

(28) 多目的最適化手法による塑性骨組構造の終局耐力解析法

NON-PROPORTIONAL COLLAPSE LOAD ANALYSIS OF SKELETAL STRUCTURES
BY THE SATISFICING TRADE-OFF METHOD

三原徹治* 木村貴之** 千々岩浩巳***
Tetsuji MIHARA Takayuki KIMURA Hiromi CHIJIWA

This paper presents a multiobjective programming approach to the collapse load analysis of skeletal structures subjected to non-proportional loadings by using the satisficing trade-off method. A linear multiobjective problem that entails the maximization of load factors is formulated as the unified form of the non-proportional collapse load analysis. And it is transformed into a linear one-objective problem by using the satisficing trade-off method. Several cases are analyzed to illustrate the scope and application of the approach.

Key Words : non-proportional collapse load analysis, skeletal structure, satisficing trade-off method.

1. 緒言

構造物全体の塑性終局耐力解析は構造物が塑性崩壊状態を起こす荷重量を求めることであり、通常、基準とする荷重量（基準荷重量）が比例的に変化するという比例荷重を仮定し、その荷重係数を最大化する線形計画法（LP）による解法が用いられている¹⁾。この種研究を非比例荷重を受ける場合に拡張するため、著者らは非比例荷重が複数の比例荷重の重ね合せという仮定を用いて塑性解析基本式を多目的なLPとして定式化し、さらに満足化トレードオフ法における補助的スカラー化手法²⁾により単一目的のLPに変換されることを提示した³⁾。しかし、数値計算例の主眼が解法の妥当性の確認と得られる崩壊荷重係数の組合せ（Pareto解集合）の性質の検討にあったため荷重系は形式別に設定され、例えば土木構造物に作用する風荷重と地震荷重のような荷重起因など基本的には異なるが同じ形式の荷重系（同一形式荷重）の影響に関する検討はなされていない。

本研究は、非比例荷重を受ける骨組構造の塑性解析において同一形式荷重が及ぼす影響を検討するため、一定の基準荷重量を分配係数により複数の荷重系の基準荷重量とする方法を採用した解析基本式を多目的なLPとして定式化し、先の研究²⁾と同様に満足化トレードオフ法における補助的スカラー化手法により単一目的のLPに変換した後、数値計算例によりその特性分析を試みたものである。なお、本研究では慣用の剛塑性理論にしたがい、分布荷重は等価な集中荷重に置換できるものとする。

2. 同一形式荷重に対して分配係数を導入した塑性解析基本式

構造物に作用する非比例荷重系が n 個の荷重系 F_i ($i=1..n$)の重ね合せであり、しかも各荷重系 F_i が m_i 個の

*	工博	九州共立大学助教授	工学部土木工学科	(〒807	北九州市八幡西区自由ヶ丘1-8)
**		九州共立大学助手	工学部土木工学科	(〒807	北九州市八幡西区自由ヶ丘1-8)
***		第一復建係	技術開発室	(〒812	福岡市博多区博多駅南3-5-28)

比例荷重で構成され、その荷重係数を α_{fi} ($i=1..m_f$)とすれば、塑性解析の静的定理から構造物の終局耐力解析の基本式は次式のように定式化することができる。

既知数： $C, n, m_f (f=1..n), \mu_{fi} (i=1..m_f, f=1..n), F_f (f=1..n), F^D, N, R$

未知数： $\alpha_{fi} (i=1..m_f, f=1..n), Q$

目的関数： $\alpha_{fi} \rightarrow \max. (i=1..m_f, f=1..n)$ ----- (1a)

制約条件： $C^T Q = \sum_{f=1}^n \sum_{i=1}^{m_f} \alpha_{fi} \mu_{fi} F_f + F^D$ ----- (1b)

$N^T Q \leq R$ ----- (1c)

式(1b)は対象構造の幾何的条件から求められる適合マトリックスが変化しないことを前提とした「構造全体における内力と外力は常につり合いを保つ」という平衡条件を、式(1c)は「どのような荷重が作用しても崩壊状態において内力は降伏面の内側になければならない」という降伏条件を示す。よって式(1)はこれらの制約条件を満足しながら式(1a)に示す各荷重係数値を最大化する内力状態を求める多目的LPである。

ここに C は適合マトリックス、 n は作用荷重系の総数、 m_f は f 番目の荷重系の同一形式荷重数、 μ_{fi} は f 番目の荷重系の同一形式荷重の分配係数、 F_f は f 番目の荷重系の基本となる荷重ベクトル、 F^D は変動を考慮しない固定荷重ベクトル、 N は降伏面における単位法線マトリックス、 R は塑性容量ベクトル、 α_{fi} は荷重係数、 Q は内力(断面力)ベクトルであり、上付き添字 T は転置マトリックスを示す記号である。ここで N, R は本来 Q の値によって変化するものであるが、線形化降伏条件⁴⁾を導入することにより N は既知定数化でき、また R についても構造物が崩壊状態に至るまで不安定現象が生じないという剛塑性理論の仮定から定数(既知)とすることができる。

