第４回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集　1995年12月

(12)　材料・断面同時選択問題へのＧＡの応用に関する基礎的研究

SIMULTANEOUS SELECTION OF MATERIAL AND SECTIONAL AREA BY GA

鹿　汴麗*　　杉本博之**
LU Bianli、Hiroyuki SUGIMOTO

Dealing with the correlative design variables simultaneously, for example, the section and material of a structure, is a common problem in structural optimization. This problem will become more difficult when the design variables are discrete and the number of the design variables is large. There is no efficient method for such problem so far. GA(Genetic Algorithm) is applied to this problem, and the crossover methods of GA and the reliability of GA are investigated mainly in this paper. From the results of the numerical examples, it is concluded that GA provides indeed a singnificant capability for the design problem of this paper.

Key Words: correlative design variable, GA, crossover method

１．まえがき

複合材料は、高機能が要求される構造体あるいは構造の部分に使用されるが、異なる機能を持つ複数の材料を有機的かつ合理的に結合させることにより、よりすぐれた機能を発揮することが期待され、その材料の配置と選択は重要な課題である[1]。その設計のための基礎的な研究として、弾性体の各要素の材料を、材料コスト及び加工コストの総和が最小になるように選択する問題にＧＡ（Genetic Algorithm ）を応用することを試み、自動リンク等新しい概念を導入して比較的良好な結果を得た[2]、[3]　。

そこでは、設計変数は各要素の材料のみであったが、実際の複合体の設計においては、材料のみならず、各要素の断面寸法にかかわるパラメータも同時に決定しなければならないケースも考えられる。

ＧＡは、設計変数の並びをバイナリィ表現し、それに繁殖・淘汰、交叉、及び突然変異のオペレータを用いて、集団として設計の質を上げようという方法であるが、例えば構造体の各要素の材料と断面を同時に選択する問題のように、性格がまったく異なりながらお互いの相関が高い変数を同時に扱う場合に、従来の１点交叉を中心とするＧＡの手続きで良好な解が得られるかどうかは、解決しなければならない問題と考えられる。本研究は、異なる性格でありながらお互いの相関が高い２種類以上の変数を同時に扱う設計問題へのＧＡの応用のための基礎的な研究として、弾性体の材料選択問題[2]、[3]　に各要素の断面を選択することを加えて、特にＧＡの交叉法について考察を加えたものである。

本研究においては、設計変数の数がかなり多い、つまり解析の対象となる構造系の規模が大きい。そのため、便宜的な手段として、解析モデルと目的関数を評価するモデルを分離することを試みている。

２．材料・断面同時選択問題の定式化

本研究の目的関数は、連続体の有限要素モデルを用いて構成し[2]、その連続体の製造コストの最小化が設

＊　工修　　室蘭工業大学大学院　　工学部情報工学科（〒０５０水元町２７－１）
＊＊工博　　北海学園大学工学部　　土木工学科（〒０６４札幌市中央区南２６条西１１丁目１－１）

計の目的である。製造コストは、使用材料コストと部材の加工コスト（部材間の接着コストも含める）から構成されると考える。ここで、部材というのは、連続体の有限要素モデルにおいて、隣り合う要素の材料かつ断面が同じであり、同一性能を有するブロックのことである。図－１はこのような五つの部材が接着されて、一つの連続体を形成する一例である。実際の加工・施工、及び製造等の面から考えると、構造に用いられるこのような部材の数が少ないこともコストダウンの一つの要因になる。本研究の材料・断面同時選択問題は以下のように定式化される。

目的関数：　$O=\sum_{i=1}^{NE} c_i\cdot(t_i\cdot\Delta A)+\beta\cdot N$　(1)

制約条件：　$g_j\ (\{T,\ M\})\leqq 0$　$(j=1,k)$　(2)

設計変数：　$\{T,\ M\}=\{t_1\ t_2\cdots t_n,\ \ m_1\ m_2\cdots m_n\}$　(3)

