

(2) 離散数量最適化の一手法

A METHOD OF OPTIMIZATION WITH DISCRETE VARIABLES

平田恭久*

by Yasuhisa HIRATA

The author has already proposed an optimization method using selection techniques of active constraints, and has named this method an active constraint method. In many practical design problems, some of the design variables are discrete values. Problems with discrete variables can often be solved by utilizing a solution of a continuous problem. In this paper, the author makes clear a relation between an optimal solution with discrete variables and an optimal solution with continuous variables which is obtained by the active constraint method, and shows an example of structural design problems with H-beams.

Key Words : optimal solution, discrete variable, continuous variable

1. まえがき

通常の最適化手法は連続量を基本にしているので、得られた最適解は連続量最適解である。これに対し、実際の設計寸法は板厚、板幅など離散量として扱われているのが普通である。このため、①離散量として最適化を行う、②連続量最適解から離散量最適解を求める、などの対策が必要になる。ここでは、連続量最適解が得られている場合が多いこと、実用問題は連続量、離散量の混合型であること、を考慮して上記②に着目する。

本来は連続量であるが製品としては離散量になるものを疑似離散変数というが、第2章でその概要と扱い方を述べる。連続量最適解を囲む離散点枠上に離散量最適解が存在すると仮定して、活性な制約面上で離散化していくことを基本構想としたが、これについては第3章で扱う。この離散化を実行するには、等式制約法で用いているタブローでの書き出しを利用する方が便利であるが、第4章でそのアルゴリズムを示す。H型鋼をトラス部材とした簡単な例題を用いて離散量最適化を考察してきたが、第5章で例題についての活性な制約面と最適解を示す。この例題についてタブローを用いた離散化を第6章で説明する。以上が各章の概要であるが、本論文は実用問題を解くことを目的としているのではなく、離散量最適化の基本構想を提示することを主眼にしている。

* 群馬高専 土木工学科 (〒371 群馬県前橋市鳥羽町580)

最適化の分野では、非線形の連続量・離散量混合型最適化問題を解くための方法についても研究がなされている。例えば、①連続量最適化とbranch and bound approachとの組み合わせを用いた方法、②離散化していない変数にペナルティをかけるpenalty approachを用いた方法、などが提案されている。¹⁾著者は等式制約法と称する非線形最適化手法を考案してきたが、等式制約法の仕組みを離散量最適化に拡張できなかという発想で本研究に着手した。現状は目的関数として比較的良好な許容離散解が得られる程度の段階である。

2. 疑似離散変数

(1) 疑似離散変数の概要

最適化問題の変数は次の二つに大別できる。①構造物の断面形状が表現可能な板厚、板幅等を変数にする部材断面の許容力も変数で表現できる。これに対し、②部材断面積を変数にすると断面二次モーメント等を表現できなくなるため、変数と部材許容力との対応が明確化できない。このため変数と部材許容力との対応を何らかの手段で補う必要がある。ここでは変数①を基本変数、変数②を指標変数と称することにする。

疑似離散変数では現実に製品が存在する所が離散点となり、離散点の間には架空の製品が存在すると仮定すれば、目的関数、制約式は連続量で表現されているとみなしても支障がない。²⁾板厚のような基本変数では連続性の仮定だけで疑似離散変数として処理可能になる。これに対し部材断面積のような指標変数では部材許容力が断面形状により変化するので、同一の断面形状で大きさが変化している場合（相似性がある）以外は、離散点間の連続性の仮定が困難になる。極端な場合は部材断面積が増加しても部材許容力は低下することもある。

型鋼は一つの部材断面に対し、高さ、幅、板厚等の基本変数が指定されているため、部材断面は指標変数で表すことになる。このため型鋼を用いた疑似離散変数では指標変数の扱い方を検討しておく必要がある。本論文の例題ではトラス部材にH型鋼を使用しているので、部材断面積が指標変数になる。部材断面積に対応した許容引張力、許容圧縮力を設定し、表の形で参照することにした。最小重量設計とすると目的関数は断面積で表現できるが、制約式には部材許容力が関係しているため、偏微分をどのように表現するかが問題となる。

