

(41) ATMDによる構造物の複数振動モードの震動制御

CONTROL OF SEVERAL STRUCTURAL VIBRATION MODE USING ATMD SYSTEM

佐藤忠信* 土岐憲三** 望月俊宏*** 吉川正昭****

Tadanobu SATOU Kenzou TOKI Toshihiro MOCHIZUKI Masaaki YOSHIKAWA

In this paper a new control algorithm for improving the tuned mass damper or the active mass damper is developed for vibration control of civil engineering structures subjected to the random disturbance such as seismic ground motion. The optimal open-closed control algorithm which has been developed in our research group is applied for controlling an active control device attached to the tuned mass driver (ATMD). For realizing a stable multi-mode active vibration control the driving mass is tuned for reducing the structural response due to the first vibration mode and the gain of feedforward term is tuned to cancel the structural response due to the second or third vibration mode. The optimal feedback gain of active mass driver is searched to reduce the total seismic response of structure. Numerical examples for a simple eight story building are worked out to demonstrate the control efficiency of the proposed algorithm.

Key Words: open-closed control, multi-mode active control, leak term

1 はじめに

近年、建築構造物はより高層化が進められ、従来に比べ剛性の低い柔軟な構造物が出現するようになってきた。この結果、構造物の振動を制御する問題が脚光を浴びようになり、中、大地震だけでなく小地震や風励振等の比較的弱い外乱に対する居住性や安全性の向上も考えた制振理論が開発されてきている。こうした建築構造物の制振技術の中で、よく用いられている手法の一つにアクティブ動吸振器が挙げられる。これは、構造物外部より制御力を供給し能動的に制御するアクティブ制震機構と動吸振器のもつ減衰付加効果による免振機構の両者を兼ね備えたハイブリッド制震手法の一つである。このアクティブ機構としてよく用いられているのがアクチュエーターに固定されたマスダンパーの慣性力を利用する方法である。アクチュエーターは設置が比較的簡単であるが構造物の内部空間の有効利用の観点から屋上に設置されることが多いので、複数の振動モードを有する中高層建築物の震動を制御するためには、その震動特性を十分に考慮した制御則を必要とする。

そこで、本研究では複数の振動を有するモデルを設定し、震動を制御する手段として閉ループ制御則、開ループ制御則、及び動吸振器の3つの制御機構の組合わせにより構造物の複数モードの応答を制御することを試みた。

* 工博 京都大学防災研究所 助教授

** 工博 京都大学工学部 教授

*** 京都大学大学院 学生

**** 工博 奥村組筑波研究所

2 制御理論

2.1 システムの定式化

最上階にアクチュエーターとTMDを1台ずつ設置した n 自由度系の構造物モデルの運動方程式は次式で表される。

$$[M]\{\ddot{x}(t)\}+[C]\{\dot{x}(t)\}+[K]\{x(t)\}=-\{m\}\ddot{X}_0(t)+\{H\}(-m_d\ddot{x}_d)+\{H\}(c_T\dot{x}_T+k_Tx_T) \quad (1)$$

$[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ は、それぞれ質量、剛性、減衰に関する $(n \times n)$ 次元の正方マトリクスである。また $\{H\}$ は制御力の作用位置を表し、 $\{1, 0, 0, \dots, 0\}^T$ で与えられる。 m_d 、 c_T 、 k_T はそれぞれAMDの質量、TMDの粘性係数、剛性を示し、 x_T 、 x_d は、TMD、AMDの最上階に対する相対変位を表す。 $x_i (i=1, \dots, n)$ は各質点の相対変位である。アクチュエーターは、ダンパーとACサーボモーターから構成されたものを想定し、モーターに速度信号を与えてダンパーのストローク量を操作するものとする。そこで、モーターの動特性に関する方程式は、速度入力信号とダンパーの応答値を1次遅れ要素とすると次式で与えられる。

$$Y^*=T\dot{x}_d+\dot{x}_d \quad (2)$$

T は時定数、 Y^* は速度信号、 x_d は最上階に対するダンパーの相対変位である。ここで、式(1),(2)より $\dot{x}_d$ を消去し、さらにモード変換を行なうと式(1)は次式に変換される。

$$\{\ddot{q}\}+[\zeta]\{\dot{q}\}+[\Omega]\{q\}=-[\Phi]^T\{m\}\ddot{X}_0+[\Phi]^T\{H\}(\dot{x}_d-Y^*)\frac{m_d}{T}+[\Phi]^T\{H\}(c_T\dot{x}_T+k_Tx_T) \quad (3)$$