ここで、m_i は要素ｉの材料、c_i はm_i に対応する材料コスト（単位／cm^3）、t_i は要素ｉの板厚（cm）、ΔAは要素の断面積（cm^2、常数）、NEは要素の数である。要素の板厚も材料と共に設計変数にしたため、設計変数の数は２ｎで表される。ＧＡの初期では、ｎとNEは等しい。自動リンクを導入する場合、ｎは徐々に減ってくる。ｋは制約条件の数、Ｎは部材の数である。βは部材の加工コスト（単位／部材）で、部材の大きさに関係なく一定値とする。

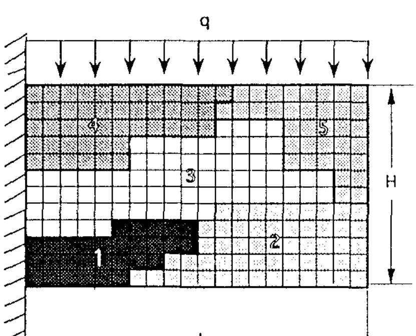
本研究の解析モデルは、目的関数を評価する設計モデルと分離される。解析モデルは、トラス構造を用いて構成される。設計モデルと解析のためのトラスモデルとの対照関係を図－２に示す。解析のためのトラスモデルでは、三つのバー（水平材、垂直材、斜材）の共通の材料m_i と単位長さあたりの体積（$a_i\times 1$ (cm)）は、連続体の有限要素モデルの１要素の材料m_i と体積（$t_i\times\Delta A$）に相当する。尚、この際、トラスモデルの最下端の水平材の材料と断面は一定（$E=1.4\times10^6 kgf/cm^2$、$a=200cm^2$）とする。

本研究の使用材料と使用断面は８種類とし、それらの種類と図化のための模様を表－１と表－２に示す。

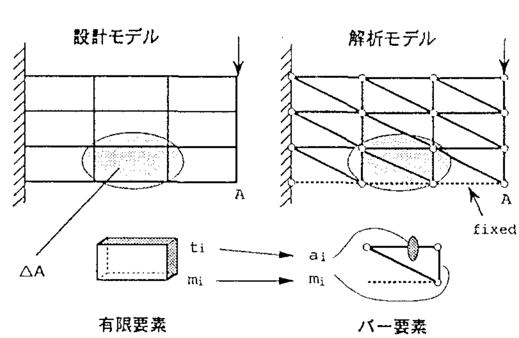
３．交叉オペレータと自動リンク

３．１　交叉オペレータ　交叉はＧＡの中では最も重要なオペレータであり[4]、設計問題のコーディングにも密接な関係があると思われる。本研究の問題は、従来の単一変数を有する問題と異なって、相関性の高い、多種変数を扱うことになり、要素の断面もその材料と共に設計変数にした。そのため、線列の前半は、要素の断面と、線列の後半は要素の材料と対応させるように設計問題をコード化した（図－３）。

従来、単一変数を有する一般的な組合せ最適化問題では、１点交叉が主に用いられる。しかし、本研究のようなお互いの相関が高い変数を同時に扱う問題では、１点交叉は、線列に十分な交叉チャンスを与えないで、早期収束に陥りやすいと考えられる。そこで、線列の前半と後半をそれぞれランダムに切断し、要素の



図－１　５部材で形成した連続体



図－２　トラス構造解析への置き換え

断面と材料を同時に交叉させながら、それらの良い組み合わせを作り出すという２点交叉を用いることにした。図－３には、従来の１点交叉と２点交叉、及び本研究で検討した二つの２点交叉の概念を示す。

