

(3) 固体間の交信をモデルとした大域探索法

A NEW METHOD FOR SEARCHING GLOBAL OPTIMIZATION BY MODELING COMMUNICATION AMONG INDIVIDUALS

古田秀博
Hidehiro FURUTA

(株)横河技術情報, CAD・CAE事業部 次長(〒273 船橋市山野町27番地横河テクノビル3F)

The paper presents a new method for searching global optimum value by modeling communication among individuals. Many individuals are generated in the environment and they search an optimum value by the group. Each individual doesn't have any knowledge for other environment, except for its own environment. But these individuals take communication with others at any step. As a result, each individual can compare its own environment to others. So, the individuals which have recognized to be in inferior environment move toward better environment. It can be abruptly obtained global optimum value by using such a simple process. The paper explains about the thinking and process of the algorithm at first. By applying to higher order multi-dimensional function and structural identification problems which have many local optimum values, searching capacity of the algorithm is verified.

Key word: search algorithm, communication, optimization, global optimum value

1. まえがき

多次元多峰性関数の最大・最小値探索や整数組み合わせ最適化等のいわゆる大域最適値探索問題の解法として、現状、遺伝的アルゴリズム¹⁾⁻³⁾が盛んに用いられている。著者等もこれまで、遺伝的アルゴリズムと同様、個体集団の山登りを用いた探索アルゴリズムである領域移動探索法⁴⁾⁻⁵⁾を提案してきた。しかし、両アルゴリズムとも大域的な探索には非常に有効であるものの、その探索速度の面では決して早いとは言えない状況にある。さらに遺伝的アルゴリズムは、元々、整数探索問題アルゴリズムであり、多次元多峰性関数等の実数空間における探索において、その大域最小値を正確に捕らえることに関しては、有利な探索法とは言いがたい。そこで本論文では、この速度の問題を解決するため、遺伝的アルゴリズムや領域移動探索法とは異なった考え方からなる大域探索法を提案する。この探索法は、個体群が互いに交信することによって、やはり集団的に最適値を探索していくものである。各個体は、初め自分の置かれている環境について認識しているが、それ以外の環境については何も知らない。しかし、これらの個体は、単位時間経過するごとに他の個体と1対1で交信する。その結果、各個体は、自分の環境と交信相手の環境を比較する。そして、不利な環境にあることを認識した個体の方が、有利な環境にある個体の方に近づいていく。この単純な操作を繰り返すだけで、非常に早い速度で最適値を見出すことができる。

なお、ここで用いているルールは、各個体間での互いの

環境の優劣を比較し、その良い方に自らを移動するという操作のみであり、非常に簡単なものである。しかし、このような簡単な操作のみを繰り返したのでは、局所最適値に落ち込んでしまう可能性が高い。そこでこれを防ぐ目的で制御パラメータが用意されている。これらの制御パラメータは、この移動を加速・減速するような相反する働きを司っており、これらがある複雑な関係を構成し、全体的な振る舞いを生じることによって、局所最適値からの回避を可能にしている。

ここでは、この探索アルゴリズムの考え方や制御法について示すとともに、多次元多峰性関数を数値計算例として計算し、領域移動探索法やモンテカルロ法の結果と比較しながら本探索アルゴリズムの収束性について考察する。

さらに、簡単な多入力1出力系の同定問題に本探索アルゴリズムを適用する。

2. 探索アルゴリズム

ここでは、個体間の交信をモデルとする大域探索アルゴリズムの探索アルゴリズムについて以下に詳述する。なお、ここでは最小値探索を念頭に説明する。

①探索領域を下限値 X_{sq} と上限値 X_{eq} に設定する。ただし、 $q (=1, 2, \dots, Nval)$ であり、 $Nval$ は探索変数の数である。この時、境界付近の探索効率を考慮し、この探索領域をある比率だけ拡大する。この時の拡大率を領域拡大率と称し $expand$ で表すことにする。