$[\zeta]$ 、 $[\Omega]$ はそれぞれ $2h_i\omega_i$ 、 ω_i^2 を対角成分にもつ $n \times n$ マトリクスである。次に、TMDに関する運動方程式を次式に示す。

$$m_T\ddot{x}_T+c_T\dot{x}_T+k_Tx_T=-m_T\ddot{X}_0-m_T\dot{x}_d \quad (4)$$

以上より、式(3),(4)を連立させると制御力が作用している時の構造物の応答が求められる。

2.2 制御信号の決定

合理的な制御力を求めるためには、最適性を保証するために評価関数を設定する必要がある。ここでは、構造物に入力される地震エネルギーを考慮した時間依存型評価関数¹⁾を用いる。

$$J=\{z(t)\}^T[Q]\{z(t)\}+u(t)^TRu(t)+\alpha\left\{-\int_0^t\dot{x}^T\{m\}\ddot{X}_0(\tau)d\tau\right\} \quad (5)$$

ただし、

$$\{z(t)\}=\{\{x\}^T,\{\dot{x}\}^T\}^T \quad (6)$$

ここで、 $[Q]$ は構造物の応答変位、速度に対する重み $(n \times n)$ マトリクス U は制御力に対する重み(スカラー量) α は評価関数中の入力エネルギー量に対する重み(スカラー量)である。そこで、モデルの運動方程式を制約条件式として上記の評価関数を最小にする制御力を求めると

$$u(t)=\{F_{BD}\}\{x\}+\{F_{BV}\}\{\dot{x}\}+F_f\ddot{X}_0 \quad (7)$$

ここに、 $\{F_{BD}\}$ 、 $\{F_{BV}\}$ 、 F_f は応答変位、速度、入力地震加速度に対するゲインで次式で表される。

$$\begin{aligned} \{F_{BD}\} &= -\frac{\Delta t}{4r}(\{m^{-1}\}\{H\})^T[Q^T_{12}+Q^T_{21}] \\ \{F_{BV}\} &= -\frac{\Delta t}{4r}(\{m^{-1}\}\{H\})^T[Q^T_{22}+Q^T_{22}] \\ F_f &= \frac{\Delta t^2}{8}\frac{\alpha}{r} \end{aligned} \quad (8)$$

次に、この制御力に相当する速度信号を求める。式(7)で与えられる制御力はAMDの慣性力としてモデルに供給されるため、次式が成り立つ。

$$u = -m_d \ddot{x}_d = \{F_{BD}\}\{x\} + \{F_{BV}\}\{\dot{x}\} + F_f \ddot{X}_0 \quad (9)$$

式(2),(9)より $\ddot{x}_d$ を消去すると速度信号は次式で与えられる。

$$Y^* = -\frac{T}{m_d} \left(\{F_{BD}\}\{x\} + \{F_{BV}\}\{\dot{x}\} + F_f \ddot{X}_0 - \frac{m_d}{T} \dot{x}_d \right) \quad (10)$$

ここで $\{F_{BD}\}=\{0\}$ とおき、式(9)を1回積分した式と式(10)より $\ddot{x}_d$ を消去すると、最終的に速度信号が次式の形で与えられる。

$$Y^* = -\frac{T}{m_d} \left\{ \{F_{BV}\} \left(\dot{x} + \frac{x}{T} \right) + F_f \left(\ddot{X}_0 + \frac{\dot{x}_0}{T} \right) \right\} = -\frac{T}{m_d} \left\{ \{F_{BV}\} [\Phi] \left(\dot{q} + \frac{q}{T} \right) + F_f \left(\ddot{X}_0 + \frac{\dot{x}_0}{T} \right) \right\} \quad (11)$$