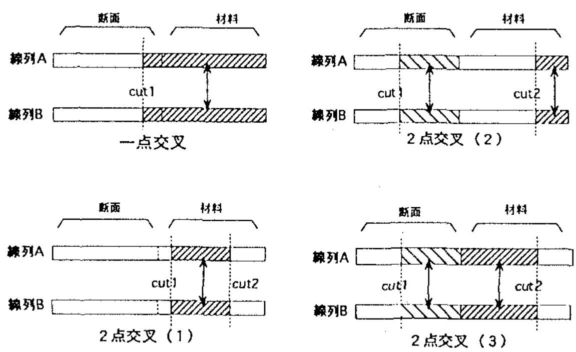
図に示すように、１点交叉は線列をランダムに１箇所で切断して、切断箇所の後ろの部分を入れ替える。２点交叉は、基本的に線列を２箇所で切断するが、従来の２点交叉（２点交叉（１））では、線列をランダムに２箇所で切断し、その中間部分を入れ替える。この２点交叉法は、切断箇所がまったくランダムに選ばれるので、切断の２箇所共が線列の前半、あるいは後半にある可能性は少なくない。本研究で検討した２点交叉（２）は、先ず線列の前半と後半にそれぞれ切断箇所を一つずつ確保し、そしてそれぞれの切断箇所の後ろの部分を入れ替える。２点交叉（３）は、２点交叉（２）の上、更に入れ替えるパターンも確率的に行う。つまり、図－３に示した２点交叉（２）と２点交叉（３）の斜線の部分をミックスし、それぞれ５０％の確率で入れ替えることである。この交叉法は線列により変化の富んだ組合せを与え、相関性の高い多種変数を有する問題に適切であると考えられる。

表－１　使用材料

ランク	材料 弾性係数 kgf/cm²	 コスト unit/cm³	pattern
1	0.4×10^{6}	2.75×10^{-3}	
2	0.5×10^{6}	3.00×10^{-3}	
3	0.7×10^{6}	3.45×10^{-3}	
4	1.1×10^{6}	4.50×10^{-3}	
5	1.4×10^{6}	5.20×10^{-3}	
6	1.7×10^{6}	6.00×10^{-3}	
7	2.1×10^{6}	7.10×10^{-3}	
8	3.0×10^{6}	10.0×10^{-3}	

表－２　使用断面積

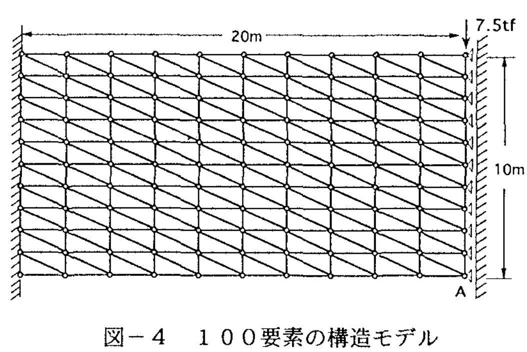
ランク	断面積 cm²	pattern
1	67.55	
2	100.90	
3	163.90	
4	209.40	
5	259.40	
6	343.80	
7	451.60	
8	502.70	



図－３　交叉法の説明

３．２　単純ＧＡと自動リンク

多数の設計変数、膨大な設計空間を有する問題において、単純ＧＡが安定的に良好な解を与える事は困難である。本研究の材料と断面同時選択問題では、構造は有限要素モデルで表されるので、設計変数の数は要素数の２倍になり、一般にかなり多い。また、式（１）～（３）に定義される目的関数の中に、部材の加工コストβが設けられ、各要素の材料コストと共に、構造に用いられる部材の数も製造コストダウンの一つの大きな要因になるため、揃ってきた材料と断面をランダム性を持つ交叉によって分断してしまうのが望ましくないことである。そこで、従来応用している自動リンク等の手法を採用することにした。自動リンクは、進化によって集団の中に明らかに生成してきた共通の部分を保護し、再び交叉によって分断されないことが主な目的である。その上、更に構造解析回数を減らすために、『人口サイズの減少』、早期収束を



図－４　１００要素の構造モデル

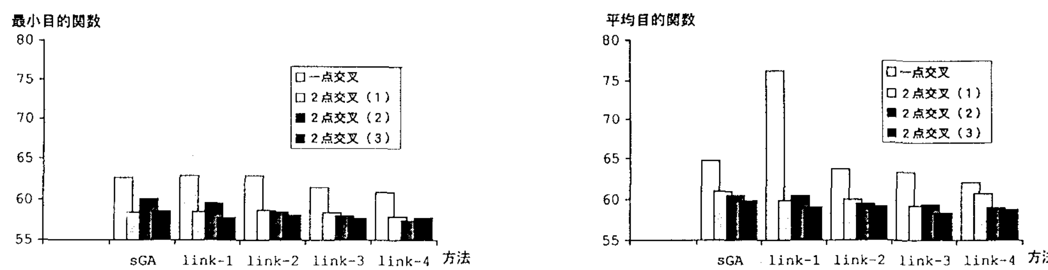
防ぐために『大変異』もある。これらの手法の導入は、ＧＡの大規模な問題への応用に必要であり、より良好な結果を得たことが既に報告されており[2)、3)]、本研究においても用いている。