② N_s 個の個体を生成する。各個体の環境内における位置

Xqrk（座標値）は、乱数によりランダムに決定される。ただし、 $r = (1, 2, \dots, N_s)$ であり、 k は探索回数を示す。この際、領域拡大率によって探索領域が拡大されているため、生成される個体もこの領域外に生成されることになる。これらの領域外の個体は、本来の探索領域内に戻されねばならないため、本来の探索領域の境界上に再配置される。なお、この時、各個体は、それぞれ固有の番号と座標値 Xqrk を割り当てられている。

③生成された複数の個体を探索すべき関数に代入し、その初期の関数値 $Y_k (=F(X_{qrk}))$ を求める。ここまでで、初期の設定が終了する。

④ある一組の個体 (i, j) を選んでその環境内での状態を比較する。なお、 (i, j) は、各個体に与えられた固有の番号である。もし個体 i が個体 j よりも良好な環境にある（小さい関数値を持つ）場合、個体 j は個体 i に近づいていく。この段階では、個体 j は i に向かって丁度これらの距離の真ん中に移動する。この状況を図-1に示す。

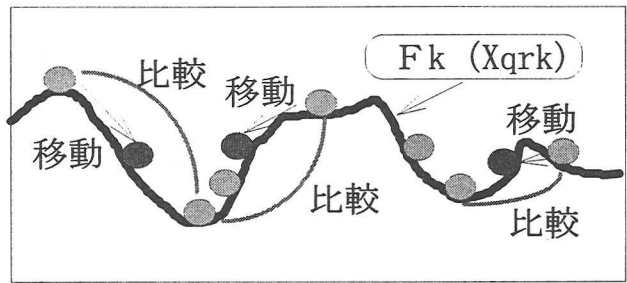


図-1 関数値の比較による個体の移動

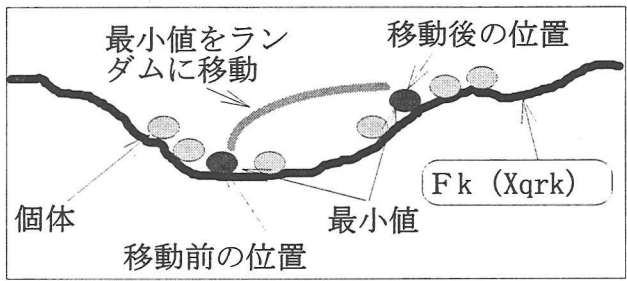


図-2 最小値の移動と近傍個体の追従

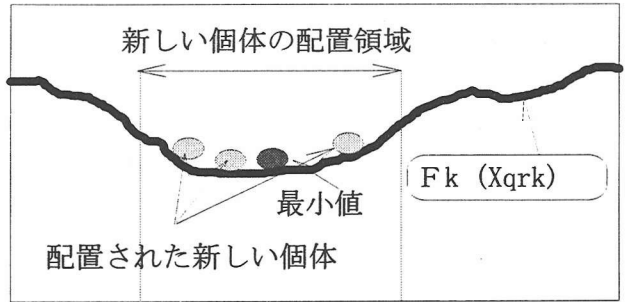


図-3 最小値の回りに配置される個体

⑤この段階で、求まった各個体の関数値の最小値を抽出する。同時に、この時の位置（座標値）と個体の固有番号を求めておく。さらに、この時の関数値 $F(X_{qrk})$ の

平均値 $Y_{ave,k}$ も計算しておく。
⑥各個体の関数値の中で、平均値 $Y_{ave,k}$ よりも大きい関数値を持つ個体が出現し、かつ、発生させた乱数が γ より小さくなった場合に、図-2にあるように、現時点での最小値 $Y_{min,k}$ を与える座標値 $X_{min,qrk}$ を乱数で決定される任意の位置に再配置する。これにより、探索解が局所解に落ち込むのを防いでいる。逆に、発生させた乱数が γ より大きくなった場合、図-3にあるように、この段階で新しい座標値を与えられた個体を、現時点で最小値を示している個体の近傍に移動させる操作を同時に行う。ただし、この操作を単純に繰り返していくと、局所最小値に落ち込む可能性があるため、この操作を制御するパラメータとして β を導入し、最小値の回りに配置される個体の領域を設定する。従って、 β 値が大きすぎるとランダムネスが増大して収束性が悪くなる。逆に小さすぎると、局所最小値に陥りやすくなる。