式(11)を式(3)に代入し直接数値積分を行うことによってモード座標系の変位ベクトル $\{q\}$ が得られる。

2-3 TMDのチューニング

動吸振器による構造物の制震効果を増加させるためには、構造物の振動と共振するように動吸振器の固有振動数を同調させることが重要となる。そこで、この動吸振器の剛性 k_d 、減衰定数 h_d 、質量 m_d を決定する。この場合、一般に無次元量に換算した質量比 μ （ダンパーの質量/仮想1自由度系の質量）、振動数比 γ （ダンパーの固有振動数/仮想1自由度系の固有振動数）、減衰定数比 ξ （ダンパーの減衰定数/仮想1自由度系の減衰定数）をパラメーターとして考えるが、本解析では、質量比は0.01として適切な振動数比、減衰定数比の2つを既往の研究結果²⁾を参照して次式より求めた。

$$\gamma = \frac{1}{1+\mu} \quad \xi = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}} \quad (12)$$

主構造物の一次固有振動数を ω_1 とおき、式(12)を用いて計算すると、ダンパーの剛性、粘性係数は次式で与えられる。

$$k_d = m_d \gamma^2 \omega_1^2 \quad c_d = 2m_d \omega_1 \xi \quad (13)$$

3 フィードフォワードによる制御

制御信号を決定するには、式(11)における応答速度のフィードバックゲイン $\{F_{BV}\}$ とフィードフォワードゲイン F_f を設定しなければならない。まず、 $\{F_{BD}\}=\{0\}$ とにおいて、制御量を入力地震動のみから決定する場合（フィードフォワード制御）を考える。

3-1 重み α/r の決定

式(1)で表される運動方程式をモード変換して表現する。ここで、 i 次モードベクトルを $\{\phi_i\}$ 、その第 k 成分を ϕ_i^k と定義すると、各モードは非連成化しているので、第 i 次モード($i=1, \dots, n$)に関する式は次式となる。

$$\ddot{q}_i + \zeta_i \dot{q}_i + \Omega_i q_i = -\{\phi_i\}^T \{m\} \ddot{X}_0 + \{\phi_i\}^T \{H\} u \quad (14)$$

制御力は、入力地震動のみを考慮すると

$$u = F_f \ddot{X}_0 \quad (15)$$

式(14)(15)より明かなように制御力に考慮されているフィードフォワード項は、モードの振動を励起する外乱を双殺する。いま、第 i 次モードの振動を制御することを考えるならば、式(14)の右辺の外力項が0となるように F_f に含まれる重み α を決定してやれば良い。そこで、式(15)を式(14)に代入し右辺を0とおくと第 i 次モードの外乱を双殺する F_{fi} は次式で与えられる。

$$F_{fi} = \frac{\{\phi_i\}^T \{m\}}{\phi_i^1} \quad (16)$$

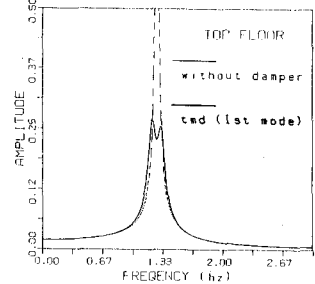


図1 周波数応答関数（1次振動数付近）

式(8),(16)を用いると重み α/r は次式となる。

$$\frac{\alpha}{r} = \frac{8}{\Delta t^2} \frac{\{\phi_i\}^T \{m\}}{\phi_i^1} \quad (17)$$

