

(34) 連続・離散最適化手法による地盤の逆解析

System Identification of the Continuous and Discrete Optimization Method

望月 智也^{*} 須藤 敦史^{**} 星谷 勝^{***}
Tomoya MOTIZUKI Atsushi SUTOH Masaru HOSHIYA

In most system optimization approaches, continuous optimization techniques have often used. However, structural system parameters consist of both discrete and continuous elements.

In this study, an algorithm is proposed to estimate the discrete parameters based on an Importance Sampling procedure of Monte-Carlo method and to estimate the continuous parameters using the extended Kalman Filter. In this method, discrete parameters which are randomly sampled from an Importance Sampling, are updated with objective function and continuous parameters are identified the extended Kalman Filter.

Numerical examples are worked out to demonstrate discrete parameters and continuous parameters optimization of the proposed algorithm.

Key Words: Parameters Identification, extended Kalman Filter Monte-Carlo method, Importance Sampling

1. はじめに

地盤工学では、数値解析手法の発達や計算機の高速・大容量化に伴い、高度な解析が行われるようになっていくが、数値解析手法を用いて実際の地盤挙動を把握するには、力学モデルの選択や形状モデル化とともに、地盤の力学特性を正確に把握しなければならない。このような状況の中、逆問題が多くに分野で注目されている。

しかし従来の逆問題では、適当な離散化手法(数値解析手法)を用いて、その解析領域および内部の境界条件を既知とした場合の土質定数(ヤング率・ポアソン比)を推定する問題が多い。これらの逆問題では、解析対象領域を設定し、変位等で構成される目的関数を最小とするような未知数を推定するパラメータ推定問題となる。このような問題を解く手法としては、基本的にはGauss-Newton法¹⁾やKalman Filter²⁾等の目的関数の勾配を利用した連続最適化手法が広く用いられている。

しかし、適当な数値解析手法を用いても、解析モデルには地盤の状態を把握する上で重要な離散的な変数を有する場合が多く、連続・離散変数の逆解析の必要性が生じてきている。連続変数は前記したように、目的関数の勾配を用いるため極小解の探索は比較的容易であるが、離散変数を有する逆問題では組み合わせ最適化問題として定式化されるため極小解の探索が困難である。

このような状況下、杉本らは遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm:GA)を用いて、土留め壁に作用する土圧を離散パラメータとし、逆解析を行っている¹⁾。また、著者らは離散変数の組み合わせ最適化問題に対して確率的手法としてシミュレーションを基本とした手法(修正インボリューション・サンプリング法)²⁾の提案を行っている。この修正インボリューション・サンプリング法は、発生確率の高い領域にサンプルを集中させることで少ないサンプル数で効率的に最適解を求めようとする手法である。

*	博士(工学)	武蔵工業大学 大学院修士課程	(〒158 東京都世田谷区玉堤1-28-1)
**	Ph.D.	(株)地崎工業 技術開発部 主任研究員	(〒105 東京都港区西新橋2-23-1)
***		武蔵工業大学 工学部 土木工学科 教授	(〒158 東京都世田谷区玉堤1-28-1)

本研究では、離散・連続変数の逆解析の基礎的な考察を目的として、拡張カルマンフィルタを基本とした手法³⁾と修正インボータス・サンプリングを組み合わせ、システムの連続変数と離散変数を同時に推定するアルゴリズムの検討を行っている。数値計算例の具体的な手順は、まず有限要素法の解析対象領域を未知(離散変数)とし、ランダムに複数の組み合わせ(解候補)を設定する。次に、設定した離散変数に対応する連続変数(ヤング率)を拡張カルマンフィルタを基本とした手法(EK-WLI-FEM)により同定を行い、観測変位と収束変位との差を目的関数として修正インボータス・サンプリング法により最適な離散要素の候補(領域)を選定する。この手順を数回行うことにより、最適な離散・連続変数の解を求めていく手法である。

2. 連続・離散最適化手法のアルゴリズム

拡張カルマンフィルタでは、地盤定数等の連続変数を観測変位量に基づいて推定する。また有限要素法では要素分割を行うため、地質や地層の構成はあらかじめ設定していなければならない。しかし、実際の逆解析問題では、限られた情報(ボーリングデータ等)しかない場合が多く、正確な層構成を推定する必要が生じる。そこで本解析では、有限要素法における層構成や層数を離散変数とし、その地盤定数(ヤング率)を連続変数と仮定する。