(2) 指標変数の扱い

H型鋼はJIS規格を参照すると断面形状はある高さに対し、幅が高さと同じ、高さの1/2、両者の中间の三種類で構成されたものが多い。同種類の断面形状ごとに分割すれば形状の相似性が保てるが、現実にはこの三種類を混ぜて使用するので、許容圧縮力は断面積に対し効率の良いもの悪いものが交互に並ぶことになる。効率の悪い断面でも離散点間隔を小さくできるので、離散量最適解を改善できることになる。このJIS規格から例題での使用範囲などを考慮して10個の断面を設定した。

この10個の断面を断面積の順にならべたのが5.-(1)に示す表-1である。表-1には断面積（指標変数）と許容引張力、許容圧縮力（例題に関する）が記載されている。連続量であると仮定すると、各離散点間がどのようにになっているかにより偏微分が定まってくるので、離散点間の想定が必要になる。ここでは離散点間を直線で結ぶ折れ線近似、または滑らかな曲線としたスプライン近似を採用する。表-1では断面形状の相似性が保てないため、偏微分の変化が大きく非線形性の強いケースになっている。連続量最適化では偏微分を用い、計算過程で線形近似を利用しているため、非線形性の強いケースは計算量の増加につながる。この点が指標変数で最適化を行う場合の問題点となる。

3. 離散量最適化の基本構想

(1) 連続量最適解と離散量最適解

疑似離散変数について連続量最適解 \mathbf{x}^* を求めておいて、この連続量最適解を囲む格子状離散点枠を作り、離散量最適解 \mathbf{x}_b^* はこの離散点枠のどれかになるという前提を立て、この離散点枠内で離散化を実行していく。これが本論文での離散量最適化の基本的仕組みである。図-1に \mathbf{x}^* を出発点にして活性制約面上を離散化していく様子を2次元で示すが、各変数ごとに離散化していくとn次元空間ではn回の離散化になり、各離散化ごとに目的関数の増分 Δf_k が生ずる。

n 回目の離散化すなわち最後の離散化では活性制約面から離れて離散点制約式上で離散化される。これより図-1では②点に到達するが、本来の離散点枠 a の②点よりも隣接離散点枠 b の④点の方が目的関数 f が小さいケースにあることがある。これは本来の離散点枠に離散量最適解が存在するという前提に反するが、このケースでも活性制約面上では $f_{①} < f_{③}$ であり、活性な制約面上に限れば本来の離散点枠の方が f が小さい。 n 回目の離散化で生ずる矛盾は Δf_n に起因するものであり、図-1では \mathbf{x}_u を得た後に離散化の調整という別途手段で \mathbf{x}_b^* に移行することを考える。

離散量最適化は許容でありかつ目的関数 f が最も小さい離散点を見つけることであるが、厳密な最適解を得るために計算量は膨大になるので、少ない計算量で許容でありかつなるべく f の小さい離散点を見つけることにする。離散化の出発点としては、図-1に示す ①上限離散点 \mathbf{x}_u 、②下限離散点 \mathbf{x}_s 、③連続量最適解 \mathbf{x}^* の三つが考えられる。①と②は基本的には対称なので、②と③について説明するが、これらの方法は許容であることに重点が置かれ、 f の最小化が若干弱いのが現状である。離散化ではどの変数 X_j を離散点へ移行させるかにより得られた離散解が異なるので、離散化 X_j の選択がアルゴリズムの基本となる。