⑦以上、④から⑥の操作を繰り返す。そして、各繰り返しのステップにおける各個体の関数値の最小値と収束判定値 ϵ を比較し、これより小さくなった段階で計算を停止する。

以上の計算のプロセスのフローチャートを図-4に示す。

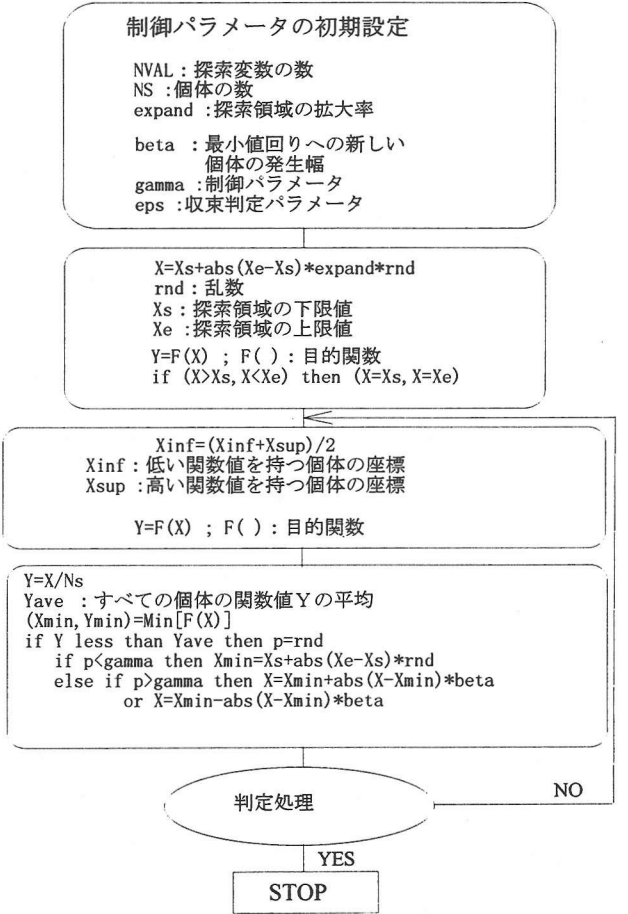


図-4 全体の計算プロセスのフローチャート

3. 数値計算例

多次元多峰性関数を取り上げ、本探索アルゴリズムを用いた計算を、文献 4)-5) で示されている領域移動探索法やモンテカルロ法の結果と比較し、その収束性について考察することにする。ここでは、津田6)が彼の探索アルゴリズムの機能検証用として用いた関数の最大値探索を行う。なお、この関数は、探索域 D において 16 個の局所最大値を持っている。

$$\begin{aligned} F_1(X_1) &= X_1(X_1+13)(X_1-15)/100 \\ F_2(X_2) &= (X_2+15)(X_2+1)(X_2-8)/100 \\ F_3(X_3) &= (X_3+9)(X_3-2)(X_3-9)/100 \\ F_4(X_4) &= (X_4+11)(X_4+5)(X_4-9)/100 \\ F_5(X_5) &= (X_5+9)(X_5-9)(X_5-10)/100 \\ F(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) &= F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot F_4 \cdot F_5 \end{aligned}$$

(1)

この数値計算例では、探索域 D を以下のような 2 種類に設定する。

計算例 1 : $-10 \leq X_i \leq 10$ ($i=1,2,\dots,5$)

(2)

計算例 2 : $-10 \leq X_1 \leq 8, -10 \leq X_2 \leq 11$

(3)

$-10 \leq X_i \leq 10$ ($i=3,4,5$)

