

(1) シミュレーテッド・アニーリング法を用いた 現実的な配車配送計画問題の解法

AN ALGORITHM FOR PRACTICAL VEHICLE ROUTING PROBLEMS USING SIMULATED ANNEALING METHOD

糸山 日出男*
Hideo ITOYAMA

國府方 久史**
Hisafumi KOKUBUGATA

川嶋 弘尚***
Hironao KAWASHIMA

Vehicle routing problem(VRP) involves the design of a set of vehicles' routes under some constraints. Each customer must be supplied exactly once by one vehicle route. Each vehicle has a capacity restriction. Although basic VRP's object is only to find a set of vehicles' routes that minimizes cost, practical VRPs have additional objects and constraints. Practical VRPs are more difficult than basic VRP which is well-known as NP-hard. This paper describes an algorithm not only for the basic VRP but also for practical ones by use of simulated annealing method(SA) with a kind of string model. SA is a framework for solving combinatorial optimization problems approximately and the string model was made for solving VRP by using SA. We describe that practical VRPs can be easily solved by SA with the string model.

Key Words: vehicle routing problem, combinatorial optimization, NP hard, simulated annealing

1 はじめに

配車配送計画問題 (Vehicle Routing Problem: 以下 VRP)¹⁾は、積載量に上限のある車両により各店舗等の顧客に対しどのような順序で配達を行なうのか、その配達順序を決定する問題である。各顧客はあらかじめ注文量を配送センターに知らせてあり、1台の車両によって唯一回のみ配達を受ける。VRPは複数の車両の配送ルートを同時に計画する NP- 困難な組合せ最適化問題である。

小規模で基本的な VRP の厳密解法は、古くから OR の分野で研究対象となってきたが、近年、物流コストの削減や交通量の減少といった社会的ニーズが高まり、現実的な問題を取り扱う必要性が強く認識されるようになった²⁾。一方で、デジタル化された道路地図の登場、計算機の性能の向上など、道具立ては十分に整いつつある。

本研究では、組合せ最適化問題への汎用近似解法として近年注目されてきているシミュレーテッド・アニーリング法 (以下 SA) を用いた、単純な枠組で汎用性の高い VRP の近似解法アルゴリズムを提案する。このために、VRP の文字列によるモデル表現を考案し、この方法が、現実的な場面に現れる様々な形態の VRP に容易に対応できることが分かった。

2 シミュレーテッド・アニーリング

SA は有限の状態からなる状態空間 Ω において、各状態 x に対して何らかの評価関数値 $E(x)$ が定義されるとき、最小の評価関数値を与える状態を求めるアルゴリズムの1つである³⁾。SA では、与えられ

* 慶應義塾大学大学院 理工学研究科管理工学専攻 (〒223 横浜市港北区日吉 3-14-1)

** 工修 慶應義塾女子高等学校 教諭 (〒108 港区三田 2-17-23)

*** 工博 慶應義塾大学理工学部 管理工学科 教授 (〒223 横浜市港北区日吉 3-14-1)

た初期状態から近傍の状態への状態遷移を繰り返し、最終的に最適解へと導かれることが、統計力学の立場から理論的には保証されている。状態の遷移にあたっては、状態遷移による評価関数値の変化量 ΔE を求め、 $\Delta E < 0$ 、すなわち、状態が改善される場合には無条件で新たな状態を受理し、 $\Delta E > 0$ の場合には、その時の温度パラメータ T により $\exp(-\Delta E/T)$ の確率で新たな状態を受理する。この“温度”パラメータ T は高温から徐々に下げられる。従って、探索の初期では改悪方向への遷移を受理する確率が高く、粗雑ではあるが大局的な探索となり、温度が下がるにつれ、局所的な探索に移行して行く。

3 状態のモデリングと評価関数

SA の枠組みを用いて最適化を行なうためには、状態空間とその上で定義される評価関数が必要である。VRP を解くために、1つの配車配送計画を1つの状態として持つ状態空間を構築する。1つの状態を表す表現として、図1に示すように、顧客を示す記号とルートの区切りを示す記号により構成される1次元の文字配列を採用した。これをストリングモデルと呼ぶ¹¹⁾。これにより、従来別々に考えられるこ