４．計算例とモンテカロル法との比較

４．１　設計対象と計算条件　図－４に示すのは、左右対称構造の左側半分を示した１００要素（１０×１０、長方形構造）、２００変数の問題である。使用する材料と断面がそれぞれ８種類あり、組み合わせの数は8^{200}に上る。制約条件はＡ点の垂直変位を条件としており、０．５ｃｍ以内である。交叉と突然変異の確率はそれぞれ６０％と５％、初期に設定した人口サイズは３００とする。計算は５つのランダムシーズを用いて行われ、それらの最良値と平均値をもって図に示す。収束条件は、最大世代数は３００に達し、２０世代の繰り返しで設計が改善されない、または最小目的関数を有する線列の数が人口サイズの１割以上になる、のいずれかの条件を満たすと終了することとする。交叉オペレータの効果を検討するために、従来の単純ＧＡ（ｓＧＡ）、単純ＧＡに自動リンク、大変異、人口サイズ縮小を導入した５つの方法を用いて計算を行った。本研究では交叉法に関する検討が中心であるが、この５つの手法の手続きを簡単に説明する。

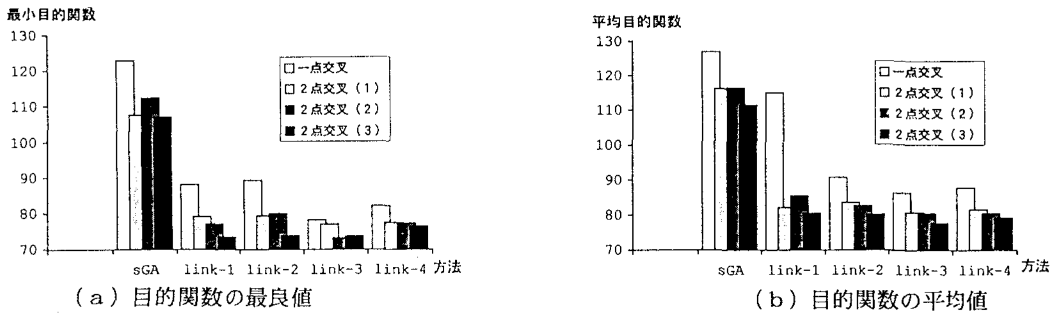
『ｓＧＡ』：淘汰、交叉、突然変異からなるＧＡ。『link-1』：自動リンクを２０世代から導入し、その後１０世代の間隔で行う。『link-2』：自動リンクを２０世代から導入し、その後１０世代の間隔で行う。自動リンクが導入される世代で、人口サイズも元の人口サイズの８０％に縮小させる。『link-3』：自動リンクを２０世代から、大変異（５０％）を３５世代から導入し、その後両方とも１０世代の間隔で行う。『link-4』：自動リンクを２０世代、大変異（５０％）を３５世代から導入し、その後両方とも１０世代の間隔で行う。自動リンクが導入される世代で、人口サイズも元の人口サイズの８０％に縮小させる。

４．２　交叉法の比較　本研究の目的関数の中に、部材の加工コストβが設けられており、この係数は、設計者の意志により構造に用いられる部材数の目的関数への影響を反映する役割を果すと考える。βの値を０にすると、問題は材料コストのみを最小化する問題になる。βの値を４種類を用いて計算を行い、従来の