計算例 1 では、式(1)を式(2)の探索域で探索するが、この場合、2 つの峰の内の一つが探索域の僅かに外側にあるため、局所最大値は多数あるものの大きな峰は 1 つである。これに対し、計算例 2 は、式(3)にあるように数値実験 1 の探索域を広げており、大きな峰の数は 2 個であり、それらは近い値を持っている。さらに、大域最大値は式(3)の境界上にある。以上から、計算例 2 は計算例 1 に比べて大域最大値を得にくい問題である。

なお、領域移動探索法の探索条件は、種の数が 25 個の時、リフレッシュ間隔を 4 回に 1 回、増殖倍率を 4 倍と設定している。また、種の数が 50 個の時、リフレッシュ間隔を 4 回に 1 回、増殖倍率を 3 倍と設定している。

これらの探索結果を表-1 と表-2 に示す。ここで、Ns は探索に使用する個体数、MV は探索された大域最大値、ITN は計算繰り返し回数を示す。NAS は、発生された乱数（種数）を表す。さらに、本探索法の個体数を変化させた時の収束状況を図-5 から図-10 に示す。なお、本探索法の計算繰り返し回数を 250 回と制限している。

本探索法による探索計算を行うに当たって、探索制御パラメータを以下のように設定した。

- (a) expand (領域拡大率) : 0.1
- (b) beta (個体の配置幅設定パラメータ) : 0.2
- (c) gamma : 0.4
- (d) eps (収束判定値) : ある 1 つの個体が正解値と 0.01 以

下の誤差の近似値に到達

表-1 各種計算法の結果の比較（計算例 1）

Ns	手法	MV	ITN.	NAS
25	領域移動	24416.02	390	17063
	本探索法	24415.93	195	-
50	領域移動	24416.04	678	50850
	本探索法	24415.93	199	-
75	本探索法	24415.93	238	-
-	モンテカルロ法	23445.93	-	100000
-	正解値	24416.03	-	-

表-2 各種計算法の結果の比較（計算例 2）

Ns	手法	MV	ITN.	NAS
25	領域移動	27604.18	587	25681
	本探索法	27604.12	180	-
50	領域移動	27604.21	1191	80025
	本探索法	27604.06	250	-
75	本探索法	27604.16	250	-
-	モンテカルロ法	22553.74	-	100000
-	正解値	27604.21	-	-

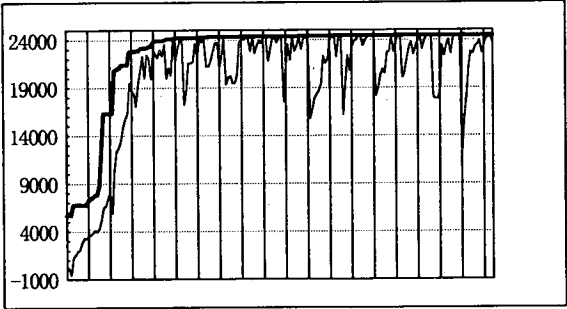


図-5 本探索法の収束性（計算例 1，Ns=25）

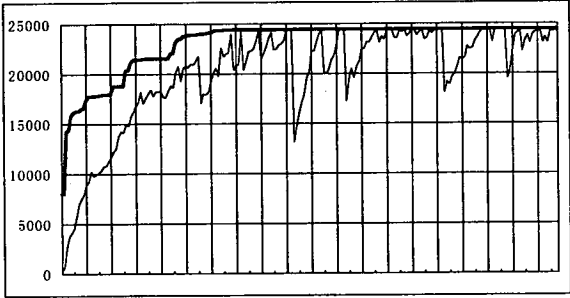


図-6 本探索法の収束性（計算例 1，Ns=50）

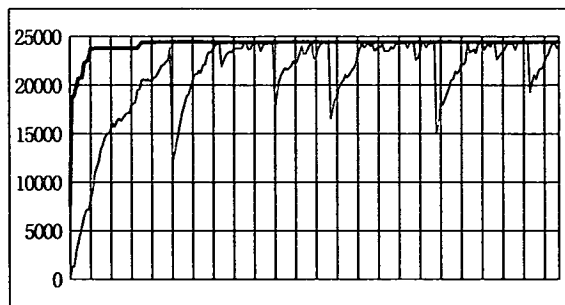


図-7 本探索法の収束性 (計算例1, $N_s=75$)