右表1に各次モードの外乱を双殺する α/r を示す。

MODE NO.	α/r
1	56.6
2	-19.5
3	12.6
4	-10.0
5	8.6
6	-7.9
7	7.5
8	-7.3

表1 重み α/r

3-2 Leak term

3-1で導いた α/r を用いた制御力は i 次モードの応答を減少させるが、他モードを励起するので、他モードに与える影響を調べておく必要がある。そこで i 次モードを制御する制御力を k 次モードに関する式($k \neq i, k=1, \dots, n$)に作用させた次式において、

$$\ddot{q}_k + \zeta_k \dot{q}_k + \Omega_k q_k = - \left(\{\phi_k\}^T \{m\} - \frac{\phi_k^1}{\phi_i^1} \{\phi_i\}^T \{m\} \right) \ddot{X}_0 \quad (18)$$

右辺の入力加速度の係数項が影響項(leak term)と考えられる。従って、 i 次モード制御時の k 次モードへの制御力の漏れの程度を表す leak term は次式で与えられる。

$$\{\phi_k\}^T \{m\} - \frac{\phi_k^1}{\phi_i^1} \{\phi_i\}^T \{m\} \quad (19)$$

4 解析結果

4.1 対象モデル

本システムで対象とする Active Tuned Mass Damper モデルは、図2に示す通り、最上階にアクチュエータと TMD を独立に1台ずつ設置した8自由度線形モデルである。減衰を剛性比例型としたモデルの緒元を表2に示す。アクチュエータは、AC サーボモータとボールネジから構成されたものを想定する。一方、TMD は、最上階から質量をつり下げる型のものを想定し、アームの長さで固有周期を調整する。本解析では、TMD の質量比 μ を 0.01 (TMD の質量 $m_T=5.45\text{kgf}$) とし、モデルの1次固有振動数に同調させて用いた。

解析に用いる入力地震については、モデルに対して複数モードの影響を考慮するため周波数成分がホワイトノイズとなる模擬地震波を作成した後、3次振動数成分までがほぼ均等に現われるように振幅に包絡線関数をかけて作成し、最大加速度を50galに調節して用いた。図3に模擬地震波の加速度波形を示す。

4.2 開ループ制御による解析結果

まず、入力地震動のみで制御力を決定する開ループ制御則を用いた場合を考える。制御対象モードは3次までの3つのモードであるが、1次モードは TMD で制御することから残りの2次、3次モードをそれぞれ

MASS DAMPER AC Servo Motor

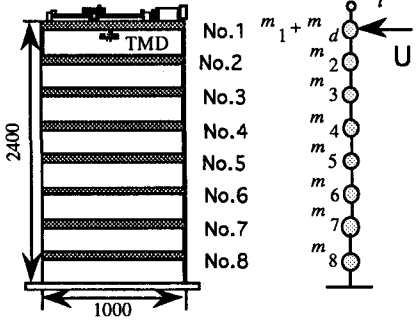


図2 解析モデル

表2 モデルの緒元

No.	Mass (kgf)	Stiffness(kgf/cm)
1	123.1	150.6
2	123.1	245.0
3	123.1	245.0
4	123.1	245.0
5	123.1	245.0
6	123.1	245.0
7	123.1	245.0
8	123.1	245.0

Mode No.	Eigenvalue (Hz)
1	1.26
2	3.76
3	6.15
4	8.35
5	10.29
6	11.89
7	13.08
8	13.81

Damping factor of Structure(%)
0.268

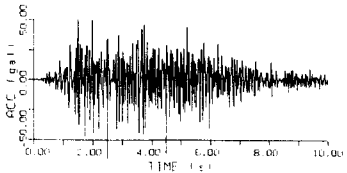


図3 模擬地震波の加速度波形

表1に示す重み α_k を用いて制御する。図4にTMD、2次開ループ制御、3次開ループ制御による最上階の応答変位を示す。図中、波線が非制御状態、実線が各制御状態を示す。また、図5に非制御、TMD、2次開ループ制御、3次開ループ制御について最上階の応答変位に関するフーリエスペクトルを示す。まず、TMDにより1次のピークが非制御状態の半分に低減している。このTMDの効果は、開ループ制御を行なった場合でも有効なことがわかる。次に、開ループ制御の結果であるが、これは3.2で述べたLeak Termから説明ができる。図6に式(19)で表現されるLeak Termを各モードの刺激係数 ($\{\phi_k\}^T[m]$) で正規化した結果を示す。2次モード制御では、奇数モードへの影響が非常に大きく、制御対象である1次、3次だけでなく他の高次モードも励起させてしまう。一方、3次モード制御では偶数モードへの影響が大きいものの奇数モードのLeak Termは減少しており、2次、4次の2つが励起されている。