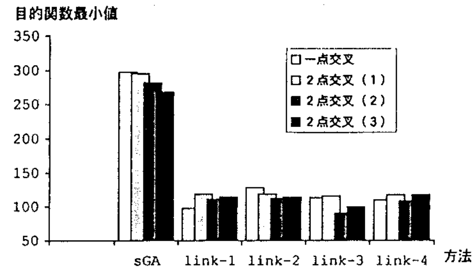
（ａ）目的関数の最良値　（ｂ）目的関数の平均値

図－５　交叉法の比較（$\beta=0$）

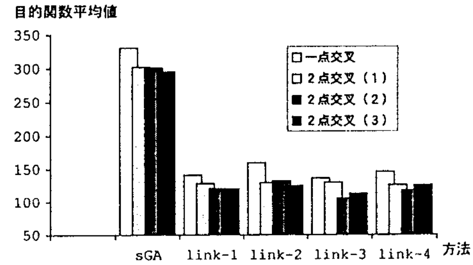


（ａ）目的関数の最良値　（ｂ）目的関数の平均値

図－６　交叉法の比較（$\beta=1$）

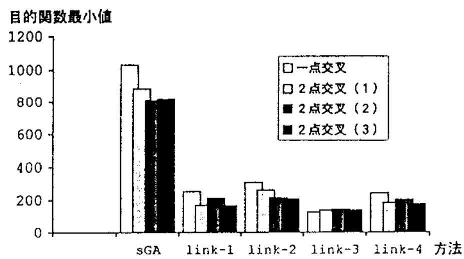


（ａ）目的関数の最良値

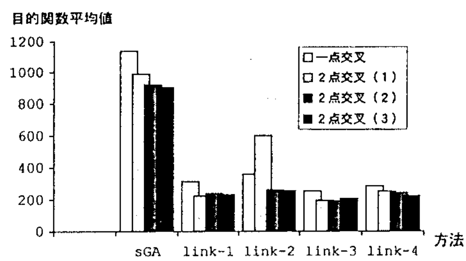


（ｂ）目的関数の平均値

図－７　交叉法の比較（β＝５）

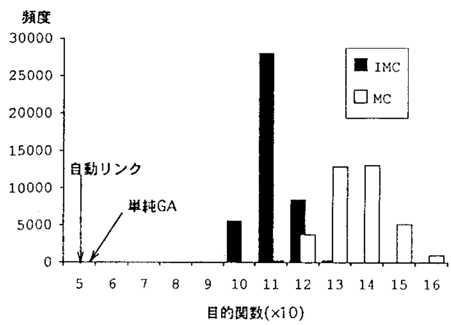


（ａ）目的関数の最良値

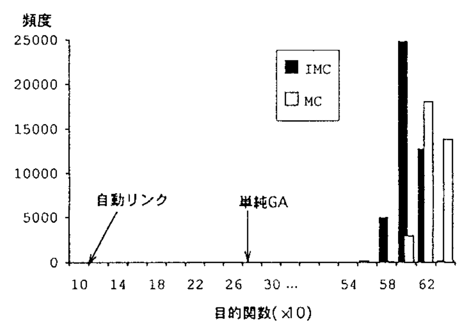


（ｂ）目的関数の平均値

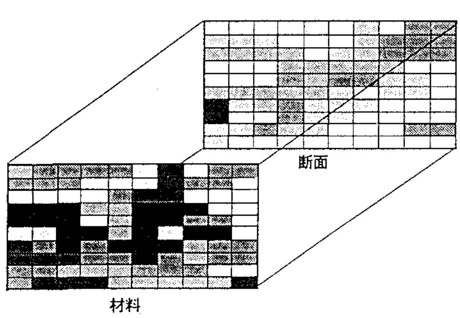
図－８　交叉法の比較（β＝２０）



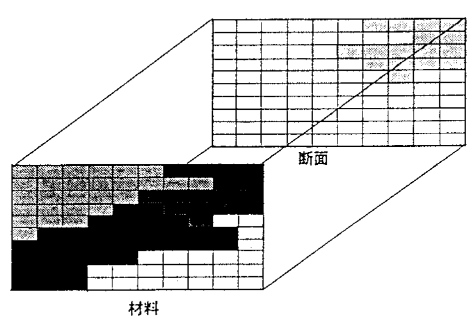
図－９　モンテカロル法との比較（β＝０）



図－１０　モンテカロル法との比較（β＝５）



図－１１　単純ＧＡの材料・断面選択結果



図－１２　自動ﾘﾝｸ を導入した材料・断面選択結果

１点交叉と２点交叉、または本研究で検討した２点交叉の結果を比較する。

図－５には加工コストβが０の場合の比較結果である。（ａ）は目的関数の最良値で、（ｂ）は目的関数の平均値である。横軸には単純ＧＡと自動リンク等の五つの手法を取り、縦軸には目的関数の値を取っている。図から、２点交叉は１点交叉よりすぐれていることが良く分かる。また、従来の２点交叉より本研究で検討した２点交叉の方がより良好な結果を示した。このケースでは、部材数の影響が目的関数に含まれないので、自動リンクの効果がほとんど現れなかった。図－６から図－８までは、βが１、５、２０の場合の結果である。これらの図にも本研究で検討した２点交叉法の効果、または自動リンク等の有効性が示された。尚、これらの図の目的関数の平均値から、従来の１点、２点交叉による結果は特に大きいケースが幾つかあったことが分かる。これは早期収束が起き、設計が十分に改善されなかった結果と考えられる。

４．３　モンテカロル法との比較　本研究の問題では、設計変数の数は２００あるが、設計の組み合わせの総数は8^{200} に上る。列挙法等の手段では無理で、計算結果はモンテカロル法の結果と比較した。部材の加工コストβを０と５にした結果が図－９と図－１０に示される。これらの図においては、縦軸に頻度を、横軸に目的関数値を取っている。モンテカロル法では、２種類の結果がある。白い棒で示すのが５万回のランダムサーチの結果（ＭＣ）である。この５万回の結果によって、探索空間を上限値から２ランク、下限値から２ランクに絞って、更に５万回（ＩＭＣ：importance sampling method）の操作結果を黒い棒で表す。いずれの場合も、ＧＡはモンテカロル法よりかなり良い結果を与えた。特に部材の加工コストβの値の増加につれて、ＧＡの結果とモンテカロル法の結果との差が大きくなる。