(2) 離散化（連続量最適解から出発）

上記(1)は連続量最適解 \mathbf{x}^* から出発する場合であるが、離散化のアルゴリズムを以下に説明する。³⁾ 連続量最適化問題は式(1)であり、 \mathbf{x}^* に対する離散点制約式は式(2)になるが、離散点枠と活性な制約面 \mathbf{g}_m の組み合わせを3次元で表すと図-2になる。 $\mathbf{g}_m^T = [\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_2]$ ので従属変数 \mathbf{x}_n は2次元、独立変数 \mathbf{x}_s は1次元になる。 \mathbf{x}_s 方向は近接離散点に移行すればよく、方向 d_s は式(3)になる。 \mathbf{x}_s が離散点制約式に抵触し、 $X_{sj} = X_{usj}$ または $X_{sj} = X_{rssj}$ に固定されたら、次に \mathbf{x}_m についての移動は、 \mathbf{g}_m から離れて活性制約面と離散点制約式上を離散点に向かって移動する。このためにはある \mathbf{g}_i を \mathbf{g}_m から削除して \mathbf{x}_m から自由度のある変数 X_j を作り、この X_j を離散化する。このときの \mathbf{g}_i と X_j の選択基準は式(4)、式(5)とす

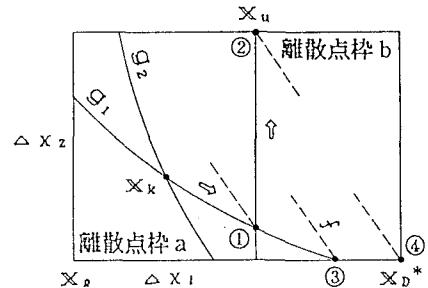


図-1 離散点枠と活性な制約面（2次元）

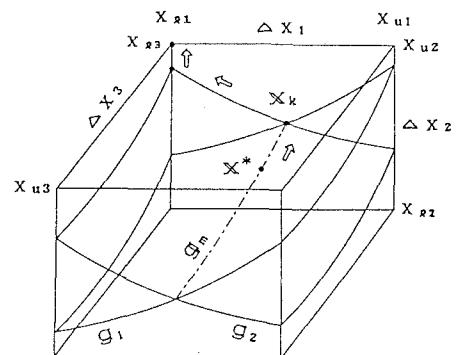


図-2 離散点枠と活性な制約面（3次元）

$$\min f(\mathbf{x})$$

$$\text{subject to } \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \quad \left. \right\} \quad (1)$$

$$\mathbf{g}_u = \mathbf{x}^* - \mathbf{x}_u \leq \mathbf{0} \quad \left. \right\} \quad (2)$$

$$\mathbf{g}_s = \mathbf{x}_s - \mathbf{x}^* \leq \mathbf{0} \quad \left. \right\} \quad \dots (2)$$

$$d_{sj} = X_{usj} - X_{ksj} \quad \left. \right\} \quad (3)$$

$$\text{または } X_{rssj} - X_{ksj} \quad \left. \right\} \quad \text{の絶対値の小さい方}$$

\mathbf{g}_m から削除するのは

$$\Delta f_i = \lambda_i \sum -\nabla \mathbf{g}_{ij} \cdot \Delta \mathbf{x}_{dj} \quad \left. \right\} \quad (4)$$

の最も小さい \mathbf{g}_i

$$\dots \dots \dots \quad (4)$$

\mathbf{x}_m から削除するのは

$$\text{式(4) } \mathbf{g}_i \text{ の書き出し行の } X_j \quad \left. \right\} \quad (5)$$

る。式(4)は g_i を削除して進むとき、 f の増加が最も小さい方向を選ぶものであり、 $\Delta X_{d,i}$ はそのときの x_m の変化である。

(3) 離散化（下限離散点から出発）

下限離散点から出発では式(6)の選択基準を用いるが、 i について \max で許容を、これの j について \min で f の増加の小さい ΔX_j を選択する。 $\Delta X_j = \Delta X_{u,j} - \Delta X_{s,j}$ であり、 ΔX_j の移行によりすべての制約式 g_i が許容になれば終了する。 ΔX_j の移行があった X_j は上限 $X_{u,j}$ になり、 ΔX_j の移行のなかった X_j は下限の $X_{s,j}$ のままであり、移行の回数は n 以下である。上記(2)の連続量最適解から出発では許容離散点までに n 回の離散化がありこの点が異なる。

