

(29) 立体建築骨組の1次固有周期およびモード制御設計

DESIGN OF THREE-DIMENSIONAL BUILDING FRAMES FOR SPECIFIED
FUNDAMENTAL NATURAL PERIOD AND MODE

小坂 郁夫 *

Ikuro KOSAKA

A fundamental theory is developed for finding the member stiffness of a three-dimensional building frames for specified fundamental natural period and mode. A set of closed-form solutions has been derived for a class of three-dimensional multi-story multi-span frames. Some characteristics of so-designed frames have been disclosed. A design example of a five story setback building frame for specified fundamental natural period and mode has been illustrated. It has been demonstrated via this example that the proposed design formulas indeed provide useful fundamental designs from which earthquake strain constrained design can be derived.

Key Words: three-dimensional building frame, fundamental natural period, fundamental mode, stiffness design,

1. 序

これまでの建築構造設計の多くは、骨組の部材選定を行い、応答解析により評価されるその構造物の応答量が安全性基準を満たすことを確認するという挙動検定の手順で行われている。これに対して、「設計用外乱下での建築骨組の応答量を指定し、未知数である構造物の部材サイズや諸変数を設計解として得る」という「挙動検定の逆問題」の定式化に基づく設計理論が展開されてきている[1-10]。すでに、著者は中村恒善とともに平面建築骨組を対象として、静的水平力下での応答制御設計理論からスペクトル適合地震動下での平面骨組の応答制約設計理論までの展開を行ってきた[4, 6, 8, 9]。また、立体せん断型構造物の剛性設計については中村恒善らにより各種の制約条件下での手法が提示されてきている[2, 3]。

本論文では、梁と柱で構成された立体建築骨組を直接対象として、その一次固有周期とモードを指定値とする設計手法を提示する。著者等は梁と柱で構成された立体建築骨組を直接対象とした設計法については、すでに、静的水平力下での全部材の応答ひずみ量を制御する設計法を提示している[1]。ここでは、さらに理論を拡張することにより新たな設計解を誘導する。

立体骨組を平面骨組に置き換える場合はねじれ剛性、ねじれ変形などを考えて平面骨組を構成することになる。この場合には、文献[1]で述べたように、立体骨組のねじれ変形の大きさは荷重の上下方向の分布形

* 工博 京都工芸繊維大学助教授 工芸学部造形工学科

状や作用方向によって異なってくる。ねじれ変形が無視できない場合などでは荷重の上下方向の分布形状や作用方向を考慮にいった平面骨組への置き換えが必要となる。外乱が地震荷重の場合には、水平力の上下方向の分布が時々刻々と変化するため、立体骨組を平面骨組に置き換えることはさらに困難となる。そこで、立体骨組のまま取り扱う理論展開が有用となる。

ここではどの方向から作用する地震外乱に対しても一次固有周期および一次モードにより地震時の応答をおおまかに制御することができるように、「一次の固有値が重根となり、かつ、一次のモード（ひずみモード）は1方向への並進変形とそれに直角な方向への並進変形の重ね合わせで表現できる立体骨組」の設計法を提示する。これにより、地震外乱がどの方向から作用した場合にも一次の刺激関数が他の刺激関数に比べて特別に大きくなる立体骨組が設計できる。また、ねじれ変形も小さくなる。

2. 設計問題の構造

2.1 立体骨組の特徴

一般に、建築骨組などの設計においては、立体骨組を平面骨組に置き換えて、直行する2方向の平面骨組に対する安全性を別々に考えることが多い。ところが、長方形プランでない骨組などでは、地震外乱がフレーム軸に対して斜めに作用した場合にもっともねじれ変形が大きくなる可能性があり、フレーム軸の2方向それぞれに対する応答よりも斜め方向からの地震外乱に対する応答が特に大きくなる可能性が少なくない。また、元の立体骨組としての一次モードはフレーム軸の平面内での変形に近い形状であるとは限らない。そのため、より精度の高い設計を行うには立体骨組をそのまま取り扱う理論が有用となる。

