第４回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集　1995年12月

(14) 最適化手法を用いたケーブル構造の解析へのＧＡの適用

Application of Genetic Algorithms to Analysis of Cable Structures using Optimization Tecknique.

小林　一郎[1]　佐藤　啓治[2]　三池　亮次[3]　東　高徳[4]

By Ichiro Kobayashi, Keiji Sato, Ryoji Miike, Takanori Higashi

Abstract

This paper presents the genetic algorithms(GA) to the large deformation analysis of cable structures, in which the objective function is the sum of squares of residuals caused by the approximation of an incremental and finite load-displacement equation. The design variables in the optimization are the incremental joint displacement vector $\Delta\mathbf{d}$ or the incremental rotation angle vector $\Delta\mathbf{t}$ and the incremental member elongation vector $\Delta\mathbf{s}$. As the numerical examples a 6-member and a 10-member plane cable are analyzed.

Key Words: Genetic algorithms, Large deformation, Cable structure, Optimization problem.

１．はじめに

著者らは増分形有限ひずみ仮想仕事の定理による構造物の解析に関する研究[1),2)]の一環として、ケーブル等の不安定構造の大変形解析を効率よく行う手法の開発を試みている。トラス構造では増分形のつり合い式を Newton-Raphson 法を用いて直接解くことができる。一方、ケーブル構造で不安定構造となる場合、二段階制御法を用いる解析法[3)]やつり合い式の両辺の残差平方和を直接マルカート法[4)]を用いて解く方法を提案した。

本研究では、上記のマルカート法による方法に代わってＧＡを用いて解くことを試みるものである。目的関数は、変形後のつり合い式の両辺の残差平方和 f であり、設計変数は増分変位 $\Delta\mathrm{d}$ または、増分回転角変化 $\Delta\mathrm{t}$ と増分部材伸び $\Delta\mathrm{s}$ である。

上記のように設定した極値問題において f は数値的には、いくつかの局所解を持つ、いわゆる、多峰性関数となっている。単峰の関数に関しては著者らの提案したマルカート法による解法 によって、十分に精度の良い解が求められが、多峰性の関数については、ＧＡが最も有効であると思われる。

数値計算例として、６部材と１０部材のケーブル構造の計算例を示す。

２．大変形解析の基礎式[1),2)]

トラス構造解析の増分形基礎式は、つり合いの中間状態における接続マトリックスを C' 、部材力を p'_m とし、中間状態か

[1]熊本大学工学部　土木環境工学科　助教授　　（〒８６０　熊本市黒髪２丁目　熊本大学工学部　土木環境工学科）
[2]大分県立佐伯鶴岡高校　教諭
[3]熊本大学工学部　土木環境工学科　教授
[4]熊本大学大学院工学研究科土木環境工学専攻　学生

らさらに$\Delta \mathrm{p}$の増分外力をうけて、変形後のつり合い状態に達するまでの部材力の増分を$\Delta \mathrm{p}_m$、接続マトリックスの増分を$\Delta \mathrm{C}$とすると

$$\Delta \mathrm{p} = \left(\mathrm{C}' + \Delta \mathrm{C}\right) \Delta \mathrm{p}_m + \Delta \mathrm{C} \mathrm{p}'_m \tag{1}$$

ここに

$$\Delta \mathrm{p}_m = \mathrm{K}_m \Delta \mathrm{e}^0_m \tag{2}$$

と書ける。ただし、K_mは、部材剛性マトリックス、$\Delta \mathrm{d}$は、増分変位、$\Delta \mathrm{e}^0_m$は、部材のひずみベクトルである。

また、増分形の剛性式は次式の通りである。

$$\Delta \mathrm{p} = \mathrm{K} \Delta \mathrm{d} + \mathrm{b} \tag{3}$$

ここに、

$$\mathrm{K} = \left(\mathrm{C}' + \Delta \mathrm{C}\right) \mathrm{K}_m \left(\mathrm{C}' + \Delta \mathrm{C}\right)^T \tag{4}$$

$$\mathrm{b} = -\left(\mathrm{C}' + \Delta \mathrm{C}\right) \mathrm{K}_m \Delta \mathrm{e}_{m\theta} + \Delta \mathrm{C} \mathrm{p}'_m \tag{5}$$

