

(33) フィルタ理論—境界要素法の未知欠陥同定への適用

APPLICATION OF FILTER THEORY - BOUNDARY ELEMENT METHOD TO UNKNOWN DEFECT IDENTIFICATION

宇谷 明秀* 登坂 宣好**

Akihide UTANI and Nobuyoshi TOSAKA

Defect shape determination problems are analyzed by a new approach. This approach is developed with the boundary element method in conjunction with the new filter theory. The new filter theory is developed with a filter gain based on projection filter or parametric projection filter introduced in the image restoration problems. Applicability and effectiveness of the proposed method are examined with several examples of defect identification in 2-D elastic body. The results are compared with our previous results obtained by Kalman filter-boundary element method.

Key Words: Defect Identification Problem, Boundary Element Method, Kalman Filter, New Filter Theory, Projection Filter, Parametric Projection Filter

1. はじめに

計算力学の進展に伴い、これまでのような順問題の解析ばかりではなく、非破壊検査や形状最適化に見られるような逆問題の解析が盛んに行われるようになってきた^{(1)~(5)}。逆解析手法は種々存在しているが、近年、Kalman フィルタが構造工学や地盤工学の分野を中心に、有限要素法による離散化モデルを用いて系の分布定数を同定する問題などに積極的に利用されている^{(6)~(8)}。

著者は、これまで、場の支配微分方程式の近似解に対する高精度性および逆問題における補助情報量として多用される境界上の計測量との適合性にすぐれた境界要素法と、逆問題に内在する不確定性を考慮できる数理的手法としての Kalman フィルタを用いた逆解析手法の適用性を具体的な問題を通して検討してきた^{(9)~(11)}。最近、このような手法が注目され適用され始めている⁽¹²⁾。

Kalman フィルタは確率ダイナミックシステムに対する Wiener フィルタの時間および観測更新アルゴリズムによる逐次的な推定手法と捉えることができる。この捉え方に立ち Kalman フィルタにおいて重要な役割を演じる Kalman ゲインを構成するフィルタの部分に対して、Wiener フィルタではなく、逆問題の一種と考えられる画像復元問題で提案されている射影フィルタ^{(13)~(15)}等を用いることで、Kalman フィルタとは異なる新しいフィルタが構成できる⁽¹⁶⁾。

本論文では、この新しいフィルタと境界要素法による逆解析手法の適用性を検討する。対象とする問題は、表面での静的な変位応答を補助情報とした内部空洞欠陥の同定問題とする。解析例として2次元弾性体中の円形空洞欠陥の同定例を示し、これまで展開してきた Kalman フィルタ—境界要素法による同定解析結果⁽¹¹⁾との比較を通して、新しい手法の特徴および有効性等を示すことにする。

* 工修, 日本大学大学院 生産工学研究科, 〒275 習志野市泉町 1-2-1, TEL 0474-74-2654

** 工博, 日本大学教授 生産工学部数理工学科, 〒275 習志野市泉町 1-2-1, FAX 0474-74-2669

2. フィルタ理論—境界要素法による未知欠陥の同定

本研究では、構造物に荷重を加えたときに、表面のいくつかの点で計測される静的な変位応答を補助情報として用いることにより、内在する空洞欠陥を同定する逆問題を考える。数理モデルは2次元に限定し、空洞欠陥を円形で近似することで、円の半径(r_d)と中心座標(ξ, η)を推定対象の状態量 z として取り扱う。この同定問題では、状態方程式⁽¹⁶⁾は考慮の対象としない。

また、静的な応答を観測データとして利用しているため、同定が完了するまで一定の観測値を用いることになり、フィルタリング過程を状態量の収束に使用する。状態量に対する観測方程式⁽¹⁶⁾を境界要素法による離散化モデルから構成するには、以下のように定式化すればよい。

考えている領域 Ω に対し、外部境界を Γ_b 、内在する欠陥の境界を Γ_d とすると、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{bb} & \mathbf{H}_{bd} \\ \mathbf{H}_{db} & \mathbf{H}_{dd} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_b \\ \mathbf{u}_d \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{bb} & \mathbf{G}_{bd} \\ \mathbf{G}_{db} & \mathbf{G}_{dd} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{t}_b \\ \mathbf{t}_d \end{Bmatrix} \quad (1)$$

なる境界要素方程式が得られる⁽¹⁷⁾。ただし、 $\mathbf{H}$ と $\mathbf{G}$ は影響行列、 $\mathbf{u}$ と $\mathbf{t}$ は変位ベクトルと表面力ベクトルである。