文献[8,9]では、平面建築骨組の地震時応答の最大値をSRSS法で予測する手法を採用し地震時応答ひずみの制御法を展開しているが、立体骨組の場合には、地震外乱があらゆる方向から作用する場合を対象としなければならないので、あらゆる方向からの地震外乱に対するSRSS法による予測が必要であり、平面骨組に比べて理論展開はより困難である。「SRSS法により予測される最大応答値を制御する設計法」の前段階においては、文献[6]と同様に、「一次固有周期と一次モードを制御する設計法」が考えられる。このような設計を行うことによって地震時の応答をおおまかに制御することが可能となるとともに、これを指定値とする設計法は、さらに精度良い地震時応答制御設計法の展開のための基礎となる。

ところが、一次モードの指定の方法によっては、その設計骨組が地震力に対して必ずしも有効であるとはいえない。地震力の作用方向と一次モードの水平変位の方向がほぼ同じ場合には一次の刺激関数が他の刺激関数に比べて特別に大きくなるが、地震力の作用方向と一次モードの水平変位の方向がほぼ直交する場合には一次の刺激関数は他の刺激関数（2次の刺激関数）に比べて小さくなる可能性がある。このような場合には、2次のモードなども考慮に入れた設計を行わなければならない。また、地震外乱の作用方向によってSRSS法で予測される最大応答量が大きく異なる場合には、安全率なども異なることになり、無駄な設計となる可能性がある。

これらの問題点に対して、本論文では、以下に示すような有用な挙動をする立体骨組を設計する手法を提示する。

2.2 設計対象骨組

ここでは、文献[1]で対象とした立体骨組と同じ「設計条件」、「部材の変形の仮定」を満足する立体骨組を対象とする。

【骨組形状】

図-1に示すように、梁、柱と床スラブにより構成された多層多スパン立体骨組で、梁と柱の部材中心線形状は箱形立体骨組を積み上げて構成できる形状とする。梁の断面形状は2軸対称で部材せいが指定されている。柱の断面形状は肉厚が均一で両方向のせいが等しい箱形断面とする（図-2）。各層の質量はすべて床面に存在するとし、大梁で囲われた床ごとに別個に指定された大きさで均等分布しているとする。

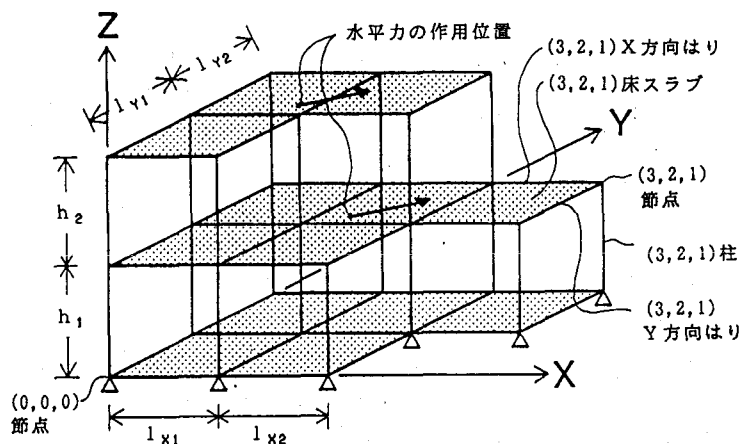


図-1

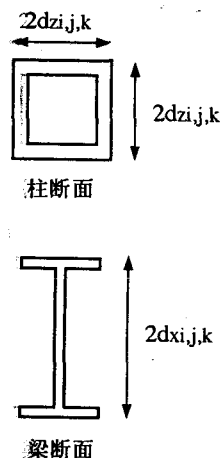


図-2

【部材の変形の仮定】

床スラブは面内には剛とし、面外には剛性は無いとする。柱と梁の変形は曲げ変形のみとし、伸び変形は無いとする。

2.3 設計目標骨組の挙動の特徴

【固有周期およびひずみモードの指定法】

本論文では以下の条件を満足するような立体骨組を設計する。

【固有周期およびひずみモードの指定法】

- ①一次の固有値が重根となる。
- ②一次モードはX方向への並進変形とY方向への並進変形の重ね合わせで表現できるとする。すなわち独立な2つの一次モードはX方向への並進変形とY方向への並進変形として表現できる。かつ、この2つのモードの高さ方向の変位分布形状はともに同じであるとする。