一般的に最適化問題は目的関数を用いて式(1)のように表される⁴⁾。

$$\text{目的関数: } Z(y) = [g_1(y), g_2(y), \dots, g_n(y)] \quad (1.a)$$

$Z(y)$: 目的関数, y : 変数ベクトル

$y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$, m : 要素個数

$g_n(y)$: システム要素, n : システム個数

$$Z(y) \rightarrow \min \text{ or } \max$$

$$\text{制約条件: } y \in S \quad \text{ただし} \quad S \subset \Omega \quad (1.b)$$

Ω : 基本空間, S : 許容領域集合

最適化は、許容領域集合に属する変数ベクトル(連続・離散変数)のうちで目的関数を最小もしくは最大にする解または解候補を求める問題となる。

2. 1 離散最適化手法

ここで、問題を離散変数を有するシステムの最適化問題を考える。このような離散変数の組み合わせ最適化問題は、対象となる基本空間における確率により期待値を可能領域で最大にする問題となる。しかし、各確率変数の確率が既知でないため、期待値を推定しながら最適化を行う必要が生じる。

ここで、有限要素法の分割要素における層数と構成要素を離散変数とし、ランダムに発生させた k 組目のサンプリングベクトルは式(2)に示すようになり、そのときに目的関数を式(3)に示す。

$$y^k = \{y_1^k, y_2^k, \dots, y_{m_2}^k\} \quad (2)$$

$$Z(y^k) = [g_1(y^k), g_2(y^k), \dots, g_n(y^k)] \quad (3)$$

m : 離散変数の個数, k : サンプリング組数

そこで、モンテカルロ法の一解析手法であるインボータス・サンプリング法を適用し、確率変数をランダムに発生させ目的関数値より期待値を推定する。この方法は、期待値が存在する可能性の高い領域にサンプリングを集中させ近似的に期待値を推定してゆく手法である。

ここで、最適化は式(4)に示すように目的関数の最小値が得られる解の組み合わせを探索する問題となる。

$$Z(y^k) \rightarrow \min \quad (4)$$

2. 2 拡張カルマンフィルタ³⁾

拡張カルマンフィルタは非線形連続型状態方程式と非線形離散型観測方程式を基本式として構成したものである。

$$dX/dt = f(Xt, t) + Gwt \quad (5)$$

$$Yt_k = h(Xt_k, t_k) + vt_k \quad (6)$$

Xt, Xt_k : 連続型, 離散型状態ベクトル

Yt_k : 観測ベクトル, Gt : 変換行列

wt : システムノイズ, vt_k : 観測ノイズ

拡張カルマンフィルタは、基本式(5), (6)を推定状態ベクトル近傍で線形化し漸化的な最適状態ベクトルの推定アルゴリズムを構成したものである。(詳細は文献5)を参照)

一般に有限要素法の支配方程式は次式で示される。

$$[K]u = f \quad (7)$$

$[K]$: 剛性マトリクス

u : 変位ベクトル, f : 荷重ベクトル

拡張カルマンフィルタの観測方程式は、観測値に観測ノイズを加えたものと仮定すると、観測方程式を有限要素法の支配方程式で表すと以下ようになる。

$$Y_i = [K]^{-1} f + v_i \quad (8)$$

ここで、地盤定数(ヤング率)を要素とする状態ベクトルは時間的に遷移しないと仮定し、観測値を基に状態ベクトルを推定する。また、観測値はある時刻において計測された値であるため、状態ベクトル推定の繰り返し計算は時間に関係なくステップ回数となる。

2. 3 解析アルゴリズム

本解析の手順を図-1に示し、以下に詳細を記述する。

1). 図より推定する層数を設定層以下とし、層数と各層の厚さ(離散変数)をランダムに1組設定する。設定された解析モデルのヤング率(連続変数)を観測値とEK-WLI-FEMにより推定し、この手順をN回繰り返す。

2). 式(9)に示すような各解析で推定した領域とヤング率により求めた推定観測変位と観測値の差を目的関数とする。

$$Z(y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (9)$$

y_i : 観測変位, $\hat{y}_i$: 推定変位, N : 観測点数

3). この目的関数の平均値を求め、平均値より小さい目的関数値を示す解析モデルが解の候補集合となる。次に、この集合の範囲を調べ次ステップの層数と層厚を発生させる許容領域とする。

4). 3)において限定された許容領域において手順1)~3)をM回繰り返し、層数と層厚および各ヤング率を推定する。

ここで、拡張カルマンフィルタによる推定計算は収束しない場合も領域限定の操作基準としている。

3. 数値 解析

3. 1 解析例(1)