式(1)において各荷重系 F_f の同一形式荷重数 m_f をすべて1とすると文献3)で提示した解析基本式に一致することから式(1)がさらに一般化された解析基本式であることがわかる。一般に、この種多目的問題の解はPareto解(他の目的を犠牲にすることにより、ある目的を改良することができる解)として得られ、式(1)の場合には他の荷重係数値を小さくすることにより、ある荷重係数値を大きくすることができる荷重係数値の組合せを求めることになる。このような組合せを求めるため本研究では満足化トレードオフ法における補助的スカラー化手法、すなわち式(1a)に示す各目的に対して理想点(以下、下付き添字 S で示す)と希求水準(以下、下付き添字 A で示す)を用いて満足度関数を定義し、各満足度の均一化によりPareto解を求める手法を用いる。式(1)は次式のように変換される。

既知数： $C, n, m_f (f=1..n), \mu_{fi} (i=1..m_f, f=1..n), F_f (f=1..n), F^D, N, R,$

$\alpha_{fiA} (i=1..m_f, f=1..n), \alpha_{fiS} (i=1..m_f, f=1..n)$

未知数： $Z, \alpha_{fi} (i=1..m_f, f=1..n), Q$

目的関数： $Z \rightarrow \min.$ ----- (2a)

制約条件： $C^T Q = \sum_{f=1}^n \sum_{i=1}^{m_f} \alpha_{fi} \mu_{fi} F_f + F^D$ ----- (2b)

$N^T Q \leq R$ ----- (2c)

$\alpha_{fi} - (\alpha_{fiA} - \alpha_{fiS}) Z \geq \alpha_{fiS} \quad (i=1..m_f, f=1..n)$ ----- (2d)

式(2)は、式(1)と同様の平衡条件と降伏条件(式(2b, c))の他に式(2c)に示す各荷重係数の最大化の満足度が全体の満足度 Z を越えないという条件をも満足しながら全体の満足度 Z の最小化を図ることにより結果的に各満

足度の均一化を実現するもので、式(1)と異なり単一目的のLPであるので理想点 α_{iis} と希求水準 α_{iik} が与えられると従来のLP解法を用いて容易に解くことができる。

3. 数値計算例

本解析法の妥当性・適用性を基本的に検討するため図-1に示す2層1スパンラーメン構造の終局耐力解析を行う。すべての部材の全塑性性モーメント $M_P=5.0wL$ 、作用荷重系の総数 $n=3$ とし、そのうち第1荷重系を同一荷重形式とする。具体的には各作用荷重系に対して表-1のような $P_1\sim P_4$ 値を設定する。

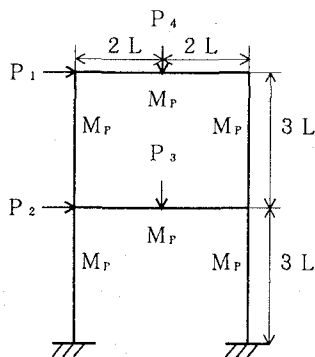


図-1 対象構造の構造・載荷形式

表-1 各作用荷重系の荷重量				
f / i	P_1	P_2	P_3	P_4
1 / 1	$\alpha_{11}\mu_{11}w$	$2\alpha_{11}\mu_{11}w$	0	0
1 / 2	$\alpha_{12}\mu_{12}w$	$2\alpha_{12}\mu_{12}w$	0	0
2	0	0	$6\alpha_2w$	0
3	0	0	0	$3\alpha_3w$

表-2 解析結果の一例					
μ_{11}	α_{3A}	α_{11}	α_{12}	α_2	α_3
0.1	1.0	1.236	2.332	1.236	0.141
	2.0	1.170	2.274	1.170	1.170
	3.0	0.476	1.667	0.476	1.667
0.2	1.0	1.358	2.438	1.358	0.278
	2.0	1.228	2.325	1.228	1.228
	3.0	0.476	1.667	0.476	1.667
0.3	1.0	1.476	2.542	1.476	0.411
	2.0	1.285	2.375	1.285	1.285
	3.0	0.476	1.667	0.476	1.667
0.4	1.0	1.592	2.643	1.592	0.541
	2.0	1.342	2.424	1.342	1.342
	3.0	0.476	1.667	0.476	1.667
0.5	1.0	1.704	2.741	1.704	0.667
	2.0	1.398	2.473	1.398	1.398
	3.0	0.476	1.667	0.476	1.667