上式(1)を境界条件を用いて表面での変位の観測データ $\mathbf{u}_m$ について整理することで次式のようにまとめられる⁽¹⁸⁾。

$$\mathbf{D}_m \mathbf{u}_m = \mathbf{e}_m \quad (2)$$

式(2)を $\mathbf{u}_m$ について解いた

$$\mathbf{u}_m = \mathbf{D}_m^{-1}(\mathbf{z}) \mathbf{e}_m(\mathbf{z}) \quad (3)$$

に観測ノイズを加えることにより、観測方程式が構成できる。

同定の手順を簡単に示すと以下ようになる。

- 1) 境界要素解析に必要なモデルの形状、材料特性、境界条件などを入力し、測定点における観測データ $\mathbf{y}$ と観測ノイズに関する誤差共分散行列 $\mathbf{Q}$ を設定する。
- 2) フィルタリングに際して状態量の初期仮定値 $\hat{\mathbf{z}}_{0/k-1}$ を与え、状態量の初期確率分布を仮定する。
- 3) 観測方程式⁽¹⁶⁾に対応し、状態量の推定値 $\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}$ に対する測定点の変位 $\mathbf{u}_m \{= \mathbf{m}_k(\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1})\}$ を境界要素法順解析により計算する。また、この同定問題は非線形フィルタリング問題となるため、線形化に対応する感度行列 $\mathbf{M}_k$ を計算する^{(11),(16)}。 $\{\mathbf{M}_k \equiv (\partial \mathbf{m}_k / \partial \mathbf{z}_k)_{\mathbf{z}_k = \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1}}\}$
- 4) 状態ベクトルの修正量を与えるフィルタゲイン $\mathbf{B}_k$ ⁽¹⁶⁾を計算する。
 $\{\mathbf{B}_k = (\mathbf{M}_k^T \mathbf{Q}^+ + \mathbf{M}_k^T) \mathbf{Q}^+ \text{ or } \mathbf{B}_k = \mathbf{M}_k^T (\mathbf{M}_k \mathbf{M}_k^T + \gamma \mathbf{Q})^+ \}$
- 5) フィルタ方程式より状態ベクトルの更新値 $\hat{\mathbf{z}}_{k+1/k}$ を計算する。
 $\{\hat{\mathbf{z}}_{k+1/k} = \hat{\mathbf{z}}_{k/k-1} + \mathbf{B}_k [\mathbf{y}_k - \mathbf{m}_k(\hat{\mathbf{z}}_{k/k-1})]\}$
- 6) 収束判定を行い、収束していない場合はStep 3)へ戻り、同定完了まで同様の計算を繰り返す。

3. 数値計算例

物体表面に荷重を加えたときに得られる表面での静的な変位応答をもとに、空洞欠陥を同定する上述の手法の適用性を検討するために、2次元モデルを解析対象に数値シミュレーションを行った。

Fig.1に示すような、円形空洞欠陥を有する正方形板を解析モデルとして設定する。この正方形板の一辺の長さは200mmである。円形空洞欠陥は、半径が10mmで、位置は $(\xi, \eta) = (60.0, 60.0)$ である。辺ABを固定し、Fig.1に示す位置に表面力10MPaの集中荷重を与える。平面応力状態を想定し、材料特性としてせん断弾性係数 $G = 8077 \text{ MPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ を採用する。実際の数値計算では、上記の材料特性と形状寸法のもとで、境界要素法順解析により求められる数値解を観測データとして与える。その際、一定境界要素を用いて正方形板の外部表面を40要素に、空洞欠陥表面を16要素に分割し、測定点における変位応答を計算する。なお、実際のプログラミングはMKS単位系を用いて行っている。測定点は、表面にはば均等に配置させるものとし、黒丸印で示す位置に4箇所設置した。

以下に新しいフィルタによる解析結果を示すが、まず始めにKalmanフィルタを用いた場合との比較を行う。その際、状態量に関する初期推定誤差共分散 $\hat{\mathbf{R}}_{0/k-1}$ の対角成分は1.0とした。また、計測に伴うノイズの混入を

