.586, pp 272-278.

4) 浅野直樹、萩野健：FEMによる補強構造の最適化、茨城講演会講演論文集、pp61-62, 1997.

5) 矢川元基、吉村忍：有限要素法、培風館、1991.

6) (財)日本情報処理開発協会監修：人工生命の方法、工業調査会、1995.

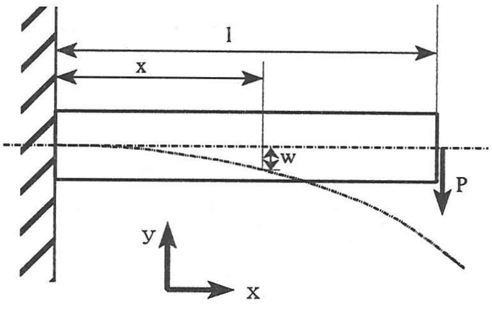
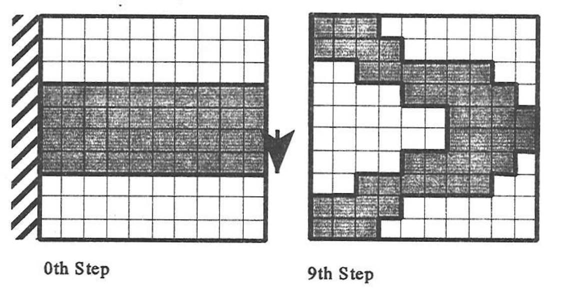
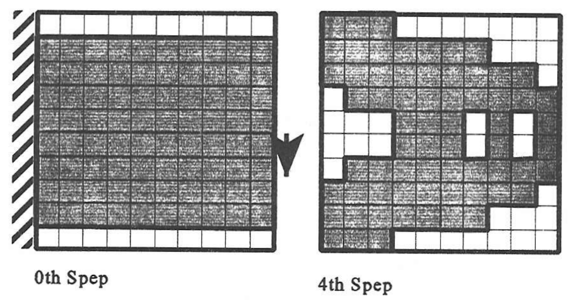


Fig.3 Cantilever loaded a point force



Case 1



Case 2

Fig.4 Model of Cantilever