

(24) FRP積層円筒殻の座屈設計問題への進化アルゴリズムの応用

Application of Evolutionary Algorithms to Buckling Design of FRP Laminated Cylindrical Shells

青木 義男* 邊 吾一** 佐藤 良一***
Yoshio AOKI Goichi BEN Ryoichi SATO

In order to maximize the buckling load of FRP laminated angle-ply cylindrical shells, the optimization of stacking sequence in these shells is studied by use of Genetic Algorithms. In the first part of this paper, various genetic parameters including the population size, the probability of mutation and the probability of crossover are tuned by numerical calculations and hybrid genetic algorithm using a Evolutionary Programming is proposed. The advantage of this approach in producing conventional nonlinear programming is discussed.

Some examples of optimal stacking sequences for CFRP laminated cylindrical shells under axial compression are presented. As a result, it is shown that there are many different optimal stacking sequences which give the almost same buckling load.

Keyword : Stacking Sequence, Genetic Algorithms, FRP, Optimization, Buckling, Cylindrical Shells

1. はじめに

CFRP積層円筒殻は、近年の航空宇宙分野における構造要素に多く利用されるようになってきたが、その構造特性を十分に引き出すためには入念な材料設計が要求される。特に座屈設計については、その用途に応じて軸圧縮、せん断、曲げおよび半径方向外圧などの各種外荷重に対する検討が必要となる。これまで、複合材料積層円筒殻の座屈解析は多くの研究者によって行われているが、座屈荷重を最大化する積層構成を最適設計手法によって求めている研究例は比較的少なく、平野⁽¹⁾や小野田⁽²⁾の直接探索法(DSM)を用いた軸圧縮座屈に対する最適設計例およびY. S. Nshanianら⁽³⁾やG. Sun⁽⁸⁾の軸圧縮および半径方向外圧座屈に対する最適設計例などが代表的である。これらの文献中では、数理計画法に基ずく最適値探索では得られる最適解が初期値によって変動することが指摘されており、解空間の大局的な最適解探索が可能な最適化手法の導入が重要課題と思われる。生物進化の原理に着想を得た進化アルゴリズム(EA)は非線形性をもつ関数の最適化や組み合わせ最適化問題の新しい解法として注目され、最近、種々の工学的応用

* 工博 日本大学専任講師 理工学部精密機械工学科 (〒274 千葉県船橋市習志野台7-24-1)
** 工博 日本大学教授 生産工学部機械工学科 (〒275 千葉県習志野市泉町1-2-1)
*** 工博 日本大学教授 理工学部精密機械工学科 (〒274 千葉県船橋市習志野台7-24-1)

が試みられている。複合材料積層板については、R. L. Riche⁽⁴⁾、福永⁽⁵⁾および轟⁽⁶⁾の遺伝的アルゴリズムを用いた積層構成最適化の研究例がみられる。

本報告では、軸圧縮荷重や半径方向外圧の作用するCFRP積層円筒殻の座屈荷重を最大化する積層構成の最適化に、遺伝的アルゴリズム(GA)による大域的探索と進化プログラミング(EP)による局所探索を組み入れたEAを適用し、その有効性と適用可能性を調べる。また、EAに付随する戦略(strategy)の組み合わせやそのパラメータチューニングについても言及する。

2. 理論および最適化

図1に示すような半径R、殻長L、板厚tのN層積層されたCFRP円筒殻について軸方向、円周方向、半径方向の座標をそれぞれx、 ϕ 、zとする。i層内の繊維の50%は軸方向に対して $+\theta_i$ 、残りの50%は $-\theta_i$ 方向に配向され、かつ各層厚さは全てhで等しいとしたとき、両端単純支持条件のCFRP円筒殻の軸圧縮座屈応力 $\bar{N}_x/t$ は、Tasi⁽⁷⁾の導いた基礎式を用いて以下のように与えられる。