考慮に入れるため、観測データの誤差共分散は、すべてのケース一様に各ケースの観測データに対し最大変位の絶対値の10%を標準偏差とするように与えた。

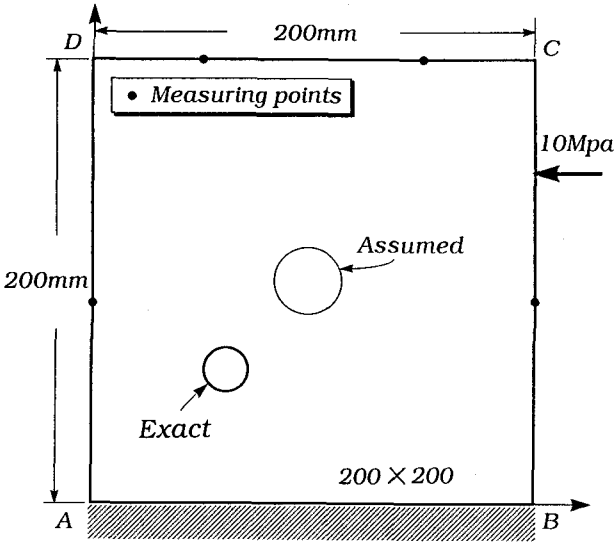


Fig.1 Square plate with a circular defect

解析例として、正方形板の中心に半径 15mm の円形欠陥を仮定した場合について示す。Fig.2-(a) は Kalman フィルタを用いた場合の状態量 (r_d, ξ, η) の収束状況をグラフにしたものである。約 100 回のフィルタリングで、真の欠陥に対しすべてのパラメータが±5%の範囲まで収束するが、収束にかなり回数がかかっていることがわかる。この理由は状態量に関する推定誤差の共分散値が急激に減少するためである。Fig.2-(b) はその収束状況を示したものである。

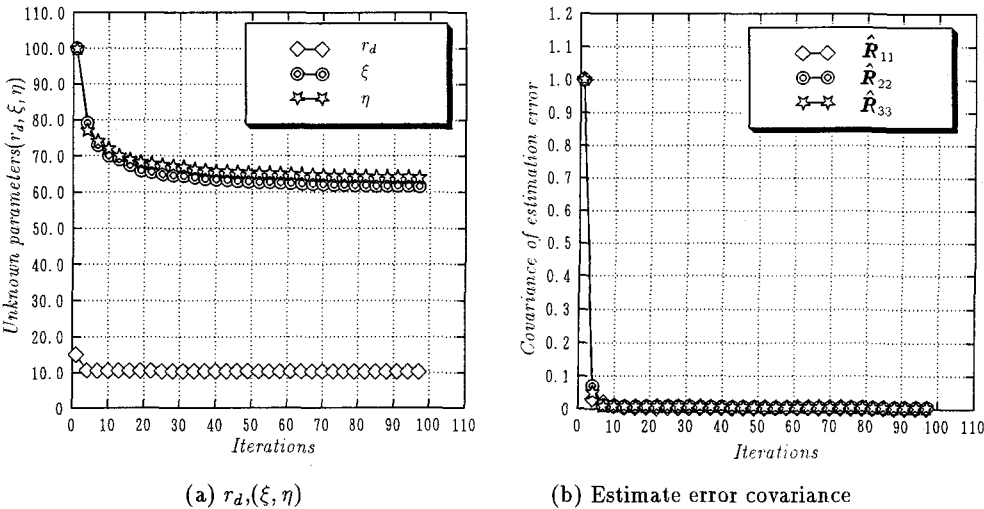


Fig.2 Convergence property by Kalman filter

Fig.3 は、射影フィルタに基づく新しいフィルタ⁽¹⁶⁾を用いた場合の欠陥の寸法と位置の同定の様子を過程がわかるように示したものである。新しいフィルタでは、状態量に関する推定誤差の共分散が、修正量を与えるフィルタゲインに影響を与えないため収束の速さが大幅に改善され、精度面でも申し分ないことがわかる。Fig.4 は、 $(\xi, \eta)=(130.0, 130.0)$ の位置に半径 15mm の初期仮定値を与えた場合の結果である。初期仮定値が真の欠陥位置より大きく離れていても十分に同定できる。

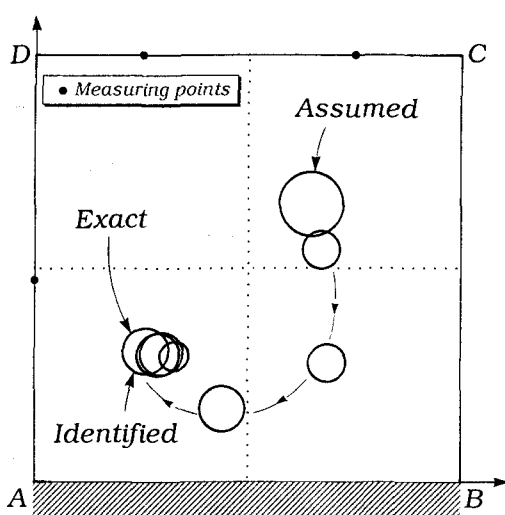
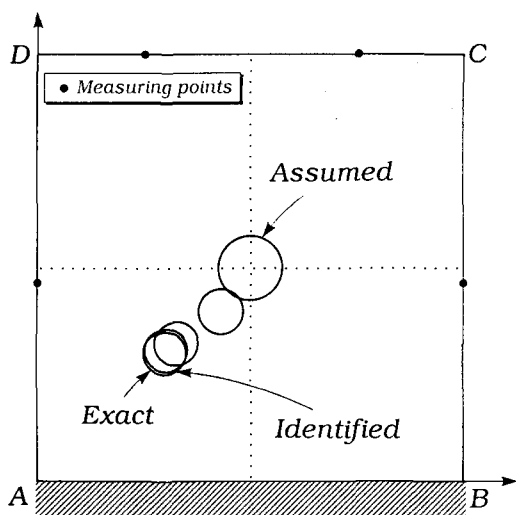