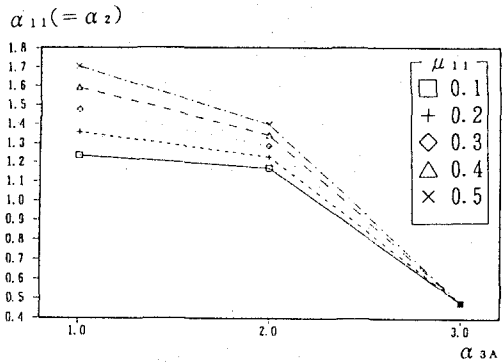


図-2(a) $\alpha_{3A}\sim\alpha_{11}(=\alpha_2)$ 関係

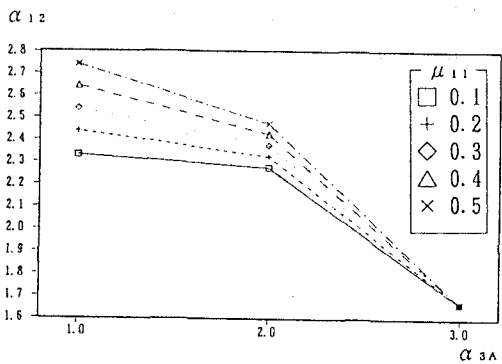


図-2(b) $\alpha_{3A}\sim\alpha_{12}$ 関係

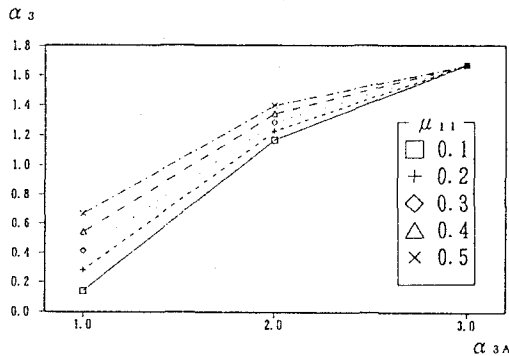


図-2(c) $\alpha_{3A}\sim\alpha_3$ 関係

解析結果の一例として $\mu_{11}=0.1\sim0.5$ ($\mu_{11}+\mu_{12}=1.0$ より $\mu_{12}=0.9\sim0.5$), $\alpha_{3A}=1.0\sim3.0$ と変化させたときの解析結果を表-2に示す。その他の計算パラメータは $\alpha_{11A}=\alpha_{2A}=2.0$, $\alpha_{12A}=3.0$, すべての理想点を10.0に固定した。また μ_{11} 値をパラメータとして α_{3A} と $\alpha_{11}(=\alpha_2)$, α_{12} および α_3 の関係を図-2に示す。

表-2においていずれのケースでも $\alpha_{11}=\alpha_2$ が得られている。これらの目的に関する理想点・希求水準値が等しく、しかもそれらの満足度が均一化された結果であることがわかる。すなわち、式(1)の解析基本式を満足化トレードオフ法によって解く場合に単一目的LPとして式(2)へ変換することの妥当性が認められる。

次に α_{3A} 値を大きくすると α_3 のみ増大傾向を示し他の荷重係数は小さく抑えられ、これらがトレードオフの関係にあることが明確に表れている。

また $\alpha_{3A}=3.0$ のとき μ_{11} 値にかかわらず全く同じ結果が得られている。使用した計算パラメータにおいては $\alpha_{3A}=3.0$ が同一形式荷重の分配係数 μ_{11} および μ_{12} の影響を無視してしまうほど大きな値であることがわかる。 α_{3A} が大きくなると μ_{11} 値の影響が小さくなる傾向は図-2においても顕著である。しかし $\alpha_{3A}=1.0$ では、例えば図-2(c)に示す α_3 値は0.141($\mu_{11}=0.1$ のとき) $\sim$ 0.667($\mu_{11}=0.5$ のとき)と約4.7倍の違いが見られるなど、同一形式荷重に対する荷重分配係数の影響は無視できないことがわかる。

4. 結 言

本研究では、例えば土木構造物に作用する風荷重と地震荷重のような荷重起因など基本的には異なるが同じ形式の荷重系(同一形式荷重)の影響も含んだ塑性終局耐力解析の一般化のため多目的最適化手法を用いた方法を提示した。得られた成果等を列挙すると以下のようである。

- ・同一形式荷重に対する荷重分配係数を導入することにより、塑性終局耐力解析の一般的な解析基本式を多目的LP問題として定式化することができた。さらに解析基本式を満足化トレードオフ法における補助的スカラ化手法を適用し容易に解くことができる単一目的LPへ変換した。
- ・簡単な数値計算例から荷重分配係数の影響を無視することができない場合があり、それは希求水準値との相互関係にあることが判明した。

参 考 文 献

- 1)石川信隆,大野友則:入門・塑性解析と設計法,森北出版,1988.5.
- 2)中山弘隆:多目的計画に対する満足化トレードオフ法の提案,計測自動制御学会論文集,第20巻第1号,pp.29~35,1984.1.
- 3)三原徹治,千々岩浩巳,石川信隆,太田俊昭:多目的計画法を用いた骨組構造の塑性解析に関する一考察,構造工学論文集,Vol.38A,pp.467-476,1992.3.
- 4)石川信隆,大野友則,岡元北海:立体骨組構造の最適塑性設計に関する一考察,土木学会論文報告集,第279号,pp.45~59,1978.11.