$$\left(\frac{\bar{N}_x}{t}\right)_s = \frac{2}{Rt} \sqrt{\frac{d_{11}}{a_{22}}} \left\{ \sqrt{1 + \frac{b_{12}^2}{a_{22}d_{11}}} + \frac{b_{12}}{\sqrt{a_{22}d_{11}}} \right\} \quad (\text{軸対称座屈 } n=0 \text{ の場合}) \quad (1)$$

$$\left(\frac{\bar{N}_x}{t}\right)_u = \frac{1}{Rt} \sqrt{\frac{d_{22}}{a_{11}}} \left\{ \Omega_1 + \frac{(\Omega_3 + \sqrt{\Omega_1\Omega_2 + \Omega_3^2})^2}{\Omega_2} \right\} / \sqrt{\Omega_1\Omega_2 + \Omega_3^2} \quad (\text{非軸対称座屈 } n \neq 0 \text{ の場合}) \quad (2)$$

$$\text{ここで } \Omega_1 = \frac{a_{11}d_{11}}{a_{22}d_{22}}\mu^4 + 2\frac{d_{12} + 2d_{66}}{\sqrt{d_{11}d_{22}}} \sqrt{\frac{a_{11}d_{11}}{a_{22}d_{22}}}\mu^2 + 1, \quad \Omega_2 = \mu^4 + 2\frac{a_{12} + 0.5a_{66}}{\sqrt{a_{11}a_{22}}}\mu^2 + 1$$

$$\Omega_3 = \frac{b_{12}}{a_{22}}\sqrt{\frac{a_{11}}{d_{22}}}\mu^4 + 2\frac{\{0.5(b_{11} + b_{22}) - b_{66}\}}{\sqrt{a_{22}d_{22}}}\mu^2 + \frac{b_{21}}{\sqrt{a_{11}d_{22}}}, \quad \mu^2 = \frac{\lambda^2}{n^2} \sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}}, \quad \lambda = \frac{m\pi R}{L}$$

なお、 a_{ij} 、 b_{ij} および d_{ij} はコンプライアンス行列成分、mは座屈モードの軸方向半波数、nは周方向波数である。座屈応力値としては軸対称座屈波形[式(1)]と非軸対称座屈波形[式(2)]の両方で低い値を示す方を採用した。また、半径方向外圧を受ける場合の座屈荷重は次式によって得られる⁽⁸⁾。

$$\bar{N}_r = pR = \left(\frac{R}{n}\right)^2 \left(T_{33} + \frac{2T_{12}T_{13}T_{23} - T_{11}T_{23}^2 - T_{22}T_{13}^2}{T_{11}T_{22} - T_{12}^2} \right) \quad (3)$$

ここで、係数 T_{ij} ($i, j=1, 2, 3$)は、剛性行列成分 A_{ij} 、 B_{ij} 、 D_{ij} を用いた次の各式によって求める。

$$T_{11} = A_{11}(m\pi/L)^2 + A_{66}(n/R)^2, \quad T_{12} = (A_{12} + A_{66})(m\pi/L)(n/R)$$

$$T_{13} = (A_{12}/R)(m\pi/L) + (B_{12} + 2B_{66})(m\pi/L)(n/R)^2 + B_{11}(m\pi/L)^3, \quad T_{22} = A_{22}(n/R)^2 + A_{66}(m\pi/L)^2$$

$$T_{23} = (A_{22}/R)(n/R) + (B_{12} + 2B_{66})(m\pi/L)^2(n/R) + B_{22}(n/R)^3$$

$$T_{33} = D_{11}(m\pi/L)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})(m\pi/L)^2(n/R)^2 + D_{22}(n/R)^4 + (2B_{22}/R)(n/R)^2 + A_{22}/R^2 + (2/R)B_{12}(m\pi/L)^2$$