Fig.3 Process of defect determination Fig.4 Process of defect determination $(\xi_0, \eta_0)=(130.0, 130.0)$

次に, Fig.5 に示すような小さな欠陥 $D_I^S \sim D_{IV}^S$ がそれぞれ一つだけ内在するモデルについて検討する. これらの円形欠陥の半径と位置は Table 1 に示してある. また, 他の解析条件は Fig.1 と同様の値を用いることとする. ここでの解析例は, Table 1 に示す 4 ケースに対し, 正方形板の中心に半径 25mm の円形欠陥を初期仮定値として与えた場合について示す. Fig.6 は Case 3 に対応する射影フィルタに基づく新フィルタを用いた場合の同定過程である. 大きな欠陥を仮定して, 小さな欠陥を同定する場合でも精度よく同定できている.

Table 1 Analytical model

Case	Location of defect	r_d	(ξ, η)
1	D_I^S	5mm	(140.0, 140.0)
2	D_{II}^S	5mm	(60.0, 140.0)
3	D_{III}^S	5mm	(60.0, 60.0)
4	D_{IV}^S	5mm	(140.0, 60.0)

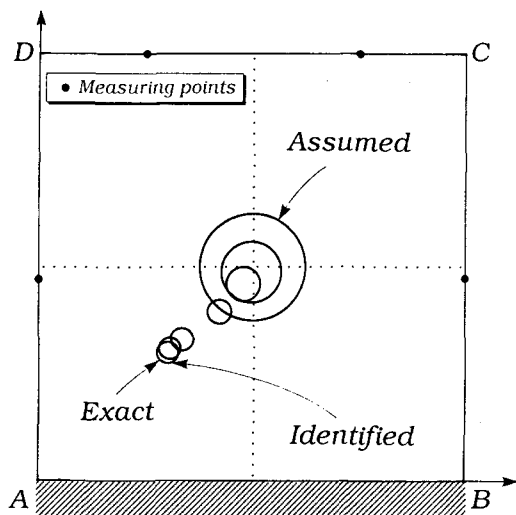
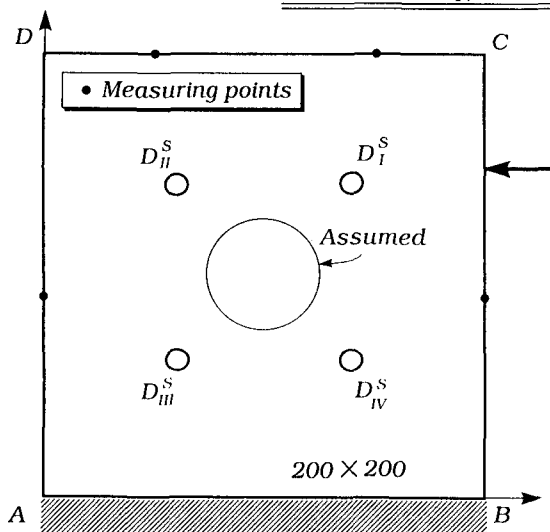


Fig.5 Square plate with a circular defect ($D_I^S \sim D_{IV}^S$) Fig.6 Process of defect determination (Case 3)

Table 2 には他の 3 ケースも含めた同定結果が表にしてある。

Table 2 Converged values of parameters obtained by new filter based on projection filter

Defect	Parameters	Exact(mm)	Identified	Iterations
D_I^S	r_d	5.0000	5.0037	13
	ξ	140.00	140.05	
	η	140.00	140.04	
D_{II}^S	r_d	5.0000	5.0003	13
	ξ	60.000	60.005	
	η	140.00	139.99	
D_{III}^S	r_d	5.0000	5.0018	11
	ξ	60.000	60.067	
	η	60.000	60.170	
D_{IV}^S	r_d	5.0000	5.0001	11
	ξ	140.00	139.97	
	η	60.000	60.081	