以上が離散化の選択であり、これにより許容離散点が得られるが、活性な制約面と得られた許容離散点との間に余裕があるので、この余裕の利用を考える。図-1で説明すると、離散化の選択で得られた x_u 点からより f の小さい x^* 点に移行することである。式(7)でこのための手順を示すが、最後に選択した X_j により余裕を生じているため、これを元に戻している。図-1で ΔX_1 はすでに移行済みであるが、 ΔX_1 方向に更に移行を認めれば隣接離散点枠の離散点になる。式(7)の手順を離散化の調整と称しているが、これは局部的な改善である。更に f を改善しようとするすれば ΔX_j の交換を大幅に行うことになり、計算量の増加を招くことになる。

4. タブローの利用

(1) 等式制約法とタブロー

上記3. で述べた離散量最適化の基本構想を実行に移すときの手段として等式制約法の拡張を取り上げる。

④ 等式制約法ではシンプレックス法に準じた方法でタブローの掃き出しにより活性な制約面を得ている。離

G	f	G_m		G_{r-m}		G_u		$G_s (d\mathbf{x})$	
		f^*	\mathbb{O}_m^T	$-G_{r-m}^T$	$-G_{um}^T$	$-G_{us}^T$	$-G_{sm}^T$	$-G_{ss}^T$	
x_m	\mathbb{A}_m	I_m	B	-D	0	D	0		1
x_s	$\nabla_s L$	0	C	-E	$-I_s$	E	I_s		: n
		1 ~ r 個		1 ~ n 個		\mathbb{O}_m^T	\mathbb{O}_s^T	1 ~ n 個	

図-3 タブロー（活性制約面）

G	f	G_m		G_{r-m}		G_u		$G_s (d\mathbf{x})$		
		$f^* + \nabla f$	$-G_m^T$	$-G_{r-m}^T$	\mathbb{O}_m^T	Δx_m^T	O_s^T	Δx_s^T	Δx_m^T	\mathbb{O}_m^T
x_{mu}	$-\nabla_m f_u$	$\nabla_m G_{mu}^T$	$\nabla_m G_{r-mu}^T$	I_{mu}	0	0	0	$-I_{mu}$	0	0
x_{mr}	$-\nabla_m f_s$	$\nabla_m G_{ms}^T$	$-\nabla_m G_{r-ms}^T$	0	$-I_{ms}$	0	0	0	I_{ms}	0
x_{su}	$-\nabla_s f_u$	$\nabla_s G_{mu}^T$	$\nabla_s G_{r-mu}^T$	0	0	I_{su}	0	0	0	$-I_{su}$
x_{sr}	$-\nabla_s f_s$	$-\nabla_s G_{ms}^T$	$-\nabla_s G_{r-ms}^T$	0	0	0	$-I_{sr}$	0	0	I_{sr}
	通常制約式 G				離散点制約式 G_u			$d\mathbf{x}_{mu}^T$	$d\mathbf{x}_{ms}^T$	$d\mathbf{x}_{su}^T$
								離散点制約式 G_s		

図-4 タブロー（離散化）

散点は離散点制約式に基く交点なので、このタブローの掃き出しを用いて n 次元空間の交点を求めるこを考える。式(1)の連続量最適化問題に式(2)の離散点制約式を加えたタブローを作成すれば、①活性制約面から

離散点への移行、②離散点から他の離散点への移行、がタブローの掃き出しにより実行できる。上記①は上記3.-②の連続量最適解から出発に、上記②は上記3.-③の下限離散点から出発に相当する。