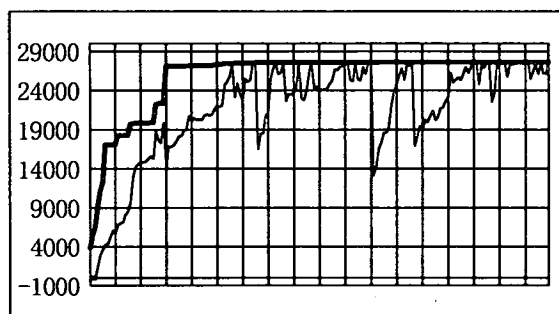


図-8 本探索法の収束性 (計算例2, $N_s=25$)

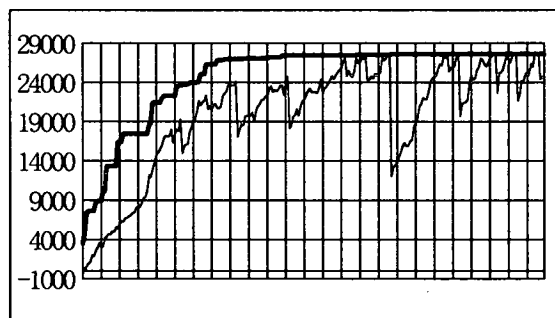


図-9 本探索法の収束性 (計算例2, $N_s=50$)

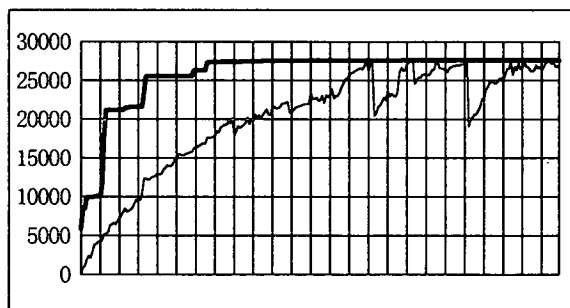


図-10 本探索法の収束性 (計算例2, $N_s=75$)

表-1と表-2を見ると、本探索法と領域移動探索法はともに良好な近似解を与えることが分かる。さらに、本探索法は、領域移動探索法のように計算過程において何回かの計算ステップ（リフレッシュ時）に一回、通常時の種の数の何倍かの種を生成する必要がなく、この点でも計算機への付加が小さくなっている。また、モンテカルロ法は、各変数に対して100,000個の乱数を発生させたが、正解値には収束していない。

一方、図-5から図-10は、本探索法の収束過程を

示している。この図の中の太線は最大値を、また、細線は平均値の収束過程を示している。なお、横軸は計算回数を示しており、1目盛りが10回の計算回数を示している。計算例1と2の最大値の個体数の収束過程への影響をみると、比較的類似した形状をしているが、収束性の良否を明確に判定することはできない。しかし、両計算例の収束曲線の形状が比較的類似していることが分かる。一方、平均値の方も、曲線形状が個体の増加に従って滑らかになっているとともに、それぞれ類似した形状となっているのがわかる。

次に、この探索法において導入している制御パラメータgammaの効果について調べる。本探索法は、確率探索法の一種であり、その探索結果は初期に発生された乱数の散らばり方に大きく依存する。従って、単に1つの計算結果からこの制御パラメータの効果を判断することはできない。従って、ここでは、0.1から0.9までのgammaに対してそれぞれ20回の探索計算を実施し、その最終到達値を求める。そして、この20個の結果の分布と統計値から、このパラメータの効果を判断することとする。

なお、ここでの繰り返し計算回数は200回に制限している。図-11は、この結果の分布状況を、また、表-3はこれらの統計値を示している。これらの結果から、gammaが0.4の 때가最も良好な結果を示すことが分かる。