床は面内に剛であり、柱の変形には伸びなし変形の仮定を採用しているので、すべての節点の鉛直変位は0となり、床の変位は「X方向並進変位」、「Y方向並進変位」、「Z軸まわり回転変位」で代表させることができる。第k層のこれらの変位をそれぞれ u_k 、 v_k 、 θ_k で表す。また、慣性力は床の面内(水平面内)のみ考慮し、各層とも変位の方に対応して M_{uk} 、 $M_{vk}(=M_{uk})$ 、 M_{rk} で表す。立体骨組の地震外乱時の変形の自由度は(層数×3)自由度である。すなわち、節点の回転変位などは、全層の床の変位により表現できる。

さて、上記の独立な2個の一次モード(指定モード)は次のように表現できる。

$$\{U_x\} = \{u_1, 0, 0, u_2, 0, 0, u_3, 0, 0, \dots, u_f, 0, 0\} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \{U_y\} &= \{0, v_1, 0, 0, v_2, 0, 0, v_3, 0, \dots, 0, v_f, 0\} \\ &= \{0, u_1, 0, 0, u_2, 0, 0, u_3, 0, \dots, 0, u_f, 0\} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、fは層数である。

上記の独立な一次のモードの重ね合わせで表現できる任意の一次モードは次のように表され、どの節点も同じ方向へ変位するモードとなる。

$$\{U_i\} = [\{U_x\} + a \{U_y\}] / \sqrt{1+a^2} \quad (3)$$

ここで、全層の水平変位のX方向成分とY方向成分の比率はすべて同じ(1:a)となる。aは任意の定数であるが、成分の比率の割合を表す。

そこで、「任意に与えられた地震外乱の作用方向と同じ方向へすべての節点が変位するモード」と「それに直交する方向へ変位するモード」を独立な2つのモードとして採用することもできる。この場合、刺激関数は、aの値にかかわらず、以下のように表される。

$${}_1\beta = (\sum M_{uk} \cdot u_1) / (\sum M_{uk} \cdot u_1^2) \quad (4)$$

すなわち、一次モードに関しては、どの方向の刺激係数も同じとなり、地震力が特定の方向から作用した場合に一次モードの応答(刺激関数)が大きくなるということがなくなる。

【利用する設計骨組群】

本論文では上記の①、②のような設計目標を満足し、かつ、一次固有周期と一次モードのひずみ分布が指定値となるような骨組の設計法を誘導するが、そのために、文献[1]の「水平力を受ける弾性立体建築骨組のひずみ制御設計」の誘導手順を利用する。

文献[1]で設計された骨組群は設計荷重の作用下においてさまざまな変形の特徴を持っている。以下に、ここで必要な変形の特徴を再掲する。

【設計用水平力作用下でのひずみ制御設計骨組の変形の特徴】

- ③設計荷重に対しては、高さ方向の大きさの分布が同じであればどの方向から作用してもねじれ変形は生じない。
- ④X方向の設計荷重に対しても、Y方向の設計荷重に対しても水平変位は設計荷重の方向にのみ生じ、その変位の大きさはどの層についてもX方向荷重の場合もY方向荷重の場合も同じ大きさである。
- ⑤同一層の節点回転角はすべて同じ大きさとなる。

本論文においては、先に述べたモードの指定①、②に、さらに、③、④、⑤の変形の特徴を1次モードに有する骨組を設計する。これを満足する骨組を「設計目標骨組」と呼ぶ。この骨組を対象とすることにより設計解を容易に誘導することができる。