3. EAによる最適化

CFRP積層円筒殻の座屈設計では、検討しなけ

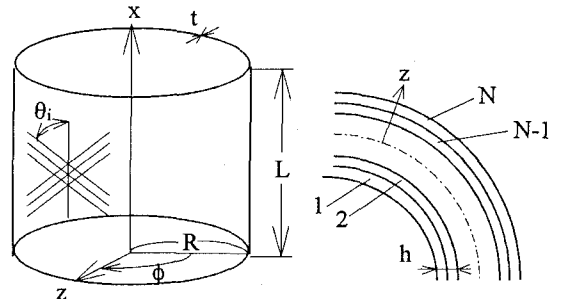


図1 FRP積層円筒殻

ればならないパラメータが積層構成以外にも積層数や構成材料さらには形状比にまでおよぶ。この種の問題は離散変数の組み合わせ最適化問題の典型的な例であり、従来の数理計画法では適用が困難となる場合が多い。GAやEPはこれまで、形態解析や最適配置問題などの組み合わせ最適化問題に適用され、その有効性が示されているが、このアルゴリズムの詳細については文献(4)～(6)に詳しいので、ここでは記述を省略する。

式(1)と式(2)を用いて最大座屈荷重を与える各層の繊維配向角 θ_i をEAを使って求める場合、目的関数 f_{axial} , $f_{external}$ は次式で表現できる。

$$f_{axial} = \underset{\theta_i}{\text{Maximize}} \left[\underset{\mu^2}{\text{Minimize}} \cdot \left(\frac{N_x}{t} \right) \{ \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N, \mu^2 \} \right] \quad (4)$$

$$f_{external} = \underset{\theta_i}{\text{Maximize}} \left[\underset{m, n}{\text{Minimize}} \cdot \left(\overline{N_r} \right) \{ \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N, m, n \} \right] \quad (5)$$

ここで μ^2 , m , n に関する最小値探索には、逐次改善法(山登り法)を利用した。

次に、設計変数 θ_i の遺伝子列(染色体)へのコーディングは、 $\theta = 0^\circ \sim 90^\circ$ を 6° おきに等分割したそれぞれの角度を4ビットの2進数で表し、各積層順序に従った並べ換えで対応させた。例えば6層積層の場合は左から $\theta_1 \rightarrow \theta_6$ として $\left[\begin{smallmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 \\ 0/60/30/48/78/90 \end{smallmatrix} \right] \rightarrow \left[000010101010100011011111 \right]$ となる。そして、淘汰に要

する適応度の評価関数 F は、解空間の検討により本問題が個々の局所最適値どうしの差が小さい多峰性の問題であることが判明したため、 f_{axial_min} を各世代における目的関数の最小値とした次式を採用した。

$$F_{axial} = (f_{axial} - f_{axial_min})^2 \quad (6)$$

また、EAのアルゴリズムに付随する各種戦略についても本最適化問題に適合するよう検討し、以下のように決定した。

- (1) 選択(Selection); 選択はこの種の問題に多く用いられているルーレット方式を採用した。
- (2) 交叉(Crossover); 遺伝子列の中央で遺伝子対を交叉させる一点交叉を用いた。
- (3) スケーリング; ルーレット方式によって再生する個体を選択する際に、評価値 F の高い個体を選択しやすくするため評価値を加工してルーレットを作る方法がスケーリングである。本問題では評価値 F を累乗して選択を行う累乗スケーリングを採用した。
- (4) 最大評価値個体保存戦略; 解候補集団全てについて交叉、突然変異を行うため、評価値が高い個体も破壊されてしまう可能性がある。そこで解候補集団中の最大評価値をもつ個体を無条件に次世代に残し、解候補集団の最大評価値を下げないようにする戦略で、これを付加したアルゴリズムを検討した。

現状のEAでは与えられた解空間を効率良く探索

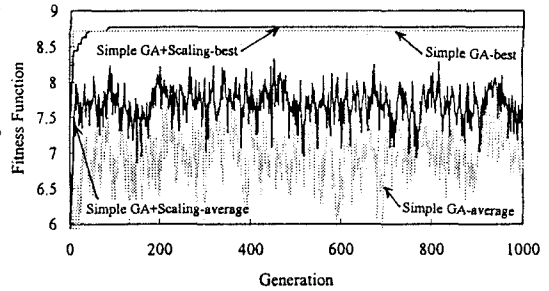


図2 最適値探索過程の適応度の推移(GAの場合)