等式制約法では式(1)について活性制約式 g_m とその従属変数 x_m をタブローの掃き出しより求めているが、図-3は x^* で活性制約面を掃き出した状態を示している。³⁾離散化では式(1)の通常制約式 g と共に上限離散点制約式 g_u 、下限離散点制約式 g_s も満足する必要があるので、 g_u 、 g_s を付加している。タブローの g 列と $d \times$ 列は同じになるので、両者を合わせて一つにしている。

(2) 離散化と制約式の掃き出し

連続量最適解 x^* から出発する場合で説明すると、 x_s 、 x_m を活性制約面上で離散点枠まで移動させるには、式(3)、(4)、(5)を用いて図-3のタブローで離散点制約式について $-g_u = 0$ または $-g_s = 0$ とする掃き出しを実行すればよい。タブローの掃き出しを用いる利点は、① g 、 g_u 、 g_s に抵触したときの処理、②活性制約面の非線形性の考慮、が可能なことである。すべての変数 x_j についての離散化が終了(n回の離散化)すると図-4のタブローになるが、 g_u 側または g_s 側に掃き出したことを区別するため u と l に分けており、正の I が掃き出しでの軸要素である。微分マ f 、 ∇g は x^* での値であるが、非線形性の強い場合は離散化の途中で修正する。 x^* から離散解に移動したことにより f 、 g は変化し、目的関数は f^* から $f^* + \nabla f$ へと増加する。

下記離散点 x_s から出発する場合には、式(6)で選択した△ x_j で $-g_{u,j} = 0$ (x_j ごとに下限から上限へ移行する)となる掃き出しを行い、すべての制約式 g_i が許容となれば終了する。図-5の場合では、△ x_1 を選択すると x_1 が上限になり、次に△ x_2 が上限で許容になるので、 x_3 は下限のままの離散点を得る。これに対し x^* から出発すると、①で x_2 が x_{uz} 、②で x_3 が x_{sz} 、③で x_2 が x_{uz} に離散化される。①は通常の制約式のみ、②は通常の制約式と離散点制約式、③は離散点制約式のみであり、タブローでの掃き出しにより“=0となる制約式”が変化していく。このようにして許容離散点を得た後に上記3.-③で述べた離散化の調整を行う。

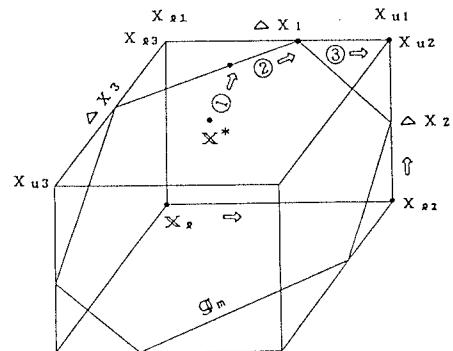


図-5 離散化の比較 (x_s と x^*)

5. H型鋼の例題

(1) トラス部材

H型鋼の例題としては図-6の3部材トラスを取り上げる。3部材トラスを主として引張材として離散量最適化を行った例を参照して、⁵⁾ここでは主として圧縮材として離散量最適化を行う。道路橋示方書のSM400材の許容応力度は式(8)になり、 $L = 200\text{cm}$ として表-1のH型鋼断面について許容軸方向引張力 P_{ta} 、許容軸方向圧縮力 P_{ca} を計算するが、 P_1 、 P_2 は圧縮材、 P_3 は引張材である。応力制約付き最小重量設計は式(9)の最適化問題になり、断面積 A_j を連続量とみなすと連続量最適解が求め