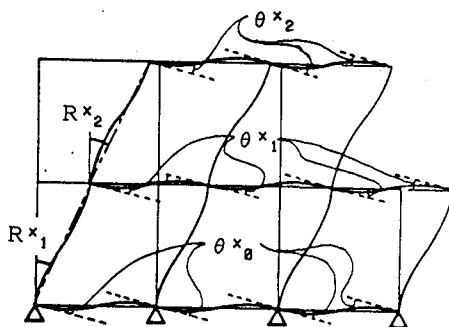
2.4 応答量関係式

【骨組の記号】

ここで使用する骨組の記号を図-1, 2, 3に示す。

層数をf、X方向とY方向のスパン数を s_x 、 s_y とする。節点番号は座標の原点を(0,0,0)節点とし、X、Y、Z軸方向にi、j、k番目の節点を(i,j,k)節点とする。X軸方向のi番目のスパン長を l_{xi} 、Y軸方向のj番目のスパン長を l_{yj} 、第k層の階高を h_k とする。(i,j,k)節点と(i-1,j,k)節点の間のX軸方向に平行な梁を(i,j,k)X方向梁と呼び、曲げ剛性を $K_{xi,j,k}$ 、部材せいを $2d_{xi,j,k}$ とする。Y軸方向梁、Z軸方向柱についても同様である。Z軸方向にk番目の節点どうしをつなぐ床スラブを第k層の床スラブと呼び、(i,j,k)X方向梁、(i,j-1,k)X方向梁、(i,j,k)Y方向梁、(i-1,j,k)Y方向梁で囲まれた床スラブを(i,j,k)床スラブと呼ぶ。

(i,j,k)床スラブの質量を $m_{i,j,k}$ と表示する。 $M_{uk} = \sum_{i,j} m_{i,j,k}$ である。



Y1 通りラーメンの変形

図-3

設計目標骨組の第k層の節点のX軸回りの節点回転角を θ_k^x 、Y軸回りの節点回転角を θ_k^y の記号で表す。
また、第k層の柱のX軸回りの柱部材角を R_k^x 、Y軸回りの柱部材角を R_k^y の記号で表す。

【節点方程式と運動方程式】

上記のような①～⑤の特徴を持つ1次モードを有するためには立体骨組の1次モードでの振動時の任意の時刻において以下のような節点方程式と運動方程式を満足しなければならない。

(X軸回りの節点方程式)

$$\begin{aligned} & 2K_{Yi,j,k} \cdot 3\theta_k^x / l_j + 2K_{Yi,j+1,k} \cdot 3\theta_k^x / l_{j+1} + \\ & 2K_{Zi,j,k} (2\theta_k^x + \theta_{k-1}^x - 3R_k^x) / h_k + 2K_{Zi,j,k+1} (\theta_{k+1}^x + 2\theta_k^x - 3R_{k+1}^x) / h_{k+1} \\ & = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

(Y軸回りの節点方程式)

$$\begin{aligned} & 2K_{Xi,j,k} \cdot 3\theta_k^y / l_i + 2K_{Xi+1,j,k} \cdot 3\theta_k^y / l_{i+1} + \\ & 2K_{Zi,j,k} (2\theta_k^y + \theta_{k-1}^y - 3R_k^y) / h_k + 2K_{Zi,j,k+1} (\theta_{k+1}^y + 2\theta_k^y - 3R_{k+1}^y) / h_{k+1} \\ & = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6)$$

(X方向運動方程式)

$$\sum_i \sum_j \{ 2K_{Zi,j,k} (3\theta_k^y + 3\theta_{k-1}^y - 6R_k^y) / h_k \} = - \sum_{w=k}^f \{ M_{uw} \cdot \sum_{n=1}^k R_n^y \} \quad (7)$$

(Y方向運動方程式)

$$\sum_i \sum_j \{ 2K_{Zi,j,k} (3\theta_k^x + 3\theta_{k-1}^x - 6R_k^x) / h_k \} = - \sum_{w=k}^f \{ M_{uw} \cdot \sum_{n=1}^k R_n^x \} \quad (8)$$