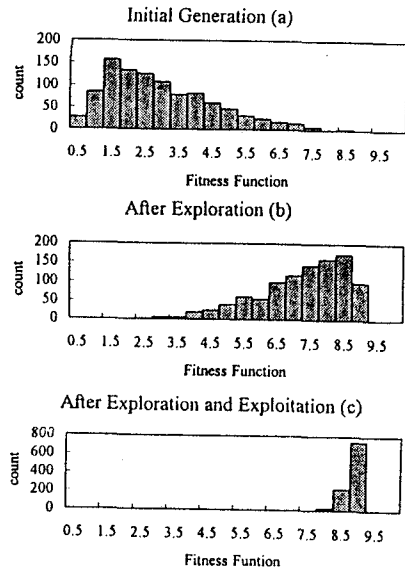


図3 解候補集団中の各個体の適応度に対する分散状況

ができるよう、各種パラメータの適値を見出す必要がある。本研究でも多くの試行計算によってパラメータチューニングを行い、個体数を50として最大評価値個体保存戦略を導入した上で、交叉確率を40%、突然変異率を2%と決定した。

図2は以上の設定条件下で1000世代まで最適値探索を繰返した場合の平均適応度(Fの平均値)と最大適応度の推移であり、累乗スケーリングを付随したアルゴリズムでの結果も比較して示した。平均適応度、最大適応度ともに初期の数十世代で一気に高まるが、解候補集団のほぼ全体に対して交叉を行うため、その後の平均適応度は振動を繰返す。最大適応度は最大評価値個体保存戦略を用いているため確実に上昇し、200~300世代後はほぼ一定値となり大域的な解探索が終了したように見うけられる。また、累乗スケーリングを付随したアルゴリズムは適応度の上昇がより速やかであり、最適値探索能力の向上に寄与することが明らかである。しかし解の分散状況[図3]を調べると、各個体の適応度のバラつきはまだ比較的大きく、局所的な解探索があまり進展していないと判断できる。そこで本研究では、大域的最適値探索の部分にはGAを導入し、解空間の大域的探索が進展した時点でGAを終了させ、EPによる局所探索を開始する以下の進化アルゴリズムを検討した。

①GAによる解空間の大域的探索(Exploration)

②収束判定条件を“最大適応度が200世代を経過しても上昇がみられない場合”に設定して、この条件を満たしたときに局所探索にスイッチする。

③突然変異オペレータや突然変異率の変更を行った後、EPによる局所探索(Exploitation)を開始。

④適応度の高い個体集団が形成された時点で計算終了。

なお、EAの実際の処理では遺伝的多様性を維持するために個体数を100とし、EPにスイッチするところで突然変異率を4%以上に設定し直した。

EAを用いた場合の適応度の推移を図4に示す。最大適応度は200世代までで(EAの場合)ほぼ向上しなくなるため、局所探索へのスイッチは200世代を越えたところで始まる。すると平均適応度、最大適応度ともに再上昇し、戦略付きGAの最大適応度(図2)を上まわる、500世代を経過すると図3(c)に示すようにほとんどの個体が最高適応度の近傍に集まり、最適解候補群が形成されていると判断できる。以上より最適値探索には、最大適応度、平均適応度ともに最高値が得られたEAを用いることとした。