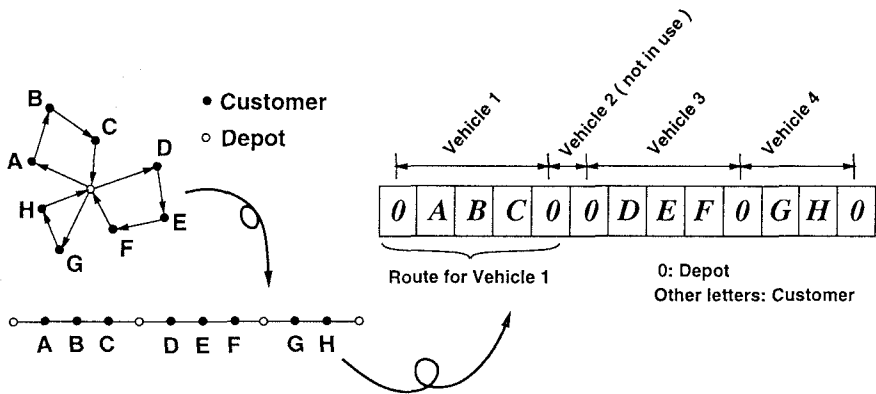


図 1: スtringモデル

とが多かった各車両への顧客の割り当てと、配送の際の顧客の巡回順序付けが同時に表現される。このモデルは単純な記号列であることから、近傍の状態の生成も容易にできる。今回、ストリングモデル中の任意の2要素を入れ換える「1対1交換」と、任意の1要素を抜きとり別の場所へ挿入する「削除挿入」の2つを近傍の生成に用いた。この際、デポを表す“0”も顧客を表す他の文字と同様に移動させる。

次に、ストリングモデルにより構成される状態空間上に評価関数 $E(x)$ を定義する。評価関数 $E(x)$ の定義にあたっては特別な制限はなく、自由度は大きい。評価関数 $E(x)$ は、対象とするVRPの制約条件をペナルティとして表現する制約項 E_{cns} と、対象とするVRPの目的を最小化したいものとして表現するコスト項 E_{cost} に分けられる。それらの項の重み付き線形和により評価関数を定義する(式(1))。

$$E(x) = \sum_i a_i E_{cns}^{(i)}(x) + \sum_j b_j E_{cost}^{(j)}(x) \quad (1)$$

4 VRP の表現

4.1 基本的な VRP

基本となるVRPは、車両の積載量に上限があつて、総配送距離を最小化する問題である。従って、評価関数の制約項 $E_{cns}^{(1)}$ において積載量制約を表現し、コスト項 $E_{cost}^{(1)}$ に総配送距離をあてはめることで、1つの状態 x に対する評価関数 $E(x)$ が式(2)のように定義できる。ここで、 $k(1 \leq k \leq N)$ は車両番号を表す。

$$E(x) = a_1 \sum_{1 \leq k \leq N} \max\{0, w_k(x) - w_k^{max}\} + b_1 \sum_{1 \leq k \leq N} L_k(x) \quad (2)$$

- w_k^{max} : 車両 k の最大積載量
 $w_k(x)$: 状態 x における車両 k の積載量
 $L_k(x)$: 状態 x における車両 k の配送距離

4.2 現実的な VRP

現実的な VRP⁶⁾に対して筆者らの方法を応用する際には、2つの方法がある。1つはストリングモデルに新たな解釈を与えること、もう1つは評価関数に新たな制約項やコスト項を加えることである。

4.2.1 ストリングモデルへの組み込み

車両の回転利用 車両の回転利用とは、1度デポに戻った車両が再び荷物を積んで配送に向かうことである。現実の場面では、1台の車両が1日に2～3回転することはよくある。この車両の回転利用をストリングモデルに取り込むために、図2に示すように新たに“-1”を記号に加える。これは、車両が一旦デポに戻り、再び出発することを意味する。