なお、$\Delta \mathrm{e}_{m\theta}$は、有限変形に伴う部材の補正項でケーブル部材のように軸力のみが生じる場合には第I部材の回転角を$\Delta\theta_I$部材長をL'_Iとするとき$(1-\cos\Delta\theta_I)\,L'_I$を成分とするベクトルとなる。本研究では、式(1)あるいは(3)を解くかわりに、設計変数をxとして、式の両辺の残差vの平方和を最小化する。たとえば、式(1)については、

$$\mathrm{v} = \Delta \mathrm{p} - \left(\mathrm{C}' + \Delta \mathrm{C}\right) \Delta \mathrm{p}_m - \Delta \mathrm{C} \mathrm{p}'_m \tag{6}$$

を求め、目的関数

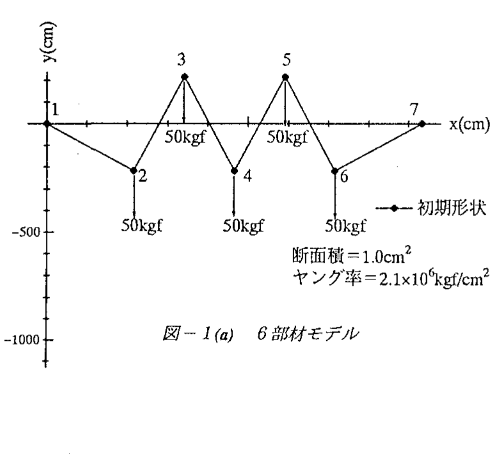
$$f = \mathrm{v}^t(\mathrm{x})\mathrm{v}(\mathrm{x}) \rightarrow min \tag{7}$$

を求める。

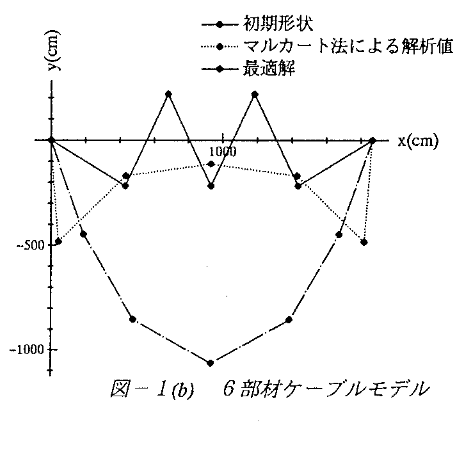
3．ＧＡを用いた大変形解析

3.1 大変形解析へのＧＡの適用

式(6),(7)で定式化した目的関数fはつり合い式が満足された時点で$f=0$となることは力学的に保証されている。しかし、数値的にfの極値を求めようとすると、この式の一階微分$\partial f/\partial \mathrm{x}$はいくつかの点でゼロとなることがわかる[5)]。



図－1(a)　6部材モデル



図－1(b)　6部材ケーブルモデル

例えば図－１の実線のようなジグザグ形状を初期形状とし、このときの節点２、３、４、５、６にそれぞれ鉛直方向に－50kgf の荷重を載荷する。6部材の折線ケーブルにおいて実線を変形前の状態とすると、一点鎖線が載荷荷重Δp に対するつり合い状態を示している。点線はトラス構造の場合のつり合い状態のひとつを示している。ケーブル構造の場合に実際にこのようなつり合い状態が存在するという意味ではなく、fがｘに対してその近傍で最も小さい値、つまり局所解を持っているということを意味している。ケーブル構造において、部材が圧縮となることはありえないので、「部材がすべて引張となる」という制約条件を付加すれば、このような解はとり除かれる。ただし、最小２乗法の問題としてみると、制約条件付きの問題をラグランジュ関数を用いて、無制約の問題に変換できたとしても、その目的関数は一般に極めて複雑な二次形式の関数となる。従って、無制約の多峰性関数の極値問題として処理する方がGA を用いる場合には解が安定して得られるものと考える。