提案手法の連続・離散変数の逆問題への適応性を確認する目的で、図-2に示すような解析モデル(1)において構成層数、厚とそのヤング率を推定する問題を検討する。

図-2は80個の要素に分割した有限要素モデルであり、基本モデルは3層より構成され上層より $E_1 = 1,000 \text{ tonf/cm}^2$, $E_2 = 1,500 \text{ tonf/cm}^2$, $E_3 = 2,000 \text{ tonf/cm}^2$, ポアソン比は0.3とし、10tonfの荷重が鉛直方向に作用する2次元平面歪問題として図中の●印(4点)の観測変位を計算している。

本手法では、ヤング率は拡張カルマンフィルタの状態ベクトルの要素としているため、同定すべき個数は解析モデルの設定(ランダムサンプリング)により決定し、これにより状態方程式を作成する。

次に、各状態ベクトルの初期値を $E_i = 1,000 \text{ tonf/cm}^2$ と設定し

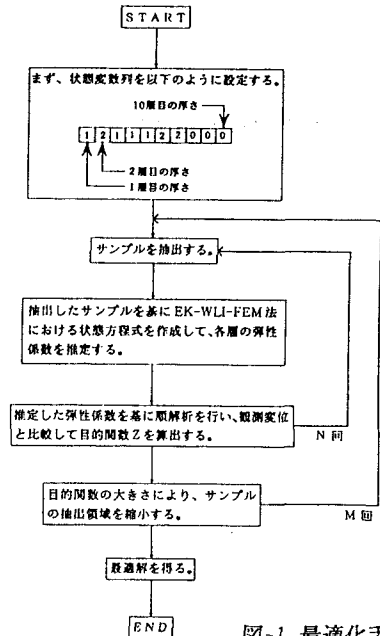
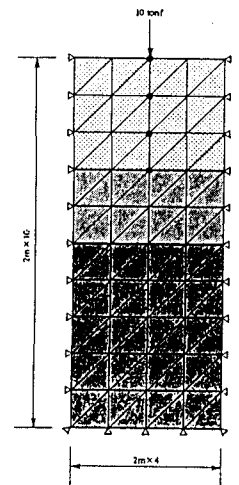


図-1 最適化手順



● 観測点
□ 1,000.00 tonf/cm²
■ 1,500.00 tonf/cm²
■ 2,000.00 tonf/cm²

図-2 解析モデル(1)

EK-WLI-FEMにおいて10回の繰り返し計算を行い、状態ベクトルを推定する。ここで、隣り合う層の同定値の差が 50tonf/cm^2 以下の場合には、1層として再度計算を行う。また、ランダムサンプリングにより層の厚さが0になった場合には、下層の層番号を繰り上げる操作を行っている。なお、インボータンスサンプリングの解析パラメータは、解候補数 $N=20$ 、減少個数4、最適化の計算回数 $M=5$ とし、縮小以前の領域における解候補に抽出率を10%としている。また、図-2より層数の上限は10層となる。本解析で得られた目的関数を図-3に、解析結果を図-4に示す。図より目的関数は一様に減少し、最小目的関数を示すモデルは設定したモデルが得られた。

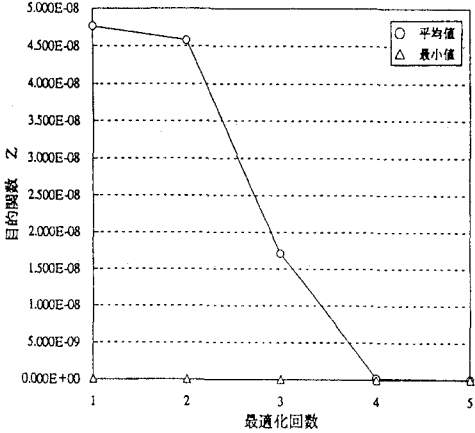


図-3 目的関数値(1)

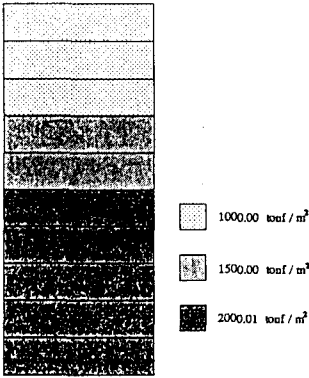


図-4 解析結果(1)

3. 2 解析例(2)

次に、図-5に示すような地盤モデル(2)を設定し、同様に構成層数、厚とそのヤング率を推定する問題を検討した。本解析では、モデルの要素分割が多いため離散変数列が多くなる。そこで鉛直方向の要素列を1ブロックとして離散変数列を構成し解析を行っている。なお、層数の上限は4層以下としている。観測値は図-6に示した6点の変位を用い、インボータンスサンプリングの解析パラメータは解候補数 $N=50$ 、減少個数5、最適化の計算回数 $M=10$ とし、縮小以前の領域における解候補に抽出率は同様に10%としている。また、各状態ベクトルの初期値を $E_i = 2,000\text{tonf/cm}^2$ と設定し、EK-WLI-FEMにおいて15回の繰り返し計算で状態ベクトルを推定している。