また、パラメトリック射影フィルタに基づく新フィルタ⁽¹⁶⁾による同定結果が Table 3 にまとめてある。これらは、雑音の抑制の程度を表すパラメータ γ を 1.0 とした場合の結果である。

Table 3 Converged values of parameters obtained by new filter based on parametric projection filter

Defect	Parameters	Exact(mm)	Identified	Iterations
D_I^S	r_d	5.0000	4.9933	20
	ξ	140.00	140.08	
	η	140.00	139.94	
D_{II}^S	r_d	5.0000	4.9909	48
	ξ	60.000	60.056	
	η	140.00	139.86	
D_{III}^S	r_d	5.0000	5.0017	31
	ξ	60.000	60.015	
	η	60.000	60.130	
D_{IV}^S	r_d	5.0000	5.0006	29
	ξ	140.00	139.98	
	η	60.000	60.194	

4. おわりに

新しく提案したフィルタ⁽¹⁶⁾と境界要素法による円形空洞欠陥同定の数値計算例を示した。その際、Kalman フィルタを利用した場合との比較を行い新しいフィルタが収束の速さ、精度両面で Kalman フィルタより優れていることを示した。今回は、計算例としては、補助情報を与える測定点は固定し、欠陥の大きさや初期仮定値の違いによる同定結果への影響を調べた。また、観測に伴うノイズの混入を考慮した解析を行い、充分に同定可能なことを示した。さらに本手法は、より現実的な 3 次元モデルへの拡張や動弾性欠陥同定問題への適用も可能であり、質のよい計測が可能であれば、かなり実用性のある手法であると考えられる。

参考文献

- (1) 久保司郎, 機械工学における逆問題的取扱, 機械の研究, **39**, (1987), 1071.
- (2) 田中正隆, 逆問題解析における最近の研究動向(1), 機械の研究, **43**, (1991), 648.

- (3) 田中正隆, 逆問題解析における最近の研究動向 (2), 機械の研究, **43**, (1991), 751.
- (4) 日本機械学会 (編), 逆問題のコンピュータアナリシス, (1991), コロナ社.
- (5) 久保司郎, 逆問題 (計算力学と CAE シリーズ), (1992), 培風館.
- (6) 門田俊一, 齊藤悦郎, 和久昭正, 後藤哲男, 繰り返し拡張カルマンフィルタによる異方性岩盤物性の同定と地下空洞計測管理への適用, 土木学会論文集, **406**, (1989), 107.
- (7) 須藤敦史, 星谷勝, 拡張カルマンフィルタの基本的考察と EK-WLI 法の提案, 土木学会論文集, **437**, (1991), 203.
- (8) 村上章, 長谷川高士, 構造工学・地盤工学における Kalman フィルタの適用, 農業土木学会論文集, **158**, (1992), 95.
- (9) 登坂宣好, 宇谷明秀, Kalman フィルター境界要素法による弾性定数の同定解析, 日本建築学会構造系論文報告集, **446**, (1993), 41.
- (10) Utani, A. and Tosaka, N., Identification Analysis of Unknown Parameters in Elastic Fields by Kalman Filter-Boundary Element Method, Theoretical and Applied Mechanics, **42**, (1993), (in press).
- (11) 宇谷明秀, 登坂宣好, Kalman フィルター境界要素法による弾性体の欠陥形状決定問題の解析, BEM テクノロジー・コンファレンス論文集, 第 3 巻, (1993), 19.
- (12) 田中正隆, 中村正行, 落合良, 拡張カルマンフィルタと境界要素法を用いた動弾性逆問題の解析手法, 機論, **59-564**, A (1993), 1868.
- (13) 中村伸隆, 小川英光, 加法性ノイズを考慮した最適画像復元, 電子通信学会論文誌, Vol. J67-D, (1984), 563.
- (14) Ogawa, H. and E. Oja, Projection Filter, Wiener Filter, and Karhunen-Loève Subspaces in Digital Image Restoration, J. of Math. Anal. and Appl., **114**, (1986), 37.
- (15) E. Oja and Ogawa, H., Parametric Projection Filter for Image and Signal Restoration, IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing, ASSP-34, No.6, (1986), 1643.
- (16) 登坂宣好, 宇谷明秀, 確率ダイナミックシステムのフィルタ理論, 第 3 回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集, (1993), (印刷中).
- (17) 登坂宣好, 中山司, 境界要素法の基礎, (1987), 日科技連.
- (18) 登坂宣好, 宇谷明秀, 新フィルタ理論—境界要素法による逆問題の解析手法, 境界要素法論文集, 第 10 巻, (1993), (印刷中).