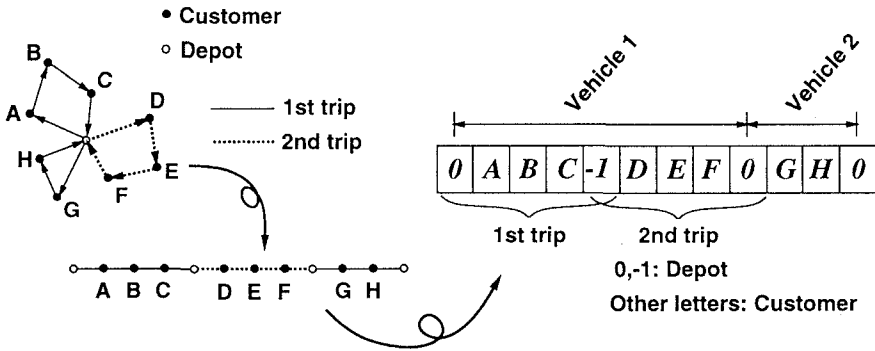


図 2: 車両の回転利用を考慮したモデル

マルチデポ問題 マルチデポ問題とは、複数のデポを同時に考慮して配送計画を立てるものである。従来、デポを複数持つ問題は、なんらかの方法で顧客をそれぞれのデポに振り分け、子問題に分けて解かれていた。本来は配送のルートまでを考慮して顧客を割り当てる必要があるが、従来法では、対応できなかった。しかし、ストリングモデルによりマルチデポを表現(図3)することで、ルートまで考慮した顧客の各デポへの割り当てが可能となる。

4.2.2 評価関数への組み込み

配送時刻制約 顧客 i ($1 \leq i \leq M$) が配送を希望する時間窓 $[t_i^{lower}, t_i^{upper}]$ を持つ場合、その違反量をペナルティーとした項を評価関数に加えることで対応できる。状態 x における顧客 i の配送時間を $t_i(x)$ とすると、

$$\text{配送時刻制約項: } \sum_{i=1}^M T_i(x) \quad \text{ここで} \quad T_i(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } t_i^{lower} \leq t_i(x) \leq t_i^{upper} \\ t_i^{lower} - t_i(x) & \text{if } t_i^{lower} > t_i(x) \\ t_i(x) - t_i^{upper} & \text{if } t_i^{upper} < t_i(x) \end{cases} \quad (3)$$

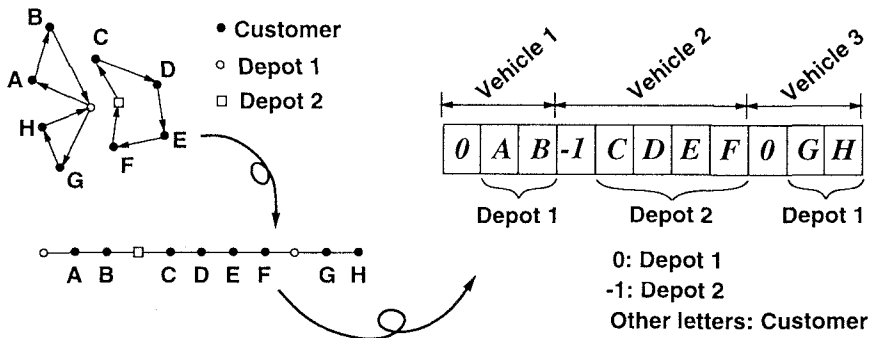


図 3: マルチデポ問題を考慮したモデル

総配送作業量制約 労働時間の制約などで、各車両の総配送作業量に制約を持つ場合、その違反量をペナルティーとした項を評価関数に加える。配送作業量の上限を W^{max} とし、状態 x における車両 k の配送作業量を $W_k(x)$ とすると、

$$\text{総配送時間制約項: } \sum_{1 \leq k \leq N} \max\{0, W_k(x) - W^{max}\} \quad (4)$$

作業量の平準化 労働条件の不公平をなくすために、各車両の作業量を均等になりたい場合、使用されている車両の作業量の標準偏差 W_{SD} を評価関数に加える。

$$\text{作業量平準化項: } W_{SD} \quad (5)$$

使用車両コストの最小化 数種類の最大積載量の異なる車両を用いる場合で、その車両の使用コスト C_k が与えられているとき、もっともコストが最小になるように組み合わせて使うことが望まれる。車両のコストの総和を評価関数に加えることで、この問題にも対応できる。

$$\text{車両コスト項: } \sum_{1 \leq k \leq N} f_k(x) C_k \quad \text{ここで} \quad f_k(x) = \begin{cases} 0 & \text{if Vehicle } k \text{ is NOT in use.} \\ 1 & \text{if Vehicle } k \text{ is in use.} \end{cases} \quad (6)$$