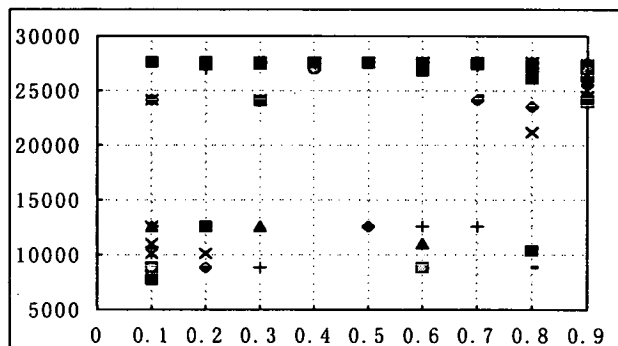


図-11 制御パラメータgammaの探索結果への影響

表-3 制御パラメータの効果に関する統計値

gamma	平均値	標準偏差	変動係数
0.1	17704.9	8216.4	0.464
0.2	20496.4	7744.9	0.377
0.3	25549.6	3261.1	0.127
0.4	27561.0	67.7	0.002
0.5	26843.0	1426.4	0.053
0.6	25018.4	4265.6	0.171
0.7	26472.9	1821.5	0.069
0.8	25105.9	3648.1	0.145
0.9	26355.4	991.4	0.038

4. 構造同定問題への適用

図-12に示すような2径間連続桁に対して、 X_{1i} と X_{2i} の荷重入力を与えられた場合の出力 Y_{1i} から、この系の構造特性を同定する。ただし、 i は1から4の値をとる。ここでは、構造同定手法としてよく使用されるGMDH (Group Method of Data Handling)を用いることにする。式(3)は、2入力1出力系の具体的な式である。ただし、GMDHは、入力パラメータの種類数(次元数)に応じて自動的に(自己組織化的に)2次の多項式を構築することによって、複雑な非線形系を精度よく同定することができる手法である。この探索では、式の各項の係数(a, b, c, d, e, f)を4つの入出力パターンから決定するものである。具体的には、式(4)に表-4の入力パターンを代入して、連立方程式を作成すればよい。ここでは、内容の単純化を目的として、多項式を具体的に書き下している。

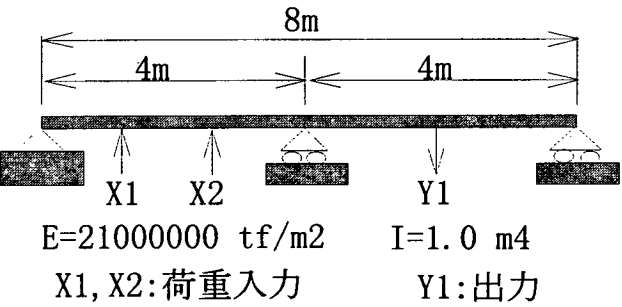


図-12 2入力1出力系構造同定モデル

$$Y_1 = aX_1^2 + bX_2^2 + cX_1X_2 + dX_2 + eX_2 + f \quad (3)$$

表-4は、入力パターン X_{1i} 、 X_{2i} と出力 Y_{1i} を示している。なお、出力値 Y_{1i} は1000倍した値としている。この係数を用いて同定した結果も表-4に示している。また、この探索計算の使用個体数を20個と40個にした時の収束過程を、図-13と図-14に示している。なお、 Y_{20} と Y_{40} は、それぞれ個体数が20個と40個の時の同定値を示している。また、表-5には、式(4)の各項にかかる係数(a, b, c, d, e, f)を示している。

この結果から、個体数が20個と40個で求めた係数(a, b, c, d, e, f)の値が異なっている。特に、 b と e の違いは大きい。ただし、表-4の Y_{20} と Y_{40} の差が非常に小さいことから、2つ以上の局所最小値が存在することが想定される。図-13と図-14から、使用する個体数が多い方が良好な収束性を示している。

表-4 入力荷重と出力変位(4入力パターン)

パターン	X_1, X_2	Y_1	Y_{20}	Y_{40}
1	0, 0	0.0000	0.0000	0.0000
2	0, 1	1.1161	1.1160	1.1160
3	1, 0	1.5625	1.5618	1.5627
4	1, 1	2.6786	2.6789	2.6781