3.2　GA の各パラメーターの概要

1)　線列のコーティング

設計変数ｘを二進コードの線列に変換するが、次の二組を設計変数とした。

1.1) 増分変位 Δd を設計変数とする場合

まず、増分変位 Δd を用い、直交座標系について、図－２のように座標の格子点に番号をつけ、これを二進コードに置きかえて線列とする。

1.2) 増分回転角 Δt と増分部材伸び Δs を設計変数とする場合

図－３のような極座標系を取る。この格子点に番号をつけ、これを２進コードに置きかえて線列としている。

2) 評価関数

GA では集団中の最大値を持つ線列を探索し、最適解を求める。よって、式 (7) の目的関数fの最小値が最適解になる問題を最大値になるよう置き換える。各世代の集団中の線列の目的関数値fが最大となるものをf_{max}とおき、その世代の他の各集団中の線列の目的関数値fをf_iとおきこの差をそれぞれの線列の評価関数値とする。これを GA での評価関数ϕ_iとする。

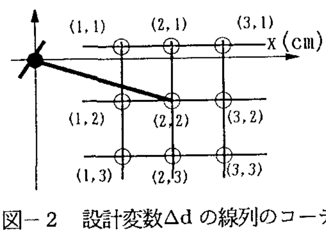
$$\phi_i = f_{max} - f_i \tag{8}$$

3) 淘汰処理

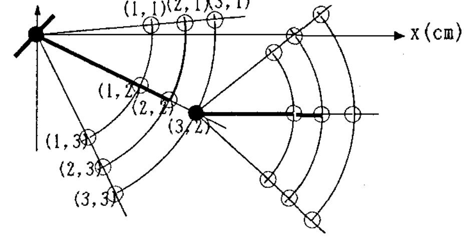
淘汰にはルーレット戦略手法を用いる。

4) 交叉処理

交叉には１点交叉、線列の集団から２つの線列を取り出し任意に決めたビットより後方の線列を入れ替える。



図－２　設計変数Δd の線列のコーディング



図－３　設計変数Δt 、Δs の線列のコーディング

5) 突然変異処理

突然変異には加減方式を用いる。この方式は、線列に任意の数値を加えたり、減らしたりし、ある線列が、持っている適応度より高い時のみ突然変異を行う方式である。

4．計算例

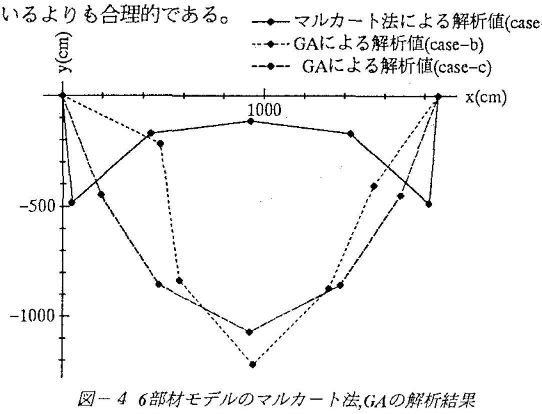
4.1 6部材ケーブルモデル

図－1に示す6部材ケーブルモデルについて解析をおこなう。図－4にはa) マルカート法 (初期値$\Delta d^* = 0$) による解 (case － a)、b)Δd を設計変数としたときのGAによる解 (case － b)、c)Δt、Δs を設計変数としたときのGAによる解 (case － c) の3つを示した。case － a の解は3.1で述べたとおりトラス構造としての解 (局所解) の一つであると思われる。$\Delta d^* = 0$ とすると、極値探索の過程で、このような解に収斂してしまう。これに対して、case － b はいわゆるシンプルGAを適用したもので設計変数であるx、y座標値は全く独立な10個の変数としてコーディングした。このとき変数は節点2、3、4、5、6とし、各節点についてその節点を中心としてx方向の格子点範囲として－ $250cm$ ～ $250cm$、y方向の格子点範囲として$-1100cm$ ～ $0.cm$ とする。x、y方向の各格子点間隔は $1.cm$ とする。また、このGAによる解析で用いたオペレータは人口100、最大繰り返し世代数150、交叉確率0.04、突然変異確率0.01としている。