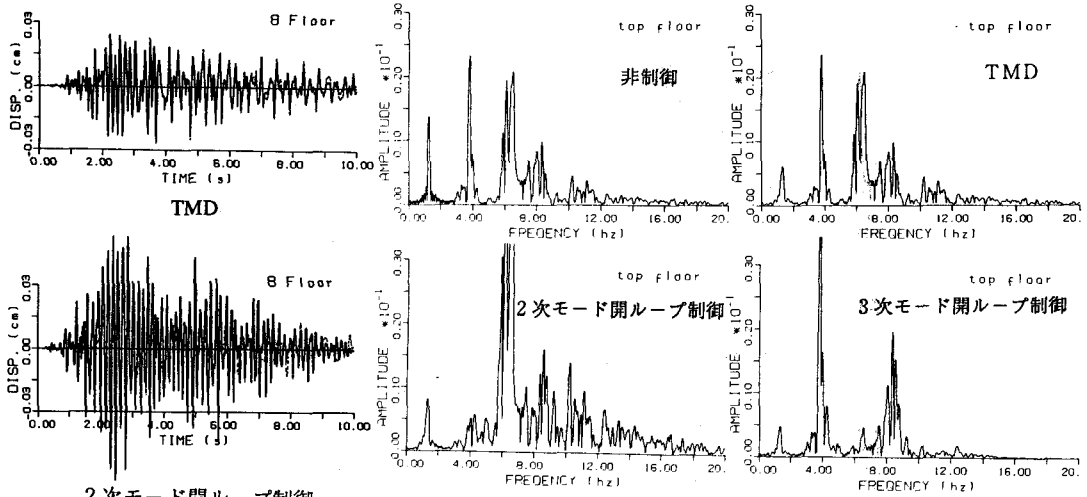


図4 最上階の応答変位

図5 フーリエスペクトル (最上階の応答変位)
(非制御、TMD、2次開ループ制御、3次開ループ制御)

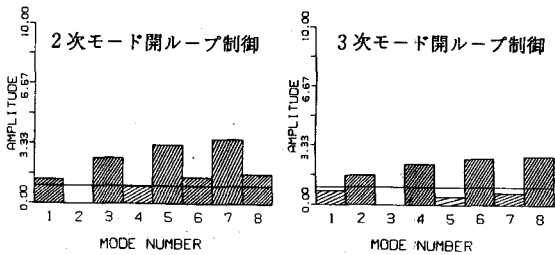


図6 Leak Term

4.3 開ループ制御による解析結果

4.2の開ループ制御の結果、3次モードを開ループ制御することにし、その際に励起する2次と4次のモードを開ループで制御する開ループ制御による解析結果を示す。まず、応答速度のフィードバックをどの程度考慮すればよいかは重み Q_k で決定されるため、 Q_k を変えた場合のAMDの最大ストローク量、最上階の最大変位、最大制御信号量の関係を調べる。図7で各層の応答速度をフィードバックしただけの開ループ制御による結果 (Δ) と開ループ制御の結果を比較する。ここで開ループ制御は、開ループ制御の対象モードである3次モードを制御する割合を10割 ($\times$)、7.5割 ($\diamond$)、5割 ($\boxtimes$) に変えた3ケースを用いた。

開ループ制御の3ケースを比較すると、最上階の最大応答変位は3ケースともそれほど大きくは異なら

ないが、最大ストローク量、及び最大制御量は3次開ループ制御の制御する割合に比例して減少している。次に閉ループ制御と3ケースの開閉ループ制御を比較する。最大制御量に注目し、閉ループと開閉ループの交点の重み Q/r における最上階の最大変位を比較すると、3次の開ループ制御を5割に控えたケースではほぼ閉ループ制御と同レベルに最大応答変位を低減することができる。