3. 設計問題と閉形解

上記で述べた設計目標を満足する設計問題は以下のように述べられる。

【設計問題】

一次モードがXZ平面内での変形とYZ平面内での変形の重ね合わせで表現できるような、縮退した一次固有周期をもち、その一次固有周期が次の制約条件

$$\Omega_1 = \Omega_a \quad (\text{指定値}) \quad (9)$$

を満たし、かつ、XZ平面内での1次モード時のひずみ比率、YZ平面内での1次モード時のひずみ比率がいずれも

(XZ面内での1次ひずみモード)

$$\text{X方向梁ひずみ：柱ひずみ} = \alpha_k \cdot d_{Xi,j,k} / l_{Xi} : \beta_k \cdot d_{Zi,j,k} / h_k \quad (10)$$

(YZ面内での1次ひずみモード)

$$\text{Y方向梁ひずみ：柱ひずみ} = \alpha_k \cdot d_{Yi,j,k} / l_{Yj} : \beta_k \cdot d_{Zi,j,k} / h_k \quad (11)$$

[ここで、 α_j 、 β_j は正の値で、 $-\alpha_j/3 + \alpha_{j-1}/3 + \beta_j > 0$ を満足するよう指定された係数]となるよう部材の曲げ剛性を見いだせ。

ここで、 α_k 、 β_k はひずみモード(ひずみ比率)を指定するための係数であり、設計者が層ごとに指定することができる。

(10)式のXZ平面内での1次モードを次式のように書き換える。

$$\varepsilon_{Xi,j,k} = \alpha_k d_{Xi,j,k} / l_{Xi} \quad (12)$$

$$\varepsilon_{Zi,j,k} = \beta_k d_{Zi,j,k} / h_k \quad (13)$$

ひずみの大きさが上式となる骨組の変形(モード)は、文献[1]より以下となる。

$$(\text{節点回転角}) \quad \theta^Y_k = \alpha_k / 6 \quad (14)$$

$$(\text{層間変形角}) \quad R^Y_k = \alpha_{k-1} / 9 + \alpha_k / 18 + \beta_k / 6 \quad (15)$$

このモードを(7)式の運動方程式に代入する。この式は文献[1]の層方程式と同様の構造となっている。そのため、部材の曲げ剛性は次式となり、節点方程式と運動方程式を満足する設計解が得られる。

(部材曲げ剛性)

$$K_{Zi,j,k} = \frac{-3h_k^2}{4(\alpha_k - \alpha_{k-1} - 6\beta_k)} \sum_{w=k}^f \{(m_{i,j,w} + m_{i+1,j,w} + m_{i,j+1,w} + m_{i+1,j+1,w}) \cdot \sum_{n=1}^w R^Y_n\} \quad (16)$$

$$K_{Xi,j,k} = \frac{(\alpha_k - \alpha_{k-1} - 3\beta_k) l_{xi} h_k}{4\alpha_k (\alpha_k - \alpha_{k-1} - 6\beta_k)} \sum_{w=k}^f \{(m_{i,j,w} + m_{i,j+1,w}) \cdot \sum_{n=1}^w R^Y_n\} \\ + \frac{-3\beta_{k+1} l_{xi} h_{k+1}}{4\alpha_k (\alpha_{k+1} - \alpha_k - 6\beta_{k+1})} \sum_{w=k+1}^f \{(m_{i,j,w} + m_{i,j+1,w}) \cdot \sum_{n=1}^w R^Y_n\} \quad (17)$$

$$K_{Yi,j,k} = \frac{(\alpha_k - \alpha_{k-1} - 3\beta_k) l_{yi} h_k}{4\alpha_k (\alpha_k - \alpha_{k-1} - 6\beta_k)} \sum_{w=k}^f \{(m_{i,j,w} + m_{i+1,j,w}) \cdot \sum_{n=1}^w R^Y_n\} \\ + \frac{-3\beta_{k+1} l_{yi} h_{k+1}}{4\alpha_k (\alpha_{k+1} - \alpha_k - 6\beta_{k+1})} \sum_{w=k+1}^f \{(m_{i,j,w} + m_{i+1,j,w}) \cdot \sum_{n=1}^w R^Y_n\} \quad (18)$$