5 計算機実験

以上に述べたストリングモデルと評価関数を用いて、SA のアルゴリズムにより幾つかの VRP を解くことを試みる。以下にここで用いる SA のアルゴリズムの概要を示す。

step1 初期状態 x_s の生成および温度を下げて行くクーリングスケジュールの設定。

step2 $i = 0, x = x_s, T = T_i$

step3 x に対し試行変形を施し、新たな近傍の状態 x' を生成する。

step4 $\Delta E = E(x') - E(x)$ より、受率確率 $AP(\Delta E, T)$ をメトロポリス法により求め、新たな近傍の状態を受率するか否かを決定し、更新する場合には $x \leftarrow x'$ とする。

$$AP(\Delta E, T) = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta E < 0 \\ \exp\left(\frac{-\Delta E}{T}\right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

step5 step3,4 を十分な回数繰り返す。その間に出現した実行可能解の内、評価関数値 E がその時点で最小のものを常に記録し保持する。step3,4 が十分に繰り返されたら $i = i + 1, T = T_i$ とし step3 へ戻る。アニーリング温度列が終了したら、step6 へ進む。

step6 最終的に保持されていた、探索中に現れた最良の解を出力し終了。

step1における初期状態 x_s の生成はまったくランダムに行なった。クーリングスケジュールは、初期状態 x_s に対しランダムな試行変形のみを 10,000 回繰り返し、その際に観測された ΔE の最大値 ΔE_{max} をもとに、初期温度 T_0 を $T_0 = \alpha \Delta E_{max}$ 、 T_{min} を下限として、 $T_{i+1} = \beta T_i$ に従って設定した。実験では、 $\alpha = 10, \beta = 0.9, T_{min} = 0.001$ とした。step3,4 の繰り返し数は 20,000 回とした。

5.1 計算機実験に用いた問題

計算機実験では、顧客数 50 から 100 までの基本的な VRP(E シリーズ)、総配送距離に制限のある VRP(P シリーズ)、使用コストのことなる数種類の車両を混在して用いる VRP(M シリーズ)、マルチデポ VRP(D1) を取り扱った。さらに、現実の配送業務に用いられた顧客数 50 の問題 (P1) を取り上げた。表 1 にそれらの問題の概要を示す。また、それぞれの問題で用いられるストリングモデルと評価関数をその対応表を表 2 に示す。E,L および M シリーズは従来の研究^{1) 2) 4)}で扱われた問題であり、従来の近似解法と比較する為に取り上げた。D1 はマルチデポ問題の実験のために E3 をもとに筆者が作成したものである。D1 には座標 (50,50)、(10,10) にデポを 2 つ付け加えた。E,L,M および D では、顧客の位置が xy 座標で与えられており、2 次元ユークリッド距離を用いて各顧客間のリンクコストとした。P1 は現実の問題で、車両の回転利用および作業量の平準化が考慮される。この問題では、ノード数 252、リンク数 892 のマップデータを作成し、道路交通センサスによる各リンクのピーク時旅行速度より、リンクの旅行時間を求め、顧客間の最短経路を算出してその所要時間 (分) をコストとして用いた。P1 での荷降ろし時間は、各顧客の注文量に比例し、顧客ごとに変化する (荷降ろし時間 = 注文量 $\times$ 0.5 分)。

表 1: 計算機実験に用いた問題

問題 番号	顧客数	デポ数	使用車両の 種類	最大作業量	荷降ろし 時間	時刻帯制約付き 顧客数	車両の 回転利用	作業量の 平準化
E1 ¹⁾	50	1	1	∞	0	0	×	×
E2 ¹⁾	75	1	1	∞	0	0	×	×
E3 ¹⁾	100	1	1	∞	0	0	×	×
L1 ²⁾	50	1	1	200(距離)	10	0	×	×
L2 ²⁾	75	1	1	160(距離)	10	0	×	×
L3 ²⁾	100	1	1	230(距離)	10	0	×	×
M1 ⁴⁾	50	1	3	∞	0	0	×	×
M2 ⁴⁾	75	1	6	∞	0	0	×	×
M3 ⁴⁾	100	1	3	∞	0	0	×	×
D1	100	3	1	∞	0	0	×	×
P1 ⁸⁾	50	1	1	9(時間)	可変	16	○	○