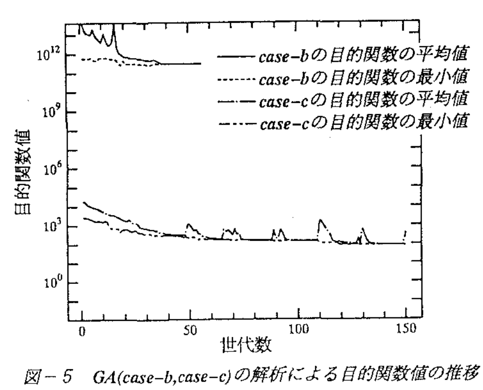
case-b の解析による目的関数値の推移を図－5に示す。縦軸が目的関数 f を表しており、横軸が世代を表している。各世代の集団の目的関数値の平均を実線で示し、集団中の目的関数の最小値を破線で示している。人口数や世代数が不十分のため正解と比べると、良好な解とは言えないが、単にGAを適用したのみでcase － a では越えられない局所解を越えて全域解へ近づける点では、本研究のような連続変数に対する極値探索においても一つの有効な手法であると考えられる。

次にcase － c は設計変数をΔt、Δs としたときの解析である。Δt として、0 ～ 90度、Δs として0 ～ 140kgfとした。格子間隔はΔt は1度、Δs は0.5kgfとした。case － b のΔd を設計変数とするのに比べて形状的にはほぼ最適解に近似している。また、図－5に示す目的関数値の推移もcase － b の目的関数値の最小値よりもはるかに良い。このことから、大変形するケーブル構造物の場合、部材の回転角が非常に大きく、増分変位Δd を設計変数にすると部材の回転変位をとらえることが困難であると思われる。これに対して、Δt、Δs を設計変数とすると部材の回転、伸びをうまくとらえることができると思われる。

さらに、設計変数として部材の伸び Δs を用いるとき、変形の中間状態においてすでに伸び Δs があるとき、GAでは設計変数の下限値として $-\Delta s$ を考慮して線列のコーディングができるため、非抗圧であるケーブルの解析には増分変位を用いるよりも合理的である。