4. 数値解析結果

4.1 軸圧縮を受けるBron/Epoxy積層円筒殻

本数値解析結果の妥当性を検証するために平野⁽¹⁾によって行われた、殻長 $L=300\text{mm}$ 、半径 $R=100\text{mm}$ 、板厚 $t=1.524\text{mm}$ ($N=6$)のBron/Epoxy積層円筒殻[$E_L=207\text{GPa}$ 、 $E_T=20.7\text{GPa}$ 、 $G_{LT}=6.89\text{GPa}$ 、 $\nu_{LT}=0.3$]についての軸圧縮座屈に対する積層構成最適化をEAによって実行した。この結果として得られた最適積層候補群とそれぞれの座屈応力($\bar{N}_t/t$)を表1に示す。表中の9種類の積層構成は、10回の試行計算の結果をもとに座屈応力が最も高い順に上から並べたかたちで示してあるが、同程度の座屈応力に対して複数の最適積層構成が存在するという小野田⁽²⁾の指摘と同様な結果になっている。また、文献(1)の数

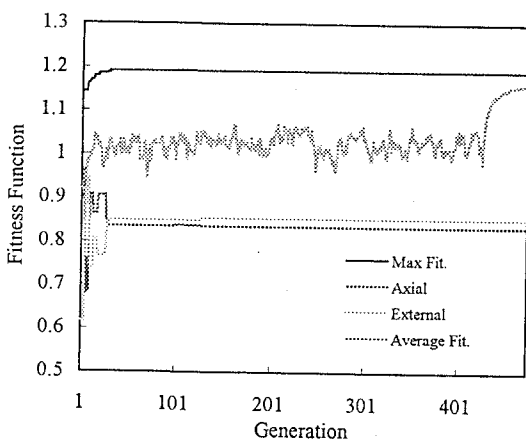


図4 最適値探索過程の適応度の推移(EAの場合)

値解析結果のうち座屈応力が最も高い3種のものを#印を付して示したが、比較の対象になっている本数値解析結果とは積層構成および座屈応力ともにほとんど一致している。

4.2 半径方向外圧を受けるCFRP積層円筒殻

表2は、殻長 $L=143.6\text{mm}$ 、半径 $R=82.5\text{mm}$ 、板厚 $t=0.5\text{mm}$ ($N=6$)のGraphite/Epoxy積層円筒殻[$E_L=146\text{GPa}$ 、 $E_T=10.8\text{GPa}$ 、 $G_{LT}=5.78\text{GPa}$ 、 $\nu_{LT}=0.29$]について行ったEAによる最適積層構成探索結果のうち、座屈荷重の高い7つの最適解候補である。この場合の座屈波形は全て(1,7)モードであり、軸圧縮荷重の場合に比べて、全体的に似通ったパターンの積層構成が最適解候補として得られ、積層板の内側の層(θ_3 , θ_4)の変動は座屈荷重に大きな影響を与えないことがわかる。表2中には積層構成と座屈荷重に併せて、得られた解の解候補集団内における出現頻度も求めてあり、10回の試行計算中に必ず出現するのは、ほぼ1%以上の出現頻度を有する解で、この値の高い積層構成は、FRP積層円筒殻制作時の繊維配向誤差に対してロバストな最適解候補の1つと判断することもできる。また、表中にはランダム探索の後数理計画法を用いて求めた最適解⁽⁸⁾も*印を付して示したが、積層構成、座屈荷重ともに良く一致しており、EAを用いた数値解析結果は、従来の数理計画法に基づく最適値探索結果と比べても遜色がなく、しかも同時並列探索によって一度に複数の準最適解を検出するため、有用な最適化の一手法と考えられる。

4.3 多目的最適化への応用

前述の数値解析結果をもとに、FRP円筒殻の軸圧縮座屈と半径方向外圧座屈に対する同時最適積層構成探索を行う。この場合は目的関数が2つの多目的最適化問題になるので、一方の目的関数についての制約曲面に偏ることのないパレート最適解を導き出すことが重要になる。事実、単純に2つの目的関数の和や平均を評価関数として設定すると、片方の適応度のみが高い

積層構成を準最適解として算定するケースが多くみられた。このため、図5に示す解平面上での位置ベクトルの大きさを評価関数とした次式を導入した。

$$F = \sqrt{\left(\frac{f_{\text{axial}}}{f_{\text{axial_max}}}\right)^2 + \left(\frac{f_{\text{external}}}{f_{\text{external_max}}}\right)^2} \quad (6)$$