○：考慮する ×：考慮しない

表 2: 用いたモデルと評価関数

問題の 種類	使用する ストリングモデル		評価関数	各項の係数
E	図 1	式 (2)		$a_1 = 2, b_1 = 1$
L	図 1	式 (2)+ $a_2 \times (4)$		$a_1 = a_2 = 2, b_1 = 1$
M	図 1	式 (2)+ $b_2 \times (6)$		$a_1 = 10, b_1 = b_2 = 1$
D	図 3	式 (2)		$a_1 = 2, b_1 = 1$
P	図 2	式 (2)+ $a_2 \times (3)$ + $a_3 \times (4)$ + $b_2 \times (5)$ + $b_3 \times (6)$		$a_1 = a_2 = a_3 = b_1 = b_2 = b_3 = 1$

5.2 従来法との比較実験結果 (問題 E,L,M)

ストリングモデルを用いた SA 法によって各問題に対し 30 回の繰り返し実験を行なった。その際の最良、平均、最悪の評価関数値および標準偏差と一回あたりの計算時間を、セービング法および筆者が知る限りの現在までに知られる最良解と比較して、表 3 に示す。

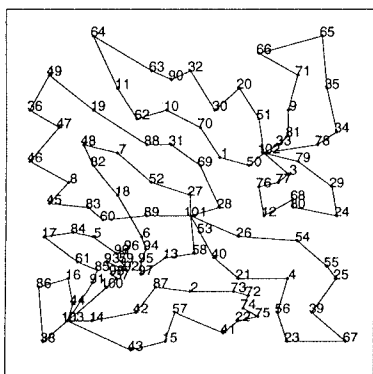
表 3: 比較実験結果 (問題 E,L,M)

問題 番号	セービング法	報告されている 最良解	ストリングモデルを用いた SA				
			最良*	平均	最悪	標準偏差	計算時間 (秒) [†]
E1	625	524 ⁷⁾	524/5	532	549	7.6	137
E2	1005	838 ⁷⁾	840/11	857	878	9.8	194
E3	982	829 ⁷⁾	829/8	838	851	5.7	236
L1	670	555 ⁷⁾	555/6	562	572	4.3	151
L2	989	909 ⁷⁾	909/11	943	1029	25.4	215
L3	1055	866 ⁷⁾	869/9	888	927	16.4	258
M1	3026	2822 ⁴⁾	2763/ B^8C	2820	2883	27.2	260
M2	3447	2432 ⁴⁾	2431/ $B^6C^8D^2$	2475	2547	25.5	468
M3	4689	4195 ⁴⁾	4149/ $A^{13}B^5$	4221	4342	45.2	390

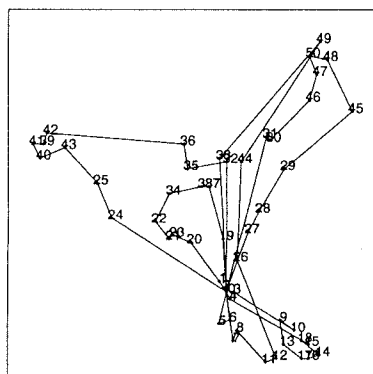
* 総経路長 / 使用車両数および種類 † SUN SPARC station10

5.3 マルチデポ問題および現実のデータによる実験結果

図 4 に D1 および P1 の結果を示す. P1 に関しては, 実際の配車係による結果と, 筆者らのグループが以前に試みたホップフィールド型ニューラルネットワークの 2 段階解法 (1 段階目: 顧客の割当, 2 段階目: ルート作成) による結果⁸⁾を比較の為に表 4 にまとめた. 車両のコストは, 変動費 (2,000 円 / 時間) を仮定し, それを基準に分換算した $C_k = 1170$ (for all k) を使い, 総配送時間項の単位 (分) に合わせた.



(a) M1 の配送計画 ($E(x) = 776$)



(b) P1 の配送計画

図 4: 実験結果

表 4: P1 の配送計画の比較

	ニューラルネットワーク	ストリングモデルを用いた SA	配車係による計画
総配送作業時間 (分)	2845.47(1958.97 [†])	2330.18(1443.68 [†])	2972.76(2089.26 [†])
平均作業時間 (分)	355.68	466.04	297.28
使用車両台数	8	5	10
作業時間の標準偏差 (分)	125.43	32.38	202.72
平均積載率	63.33	84.4	50.6

† 総旅行時間

6 まとめ

従来法との比較においては, 表 3 の結果からも分かるように, 今回用いた 9 つの問題中 7 つの問題において良い結果が得られた. SA 法は近似解法であり, 状態を確率的に推移させて解の探索を行なうた