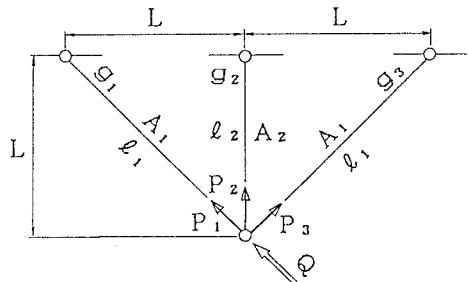


図-6 3部材トラス

られる。

(2) H型鋼断面積

表-1は断面積の順に並べてあるが、高さH、幅Bが主要な断面形状を表し、許容軸方向圧縮力 P_{ca} に大きな影響を与える。式(9)最適化問題は後記(2)に示すように圧縮材の制約式 g_1 , g_2 が活性になっているので、 P_{ca} に着目することになる。断面形状によっては、直前のNoよりも断面積は増加しても P_{ca} は減少するケースもあり、表-1ではこれも削除している。 P_{ta} , P_{ca} は離散量であるが、途中の点を折れ線近似とみなして $\Delta P_{ta}/\Delta A$, $\Delta P_{ca}/\Delta A$ を計算している。 $\Delta P_{ca}/\Delta A$ では各離散点ごとの変動が大きく、かつ離散点で不連続になっている。

(3) 活性制約面と最適解

式(9)は A_1 , A_2 の2変数問題であり、 $Q=30tf$, $40tf$ の2ケースについて活性制約面 $g_m(g_1, g_2)$ 、目的関数 f 、連続量最適解 x^* 、離散点棒、下限離散点 x_s 、離散量最適解 x_d^* を図-7に示す。いずれのケースも g_1 , g_2 の交点に x^* があり、上限離散点 x_u が x_d^* になっている。荷重 Q が増加すると

$$\text{軸方向引張} : 1400 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\text{軸方向圧縮}$$

$$l/r \leq 20 : 1400 \text{ kgf/cm}^2$$

$$20 < l/r \leq 93 : 1400 - 8.4(l/r - 20)$$

$$93 < l/r : 12000000/(6700 + (l/r)^2)$$

} (8)

$$\min f = (2\sqrt{2} A_1 + A_2) L$$

$$\text{subject to}$$

$$g_1 = (\sqrt{2} A_1 + A_2)/D - Q - P_{ca} \leq 0$$

$$g_2 = \sqrt{2} A_2/D - Q - P_{ca} \leq 0$$

$$g_3 = A_2/D - Q - P_{ca} \leq 0$$

$$\text{ただし } D = \sqrt{2} A_1 + 2A_2$$

表-1 H型鋼断面表 P_{ca1} は $l_1 = 282.843 \text{ cm}$, P_{ca2} は $l_2 = 200 \text{ cm}$

No	H × B	A cm ²	P_{ta1} tf	$\Delta P_{ta1}/\Delta A$ tf/cm ²	P_{ca1} tf	$\Delta P_{ca1}/\Delta A$ tf/cm ²	P_{ca2} tf	$\Delta P_{ca2}/\Delta A$ tf/cm ²
1	100×50	11.85	16.59	1.4	2.01772	0.365351	3.68511	0.627020
2	125×60	16.84	23.576	1.4	3.84082	2.13250	6.81394	3.24976
3	150×75	17.85	24.99	1.4	5.99465	1.79490	10.0962	2.30802
4	100×100	21.90	30.66	1.4	13.2641	0.180247	19.4437	0.492338
5	200×100	27.16	38.024	1.4	14.2122	3.22495	22.0334	2.89505
6	125×125	30.31	42.434	1.4	24.3708	0.305864	31.1528	0.710354
7	250×125	37.66	52.724	1.4	26.6189	4.39081	36.3769	3.46085
8	150×150	40.14	56.196	1.4	37.5081	1.35600	44.9568	1.41809
9	175×175	51.21	71.694	1.4	52.5190	1.38218	60.6551	1.43760
10	200×200	63.53	88.942		69.5474		78.3540	

活性制約面は右側（やや上方）に移動していく。変数の次元nが小さいと活性制約面の形状から x_d^* を推定していくことが可能であり、これをタブローの操作で効率的に見つけることができれば便利である。 P_{ca} を折れ線近似しているため離散点棒を越えると△ g が変化するので、タブローの計算が複雑になる。