本解析においても、隣り合う層の同定値の差が 50tonf/cm^2 以下の場合には、1層として再度計算を行っている。本解析で得られた目的関数を図-6に、解析結果を図-7に示す。図-6より目的関数は一様に減少し、最小目的関数を示すモデルは設定したモデルに近い地盤の状態を推定することができた。

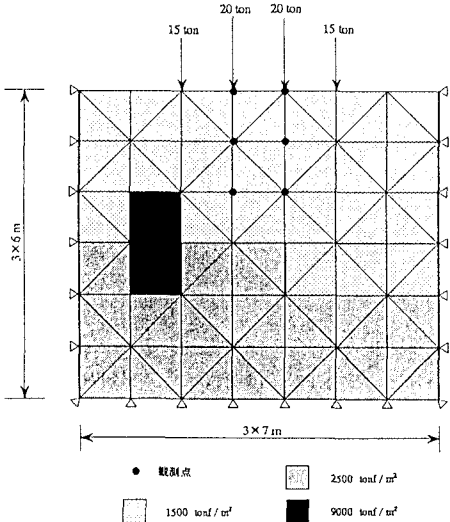


図-5 解析モデル(2)

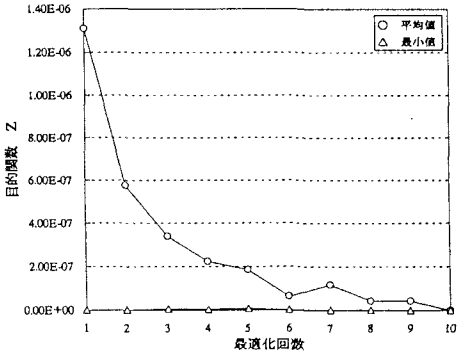


図-6 目的関数(1)

4. 結 論

本研究では、離散・連続変数の逆解析の基礎的な考察を目的として、拡張カルマンフィルタを基本とした手法と修正インホーナス・サンプリングを組み合わせ、システムの連続変数と離散変数を同時に推定するアルゴリズムの検討を行い、その適用性を数値解析により検証した結論を以下に示す。

- (1) 離散変数をランダムサンプリングにより仮定することにより、システム中の離散・連続変数の逆解析が基本的に可能である。
- (2) 推定する離散変数が多くなると、目的関数に関数曲面が多峰性を示すと考えられるため、探索領域が縮小してしまい推定値は近似解になる。
- (3) 連続変数は拡張カルマンフィルタを基本とした手法で、安定した推定値が得られた。

参考 文献

- 1) 森 一功・尾崎 詔・杉本博之・酒井邦登・満尾 淳・渋谷重彦:
GAによる地盤物性値の逆解析および土留めの予測解析について,
土木学会北海道支部論文報告集, pp. 324-329, 1995.
- 2) 須藤敦史・星谷 勝・宮沢和樹: 遺伝的要素を考慮したインホーナス・サンプリングによる離散型変数を有するシステムの最適化, 土木学会論文集, No. 519/I-32, pp. 223-232, 1995.
- 3) 須藤敦史・星谷 勝: EK-WLI法と有限要素法を用いた逆解析,
土木学会論文集, No. 446/I-19, pp. 177-185, 1992.
- 4) 土木学会構造工学委員会編: 構造システムの最適化-理論と応用-, 土木学会, 1988.
- 5) Jazwinski, A. H.: Stochastic Process and Filtering Theory,
Academic Press, pp. 266-286, 1970.

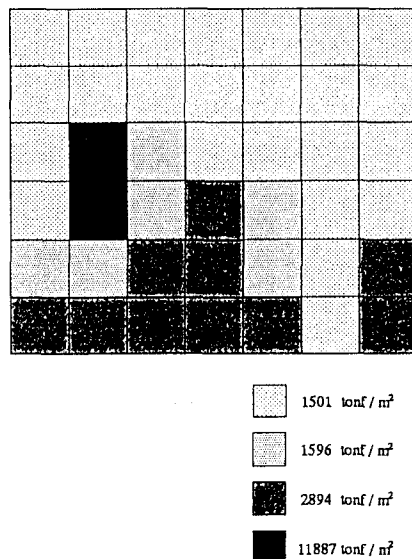


図-7 解析結果(2)