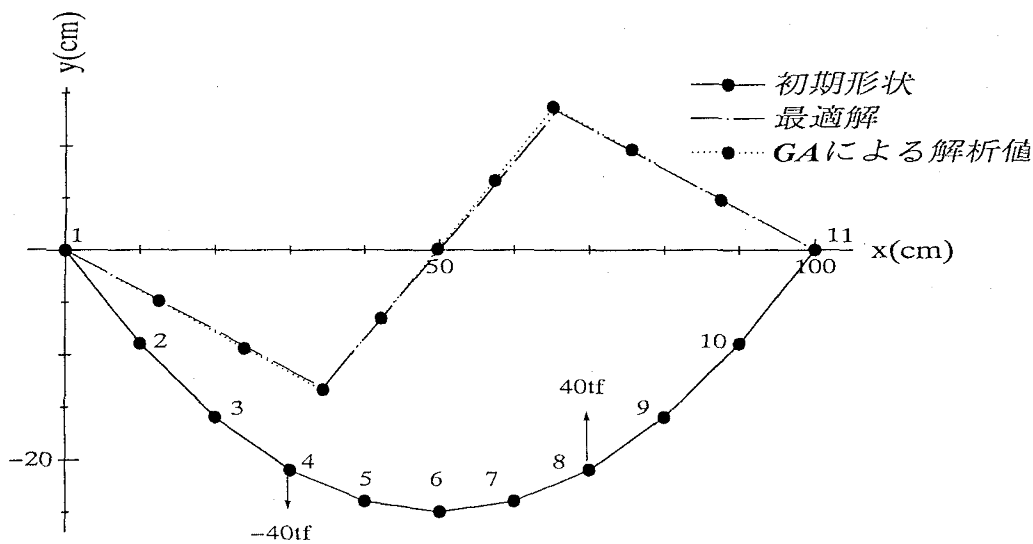
図－4　6部材モデルのマルカート法,GAの解析結果



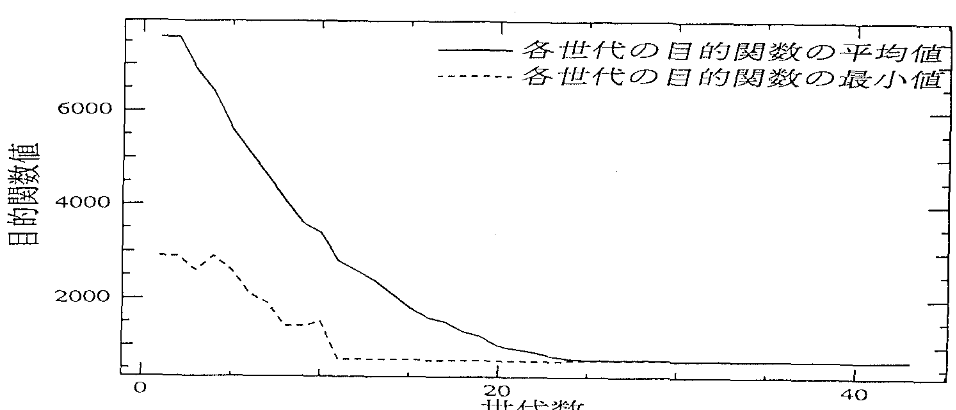
図－5　GA(case-b,case-c)の解析による目的関数値の推移

4.2 １０部材ケーブルモデル

図－７に示す１０部材ケーブルモデルについて解く。このモデルは後藤ら[6]の大変形解析法によって解析されたものである。各節点に先行荷重として 20tf の集中荷重が作用する初期放物線形状（実線）のケーブル構造に増分荷重Δp が作用したときの最終ケーブル形状（点線）を求めるものである。また、ここで断面積 $A = 0.01m^2$、弾性係数 $E = 2.0 \times 10^7 tf/m^2$とした。この解析にはΔt 、Δs を設計変数とし、Δt の範囲として *0°～90°*、間隔を *0.1°* とし、Δs の範囲として *0tf*～*40tf*、間隔を 0.1tf とした。また、この GA による解析で用いたオペレータは人口 100 、最大繰り返し世代数 150 、交叉確率 0.04 、突然変異確率 0.01 としている。図－７に文献６）での解を一点鎖線、GA での解析結果を点線で示している。これより、文献６）の解とほぼ同一の解が得られたことがわかる。図－８には目的関数値の推移を示した。２４世代目でほぼ全域解に収束している。このときのΔt の最良値は $\Delta t^t = [21.0 \quad 13.733 \quad 5.323 \quad 57.742 \quad 46.871 \quad 34.645 \quad 23.968 \quad -47.742 \quad -55.935 \quad -62.774]$ となる。



図－７　１０部材ケーブルモデル



図－８　１０部材モデルの解析における目的関数値の推移

５．まとめ

本研究はケーブル構造等の不安定構造の解析を最適化問題に変換し、ＧＡを用いて解くことを試みたものである。設計変数に対して、変形後のつり合式の両辺の残差平方和の最少化を行った。設計変数としては各節点の増分変位を用いるよりも、部材の増分回転角と増分伸びを用いた方が解の精度が良いことがわかった。解析例として６部材と１０部材のケーブル構造の増分形つり合い式を解いたが、従来の大変形解析の手法による解と同じものが得られた。

問題に適した線列のコーディングが行えれば、本研究のような連続関数に対する最適化問題においてもＧＡの適用の可能性はあると考える。ただし、問題が多変数となる場合、離散変数の再選択や全域解の近傍での離散値の幅の縮小化の効率化による解の精度の向上法等は今後の検討課題としたい。

参考文献

1) 三池亮次：有限変形における増分形エネルギー基礎理論、土木学会論文報告集、第３０９号、pp.41-50 、1981.

2) Miike, R., Kobayashi, I. and Yamada, Y.: Virtual Large Displacement Theorem for Framed Structures, EM Division, ASCE, 1990

3) 佐藤啓治、小林一郎、東高徳、三池亮次：二段階制御法による折線ケーブル構造解析、構造工学における数値解析法シンポジウム論文集、第 19 巻、pp.403-408 、1995.

4) 小林一郎、三池亮次：ケーブル構造の大変形解析への最適化手法の適用、土木構造・材料論文集、第５号、1990.

5) 東高徳、小林一郎、三池亮次、佐藤啓治：GA を用いたケーブル構造解析について、第５０回土木学会年次学術講演会Ｉ（Ａ）、pp.504-505. 1995.

6) 後藤茂夫、大西聿紀、大槻護、新村祐南：非線形型有限変形法（大変形法）によるトラスの大変形解析とその応用プログラム、土木学会論文報告集、第１９４号、pp.55-69 、1971.