一方、これらの図には、単純ＧＡと自動リンクを加えたＧＡの最良値も示されている。

４．４　単純ＧＡ、自動リンクの材料・断面選択の結果　単純ＧＡと自動リンクを加えたＧＡより、構造の断面・材料の同時選択の最終結果を一例を取り上げ比較し、図－１１と図－１２に示す。部材の加工コストβの値は５である。図では、前の模様は構造の材料選択の結果であり、その後ろは構造の断面選択の結果である。単純ＧＡでは構造に用いられる部材数は３８、目的関数の値は２６７．９（単位）である。自動リンク等の導入によって部材数は４、目的関数の値は８９．８（単位）までに減少し、結果も合理的である。

５．あとがき

最適化問題において、例えば構造設計における断面と幾何的な形状を同時に扱うように、お互いの相関は強いが性質の異なる変数を扱わなければならないことが良くある。数理計画法が適用できる特殊な問題の場合は、それぞれの変数に対する感度を用いて探索を行うので、問題にはならないが、ＧＡでは、お互いの相関を考慮することが難しく、性質の異なる複数の変数の扱い方は課題であった。

本研究においては、断面と材料という２変数を同時選択問題を扱い、特に交叉法を工夫することにより適当な選択ができるかどうかの検討を行った。１点交叉、２点交叉を試みて結果を比較したが、やはりそれぞれの変数のグループで必ず１か所切断の方が結果が良く、その中でも２親間の情報の交換をランダムに行う方がやや良好な結果を得た。これらより、性質の異なる変数も、ＧＡは扱えると考えられるが、今後更に種々のケースで検討する予定である。

参考文献：

１）長井謙宏・横山敦士・前川善一郎：三次元強化繊維複合材料の最適設計、機論（Ａ編）６１巻　５８６号、1995.

２）鹿汴麗・久保洋・杉本博之：複合弾性体のＧＡによる最適材料選択に関する基礎的研究、機論（Ａ編）６１巻　５８４号、1995.

３）*Hiroyuki SUGIMOTO,LU Bianli*: The Application of GA and its Improvement for Design of Elastic Body of Composite Material, First China-Japan Symposium on Optimization of Structure and Mechanical System, Dalian University of Technology Press. 1994.

４）Goldberg.D.E:Genetic Algorithms in Search Optimization, and Machine Learning, Addison-Wesley Publishing Company. 1989.