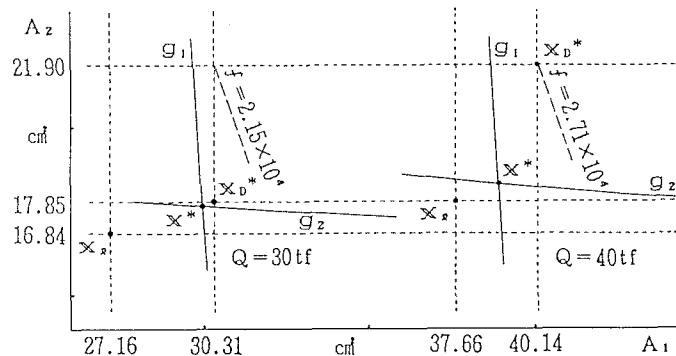


図-7 活性制約面と最適解

6. 離散化について

(1) タブローを用いた離散化

連続量最適解 \times^* で活性制約式 g_1, g_2 を掃き出したタブローを図-8に示す。図-8のタブローを用いて離散化したのが図-9のタブローであり、通常の制約式 g に抵触しないで目的関数 f の増加が最も小さい離散点を求めている。離散化は選択した g_{u1} または g_{uz} を掃き出すことにより行われるが、この例では g_{uz} を選択すると g に抵触するため、 g_{u1} のみを掃き出している。離散量最適解 \times_b^* は上限離散点式 g_u 上に乗っているので、下限離散点式 $g_{x1} = 3.15, g_{x2} = 1.01$ は設計変数 A_1, A_2 の離散点間隔になっている。 $dA_1 = 0.3737, dA_2 = 0.1326$ は \times^* からの増加量である。

	f	g_1	g_2	g_3	g_{u1}	g_{uz}	g_{x1}	g_{x2}
g	20477.9	0	0	35.0764	0.373726	0.132573	2.77628	0.877427
A_1	179.323	1	0	0.497634	-0.323816	0.0192744	0.323816	-0.0192744
A_2	54.9798	0	1	-0.106505	0.0230284	-0.340033	-0.0230284	0.340033
				dA	0.0	0.0	-0.000026	0.000027

図-8 活性制約式 g_1, g_2 (\times^*)

$dA_1 \quad dA_2$

	f	g_1	g_2	g_3	g_{u1}	g_{uz}	g_{x1}	g_{x2}
g	20715.9	1.18664	0.457146	35.6182	0	0	3.15000	1.01000
A_1	-565.685	-3.10067	-0.175758	-1.52428	1	0	-1	0
A_2	-200.000	-0.20990	-2.95279	0.209990	0	1	0	-1
				dA	0	0	0.373700	0.132600

図-9 離散化 g_{u1}, g_{uz} (\times_b^*)

$dA_1 \quad dA_2$

(2) 連続量・離散量混合型の場合

連続量と離散量との混合型の場合を図-7を用いて説明する。例えば A_1 が連続量で A_2 が離散量とすると、 \times^* から活性制約式 g_1 上を移行して g_{uz} に抵触した点が最適解になる。これは図-9のタブローでは g_1 と g_{uz} を掃き出した状態になる。離散量のみの問題だけでなく、連続量・離散量最適化は設計問題から出発しており、実用設計での設計変数は離散的になるものが多いので、連続量最適化だけでは不十分である。非線形最適化手法に基づく永年の蓄積をうまく利用して実用設計問題を解くには、連続量最適化を基礎にした離散化が最も適していると考えられる。ここに示した方法はその一つであり、タブローを用いた離散化のアルゴリズムを改良していくけば、実用設計に対応しうるものになる。