最後に、この場合の閉ループ制御と開閉ループ制御による制御結果を図8-1,8-2に示す。図は、重み $Q/r=10^{-4}$ の場合の制御結果を最上階の応答変位とそのフーリエスペクトルについて示しており、開閉ループ制御でも閉ループ制御と同程度の制御効果がえられることがわかる。

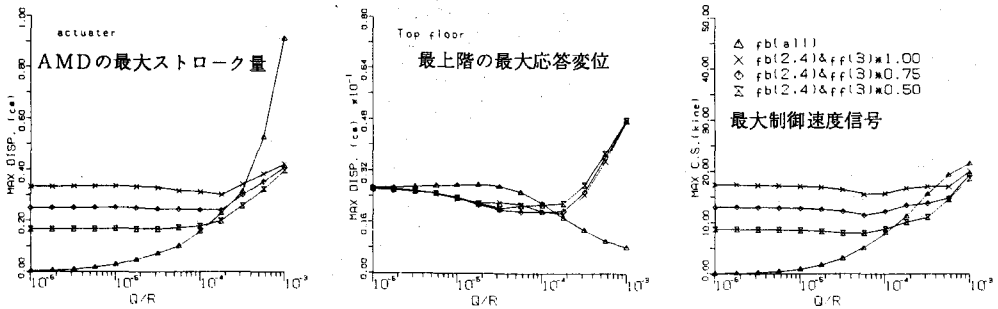


図7 閉ループ制御と開閉ループ制御（3次開ループ、2、4次閉ループ）の比較
(Q/r とAMDの最大ストローク量、最上階の最大応答変位、最大制御速度信号の関係)

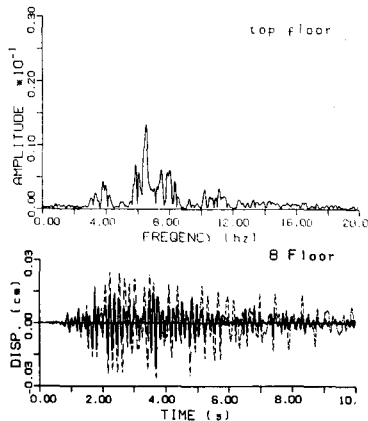


図8-1 閉ループ制御

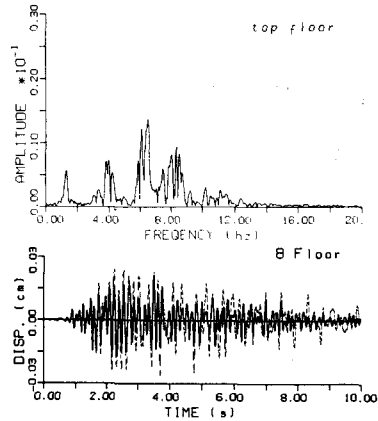


図8-2 開閉ループ制御

5 結論

- 1) 特定のモードを制御する重み α/r を用いて開ループ制御の効果を調べた結果、非制御モードに与える影響（一種の制御スピルオーバー）をLeak Termを用いて表現できた。
- 2) 3次モードまでを制御対象として、1次をTMD、3次を開ループ、2、4次を閉ループで制御した結果、応答速度のフィードバック制御と同様の制御効果が得られることがわかった。

参考文献

- 1) Tadanobu Sato, Kenzo Toki and Kazuhisa Sugiyama: Optimal Control of Seismic response of Structural Eng./Earthquake Eng. Vol.7, No.1, 1990, pp.179-188
- 2) 西村功、小堀鐸二、坂本光雄、小鹿紀英、佐々木勝康、大類哲：絶対加速度フィードバック制御によるアクティブ動吸振器、アクティブ制震シンポジウム論文集、PP.187-193, 1992年、3月