式(6)の評価関数を使用した場合のEAによる最適解探索過程の推移の一例を図5に示す。10回の試行計算において初期値としてランダムに与えられた積層構成から得られる2つの最小座屈値は図5(a)のように解平面のほぼ全体に分散している。GAによ

表1 軸圧縮荷重を受けるBoron/Epoxy
積層円筒殻に対する数値解析結果

最適積層候補	$(\bar{N}_x/t)$ [MPa]	座屈様式
[±30/±84/±60/±6/±48/±54]	755.7	非対称
[±66/±18/±30/±78/±60/±30]	755.6	非対称
[±24/±72/±60/±12/±30/±60]	755.6	対称
#[±28/±65/±86/±5/±27/±63]	754.9	
[±24/±84/±42/±42/±6/±66]	755.4	非対称
[±66/±6/±48/±48/±84/±24]	755.4	非対称
[±36/±84/±0/±60/±42/±48]	755.4	非対称
[±54/±6/±90/±30/±48/±42]	755.4	非対称
#[±50/±9/±87/±7/±54/±40]	750.5	
[±36/±90/±0/±54/±48/±42]	755.2	非対称
[±54/±0/±90/±36/±42/±48]	755.2	非対称
#[±55/±2/±82/±45/±35/±48]	756.7	

表2 半径方向外圧を受けるGraphite/Epoxy
積層円筒殻に対する数値解析結果

最適積層候補	$\bar{N}_t$ [KPa]	出現頻度 (%)
[±90/±78/±12/±18/±54/±90]	147.2	30.8
*[±90/±79/±14/±16/±54/±90]	147.3	
[±90/±78/±6/±18/±54/±90]	147.2	6.5
*[±90/±76/±5/±19/±55/±90]	147.3	
[±90/±78/±0/±18/±54/±90]	147.2	0.1
[±90/±78/±12/±12/±54/±90]	147.2	1.2
*[±90/±77/±14/±13/±55/±90]	147.3	
[±90/±78/±18/±12/±54/±90]	147.1	0.8
[±90/±78/±18/±6/±54/±90]	147.1	2.5
[±90/±78/±0/±24/±54/±90]	147.0	5

る大域的探索がすすみ適応度の上昇がみられなくなった 200 世代前後[図 5 (b)]では適応度の高い集団になってきているが、まだ若干の分散が認められる。

E P による局所探索を開始して 100 世代が経過した 500 世代程度[図 5 (c)]では、全ての解がそれぞれの目的関数に対する制約局面からある程度離れた線上に収束し、パレート最適解集合を形成していることが解る。以上より式 (6) を評価関数に用いることの妥当性が確かめられた。表 3 は殻長 $L=300\text{mm}$ ，半径 $R=100\text{mm}$ ，板厚 $t=1\text{mm}$ ($N=6$) の CF/PEEK 積層円筒殻 [$E_L=134\text{GPa}$ ， $E_T=12.9\text{GPa}$ ， $G_{LT}=6.75\text{GPa}$ ， $\nu_{LT}=0.298$] について式 (6) の評価関数を用いて行った最適積層構成探索結果である。表中の $\bar{N}_s/\bar{N}_{s,max}$ と $\bar{N}_r/\bar{N}_{r,max}$ はそれぞ

れ、最も軸圧縮座屈値が大きくなった積層構成 [$\pm 66/\pm 24/\pm 18/\pm 72/\pm 78/\pm 24$]，半径方向外圧座屈値が大きくなった積層構成 [$\pm 90/\pm 90/\pm 0/\pm 18/\pm 48/\pm 90$] の場合の座屈荷重値 $\bar{N}_{s,max}$ ， $\bar{N}_{r,max}$ に対する比率である。E A によって得られた最適積層構成候補群はいずれも半径方向外圧座屈に対する最適積層構成に似かよったパターンになっており、表 2 の場合と同様に積層板の外側の層の繊維配向角 ($\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_6$) が、双方の座屈荷重値に大きく影響することがわかる。 $\bar{N}_s/\bar{N}_{s,max}$ と $\bar{N}_r/\bar{N}_{r,max}$ はどちらも 85% 前後の値で双方