7. まとめ

(1) 離散量最適化の基本構想

離散量最適解も活性な制約面に依存していることは明らかなので、離散量最適解と通常の最適化手法で得られる連続量最適解との関係を明らかにすれば、離散量最適化手法の開発につながると考えた。連続量最適解を求める、これから比較的良好な目的関数を持つ許容離散解を得る一連の計算を、著者が以前に考案した等式制約法でのタブロー操作で置き換えるというアルゴリズムの作成を試みた。これに基づく考案により以下(2)～(5)に述べる結論を得た。

(2) 疑似離散変数での連続量最適解

設計問題での変数は疑似離散変数とみなされるものが多いが、疑似離散変数のうち、板厚、板幅のように断面形状を表現できる基本変数に限れば、架空の連続量最適解を求めることには格別の支障はない。これに対し、H型鋼のように一組の高さ、幅、板厚等が指定された断面を1個の変数（例えば断面積）で代表させる指標変数では、断面形状の相似性が保てないと指標変数と他の諸量（例えば断面二次モーメント）との対応が断面ごとで変動するため、制約式（例えば許容軸方向圧縮力を含む）の偏微分が大きく変化して非線形性の強い最適化問題となり、計算量の増加を招くことになる。

（3）良好な許容離散点の探索

連続量最適解から厳密な離散量最適解を求めようとすると膨大な計算量になることが多いので、良好な目的関数値を持つ許容離散量点をタブロー操作で求めることにしたが、まだ決定的なアルゴリズムは得られていない。離散量最適化は組み合わせ問題を解く（例えば△X_jの選択）ことになるので、目的関数の増加が小さい方向を遠方まで見通すことに難しさがあり、試算的にならざるを得ない。現段階では目的関数の増加が小さい方向に向かう離散化の選択と、選択したもの改良する離散化の調整とでアルゴリズムを構成しているが、この部分にGenetic Algorithms等を適用することも一つの方法である。ランダムに△X_jを選択することも試みたが、タブロー操作により許容離散点を得ることが確立しているため、Genetic Algorithmsの特性を生かすことができると考えられる。

（4）タブローの利用

等式制約法では活性な制約面上を探索することを基本にしているが、連続量最適解を離散化するときも活性な制約面を意識せざるを得ない。等式制約法では活性な制約面の確保、探索等がタブロー操作に凝縮されているため、離散化に適した道具立てになっている。現段階での問題としては次の二つがある。①線形近似をベースにしているため、非線形性の強いケースに対しては計算量の増加で対応しなければならない。②離散化の選択ではタブローで保有している情報（連続量に対処しうるものである）に限界があるので、良好な許容離散点を得るにはGenetic Algorithms等の他のアルゴリズムの導入も必要になる。

（5）基本構想について

主として連続量と疑似離散変数で構成されている最適設計問題について最適解を効率良く見つける方法を模索しているが、これに対して一つの構想を示したものである。これにより研究を進める方向が定まってきた。本論文では触れていないものとしては効率の良い離散化アルゴリズムの導入がある。連続量・離散量混合型の処理方法については第6章で簡単に触れているが、更に検討が必要である。基本構想でのアプローチにより、連続量最適解と離散量最適解との関係を知ることは設計者にとって重要なことである。

参考文献

- 1) Adeli, H. (ed.): Advances in Design Optimization, Chapman & Hall, pp.174～pp.173, 1994
- 2) Gill, P.E., Murray, W., Wright, M.H.: Practical Optimization, Academic Press, pp.281～pp.283, 1981
- 3) 平田恭久：連続量最適解と離散量最適解、土木学会第50回年次学術講演会講演概要集, I-A254
- 4) 平田恭久：活性な制約式集合を用いる最適化手法と等式制約法の比較、構造工学論文集, Vol.40A, pp.549～pp.558, 1994年3月
- 5) 三原徹治・千々岩浩己：単純GAと限定列挙法を組み合わせた離散的最小重量設計問題の一解法、土木学会第49回年次学術講演会講演概要集, I-411
- 6) Goldberg, D.E.: Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison-Wesley Publishing Company, INC., pp.1～pp.25, 1989