め、与えた乱数系列によって、解の質は若干変化する。しかし、30回の繰り返し実験によって従来報告されいる最良解と同じかそれを上回る解を得たことは、ストリングモデルを用いたSA法による解法が高い求解能力を示したといえる。実行時間に関しては、比較した従来の結果とは実験環境が異なるため、単純には優劣はいえない。今回の実験では、1回あたりの実行時間がどの問題でも8分以内で、さらなる高速化が望まれるが、ここ数年の計算機の性能の向上を考えれば、それ程大きな問題ではないかもしれない。SA法は、系の温度を緩やかに下げ、各温度での試行回数を十分に増やせば、解の質が向上することが見込まれるものであり、時間をかければその分良い解が得られる。すなわち、計算機の性能が向上すると、同じ時間であれば良い解が、同等の解の質であれば短時間で解が求まることが保証される。

さらに、実験ではマルチデポおよび現実の問題に対して、ストリングモデルを用いたSA法を適用した。マルチデポ問題では、配送ルートまで考慮した顧客の区割りが行なわれているのが図4(a)から分かる。P1においては、配送時刻制約付きであるにもかかわらず車両数を減らすことができ、配車係の作成した計画の半分の車両数で済んだ(表4)。総注文量が1773であることから、物理的には6台以上の車両(最大積載量350)が必要となるが、1台の車両が回転利用されるため、5台の車両で配送が可能となった。車両1台当たりの使用コストが3.9万円であることから、配車係の計画よりも19.5万円のコスト削減となる。また、評価関数において、作業量の平準化も考慮されている為、各車両における作業量のバラツキも小さく抑えられている。これらの結果はストリングモデルによる解空間の構成が非常に汎用性の高いものであることを示したことになる。従来法では解法に取り入れることが難しいような問題固有の条件を、ストリングモデルと評価関数により柔軟に表現することができ、理論的にも裏付けられたSA法によって最適化が図られるという枠組が、現実問題の解を得るのに有効であることが示された。

現実的な配車配送計画問題は、今回検討したものに限られるものではない。今後さらに現実の問題を検討し、求められる機能を付加していく必要がある。また、最適化手法として用いたSA法自体の高速化、高性能化も課題である。さらに、今回提案したモデル表現を用いて、別の最適化手法(GA, タブー探索(Tabu search)等)を適用するのも研究対象として興味のあるところである。

参考文献

- 1) Christofides,N. and Eilon,S. : An algorithm for the vehicle dispatching problem, Oper. Res. Quart. 20, pp.309-318, 1969.
- 2) Fisher,M. and Jaikumar,R.:A generalised assignment heuristic for vehicle routing, Networks 11, pp.109-124, 1982.
- 3) Kirkpatrick,S., Glott,J.C.D. and Vecchi,M.P. : Optimization by simulated annealing, Science 220, pp.671-680, 1983.
- 4) Golden,B., Assad,A., Levy,L. and Gheysens,F.: The fleet size and mix vehicle routing problem, Comput. & Ops Res. 11, No.1, pp.49-66, 1984.
- 5) Golden,B. and Assad,A. : *Vehicle Routing : Methods and Studies*, North- Holland, 1988.
- 6) Bodin,L.D.: Twenty years of routing and scheduling, Operations Research 38, No.4, pp.571-579, 1990.
- 7) Osman,I.H.: Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for vehicle routing problem, Annals of Oper. Res. 41, pp.421-451, 1993.
- 8) 川嶋 弘尚, 國府方 久史, 齊藤 公一郎, 佐野 方俊: ロジスティクス高度化のための配車・配送計画, 交通工学 28, No.5, pp.21-28, 1993.
- 9) 川嶋 弘尚: 都市内交通とロジスティクスの高度化, 計測と制御 33, No.11, pp.917-923, 1994.
- 10) Rosen,B.E., 中野 良平 : シミュレーテッドアニーリングー基礎と最新技術ー, 人工知能学会誌, Vol.9, No.3, pp.365-372, 1994.
- 11) 糸山 日出男, 國府方 久史, 川嶋 弘尚: 配車配送計画問題 (Vehicle Routing Problem) のモデリングとシミュレーテッドアニーリングによる解法, 田辺 國士編, 最適化: モデリングとアルゴリズム 7, 統計数理研究所共同研究リポート 77, pp.277-283, 1995.