の目的関数を均等に満足する積層構成が探索されており、多目的最適化問題に対しても E A は有力な探索手法の 1 つと考えられる。

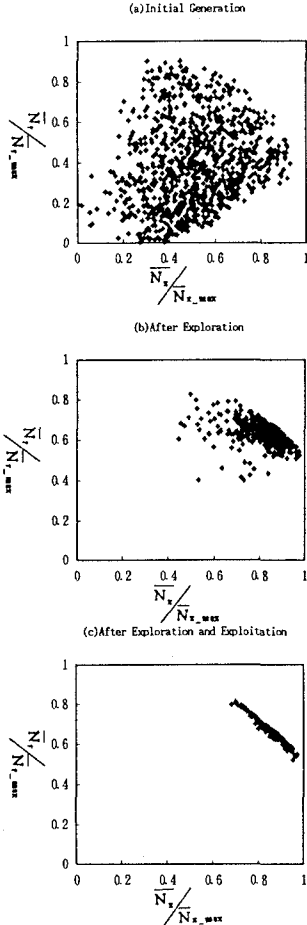


図 5 多目的最適化問題における最適解探索過程の推移 (E A の場合)

表 3 軸圧縮荷重と半径方向外圧を受ける CF/PEEK 積層円筒殻に対する数値解析結果

積層最適積層候補	$\bar{N}_s/\bar{N}_{s,max}$ (%)	$\bar{N}_r/\bar{N}_{r,max}$ (%)	出現頻度 (%)
$[\pm 90/\pm 24/\pm 54/\pm 54/\pm 30/\pm 90]$	0.83	0.85	3.2
$[\pm 90/\pm 24/\pm 54/\pm 54/\pm 30/\pm 84]$	0.84	0.85	0.1
$[\pm 90/\pm 24/\pm 60/\pm 48/\pm 30/\pm 90]$	0.83	0.86	1.4
$[\pm 90/\pm 24/\pm 60/\pm 42/\pm 36/\pm 90]$	0.82	0.86	2.3
$[\pm 90/\pm 24/\pm 54/\pm 48/\pm 30/\pm 90]$	0.83	0.85	0.2
$[\pm 90/\pm 24/\pm 60/\pm 48/\pm 30/\pm 90]$	0.83	0.85	0.3
$[\pm 90/\pm 24/\pm 54/\pm 54/\pm 24/\pm 90]$	0.84	0.85	0.1
$[\pm 90/\pm 24/\pm 48/\pm 60/\pm 30/\pm 90]$	0.84	0.85	0.3
$[\pm 84/\pm 24/\pm 60/\pm 54/\pm 30/\pm 90]$	0.84	0.84	0.4
$[\pm 90/\pm 24/\pm 60/\pm 42/\pm 36/\pm 84]$	0.82	0.86	0.1

参考文献

1)平野: 日本航空宇宙学会誌, Vol.32, No.360, (1984),p46-51
2)Onoda: AIAA Journal, Vol.23, No.7, (1985), p1093-1098
3)Y.S.Nshanian and M.Papas: AIAA Journal, Vol.21, No.3 (1983), p430-437
4)R.L.Riche et al.: AIAA Journal, Vol.31, No.5 (1993), p951-956
5)福永, 関根: 日本航空宇宙学会誌, Vol.42, No.485, (1994), p371-380
6)轟, 渡辺, 小林: 日本機械学会論文集 A 編, Vol.60, No.573, (1994), p146-151
7)Tasi.J: AIAA Journal, Vol.4, No.6, (1966), p1058-1062
8)G.Sun: Composite Science and Technology, Vol.36, (1989), p243-253