表-5 方程式の各項の係数

N_s	a	b	c	d	e
20	0.6675	-1.4632	0.0011	0.8943	2.5792
40	0.6435	-2.2984	-0.0006	0.9192	3.4144

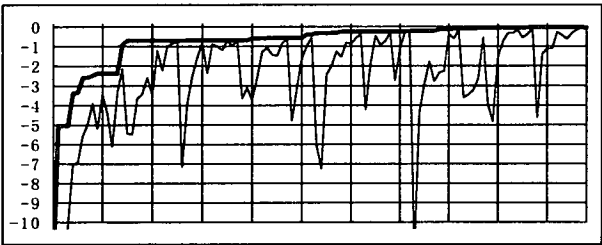


図-14 同定問題の探索過程 ($N_s=20$)

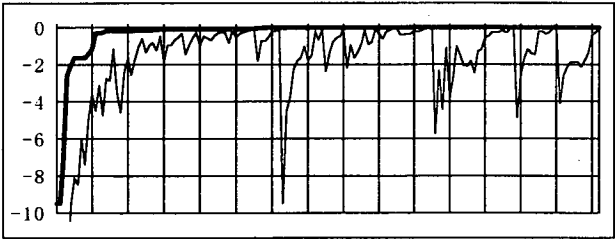


図-14 同定問題の探索過程 ($N_s=40$)

類似の同定問題として、図-15にある3入力1出力系の問題を考える。表-6にこの問題の8個の入力パターンを示している。この時のGMDHの多項式は式(5)のように表わされる。

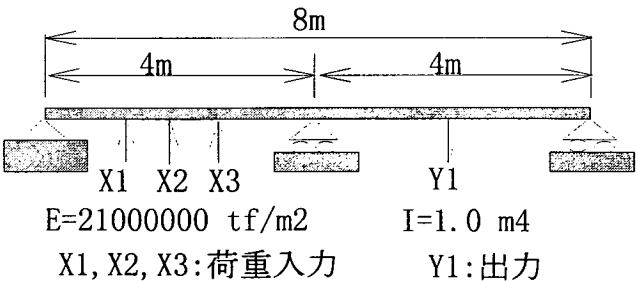


図-15 3入力1出力系構造同定モデル

$$Y_1 = aX_1^2 + bX_2^2 + cX_3^2 + dX_1X_2 + eX_2X_3 + fX_3X_1 + gX_1 + hX_2 + iX_3 + j \quad (5)$$

表-6 入力荷重と出力変位 (8入力パターン)

パターン	X1, X2, X3	Y1	Y20	Y40
1	0, 0, 0	0.0000	0.0000	0.0000
2	0, 0, 1	1.1161	1.0819	1.1120
3	0, 1, 0	1.7857	1.8233	1.7835
4	1, 0, 0	1.5625	1.5564	1.5766
5	0, 1, 1	2.9018	2.8994	2.9203
6	1, 0, 1	2.6725	2.7054	2.6749
7	1, 1, 0	3.3482	3.2691	3.3368
8	1, 1, 1	4.4643	4.4128	4.4599

表-6に入力パターン X_{1i} , X_{2i} , X_{3i} と出力 Y_{1i} を示している。なお、出力 Y_{1i} は1000倍した値を示している。 Y_{20} と Y_{40} はそれぞれ、使用した個体数に対応した出力値である。また、表-7には、式(5)の各項にかかる係数を示している。この結果から、同定された Y_{20} と Y_{40} は、ほぼ近い値を示しているものの、得られた係数(abcdefghij)はすべて、相当に異なった値を持っている。このことから、2入力1出力系の結果と同様、2つ以上の局所解を持っていることが想定される。

表-7 方程式の各項の係数

Ns	a	b	c
20	1.6378	2.5410	-0.1461
40	-0.3112	2.3210	2.1234
Ns	d	e	f
20	-0.1106	-0.0058	0.0676
40	-0.0233	0.0248	-0.0137
Ns	g	h	i
20	-0.0814	-0.7177	1.2280
40	1.8878	-0.5375	-1.0114

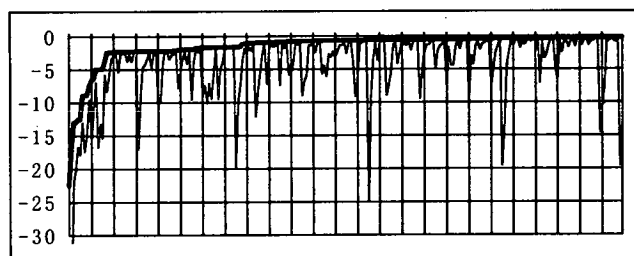


図-16 同定問題の探索過程 (Ns=20)

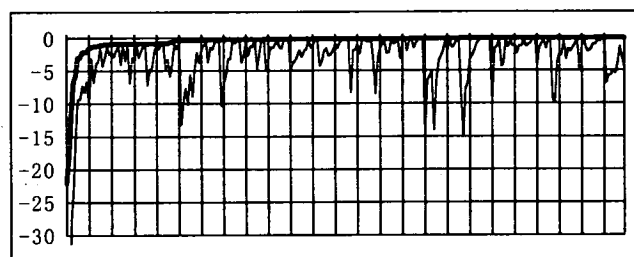


図-17 同定問題の探索過程 (Ns=40)

図-16と図-17は、使用する個体数による収束過程の変化を示しているが、使用する個体の数が多い方が良好な収束性を示している。また、20個の個体を用いた平均値の収束曲線の形状が、40個のものより複雑になっている。また、表-6から、 Y_{20} と Y_{40} の同定値を見ると、 Y_{20} の方が多少大きい目の誤差を持っているが、 Y_{40} の方は良好な結果を与えている。

5. まとめ

単純GAと領域移動探索法は、大域探索法として有効な手法であるが、その探索スピードが遅い所に難点がある。そこで、この点を解決するため、これらの手法とは異なる考え方に基づく探索手法を提案した。

この手法は、探索領域(環境)に独立に存在する多数の個体が互いに交信を持つことにより、劣悪な環境にある個体が良好な環境にある個体の方に近づいていき、最終的に大域最良値に到達するという簡単なものである。ここでは、本探索法の具体的な計算過程を説明し、実際にこれを多次元多峰性関数に適用することによって領域移動探索法やモンテカルロ法と比較し、良好な結果が得られることを確認した。さらに、最初に取り扱った多次元多峰性関数の一つを用いて、収束性の良否を左右する制御パラメータ γ の効果を正確に把握するため、制御パラメータ値を0.1から0.9まで0.1刻みで変化させながら各20回ずつ探索計算を実施し、それらの統計量からその効果を把握した。

最後に、2入力1出力系と3入力1出力系の構造同定問題として取り上げ、これらを表現する多項式の各項にかかる係数を決定するための探索計算を実施し、良好な結果を得ることができた。

参考文献

- 1) 北野宏明編: 遺伝的アルゴリズム, 産業図書, 1993
- 2) 樋口哲也, 北野宏明: 遺伝的アルゴリズムとその応用, 情報処理, Vol.34, pp.871-883, No.7, 1993.6
- 3) Hiroyuki SUGIMOTO: Discrete optimization of truss structures and genetic algorithms, proceedings of Korea and Japan seminar on structural optimization, pp.1-10, 1992.5
- 4) 古田秀博, 新井隆: 集団山登り法を用いた多次元多峰性関数の大域最適値の探索, 第18回構造工学のための数値解析シンポジウム論文集, Vol.18, pp.429-434, 1994.3
- 5) 古田秀博: 領域移動探索法における探索制御パラメータの影響に関する一考察, 構造工学論文集, Vol.42, pp.373-380, 1996.3
- 6) 津田孝夫: モンテカルロ法とシミュレーション-電子計算機の確率論的応用-, 培風館, pp.144-161, 1993