上記では、XZ平面内での1次固有周期とモードを指定値とする骨組の部材曲げ剛性を示したが、YZ平面内で同様の誘導を行っても同じ部材曲げ剛性が得られることがわかる。また、設計骨組は2章で述べた①-⑤の挙動の特徴を有している。

4. 設計例

図-4に示す5層、X方向3スパン、Y方向2スパン立体骨組の設計例を示す。ラーメンの形状、部材せいが図-5のように与えられている。質量は各層とも1m² 当たり1/980 tonとする。固有周期の指定値は0.5秒とし、指定モードを表-1に示す。

部材曲げ剛性が図-5のように求まる。

5. 結語

本論文では以下の成果を提示した。

- (1) 単位立体ラーメンの設計解の重ね合わせ手法を用いて、多層多スパン弾性立体建築骨組の1次固有周期およびひずみモード指定設計法を示した。
- (2) 本論文の手法で設計した骨組は、X軸方向、Y軸方向ともに同じ1次固有周期と固有モードを持つ。また、その時のモードは捻れ変形を含まない形状である。そのため、どの水平方向に対しても捻れ変形を含まない。
- (3) 地震時には1次モードに近い形状の揺れ方をすることを考えると、セットバックした骨組でもほとんど捻れ変形を含まない挙動を示す骨組を設計することができる。
- (4) 設計例により、設計者が目標とする特性を有する立体建築骨組を直接的に、かつ、容易に設計できるこ

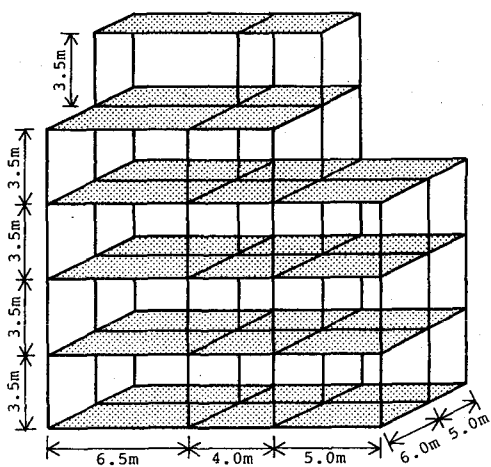


図-4

階	モード		
	α_k	β_k	水平変位
5	22.86	13.33	6.02
4	15.87	11.43	4.41
3	14.29	10.00	3.07
2	12.70	10.00	1.89
1	12.70	8.89	0.753

表-1

部材せい (cm)			部材剛性 ($\times 10^6$)		
30	25		30	25	
48.4	18.3		35.4	13.4	
40	30	25	45	35	
147.3	55.8	22.1	158.6	60.0	
45	35	35	50	40	30
239.7	90.8	67.4	395.1	149.7	40.5
45	35	35	55	45	40
242.9	92.0	78.3	582.4	220.6	123.7
60	50	45	55	45	40
698.6	265.7	233.2	571.0	216.3	143.6
			75	60	55
			1627.1	617.3	427.5
Y 0 通りラーメン			Y 1 通りラーメン		
30	25		30	25	
48.4	18.3		35.4	13.4	
40	30	25	40	35	
110.2	41.7		45	35	25
247.8	93.9	18.4	50	40	30
342.7	129.8	56.3	50	40	30
328.1	124.3	65.3	60	55	45
928.5	351.6	194.3			
Y 2 通りラーメン					
25	30	25	25	30	25
27.2	39.6	27.2	24.4	16.8	24.4
44.7	121.1	40	27.5	69.4	74.6
136.0	190.7	40	35	40	135.8
221.3	263.6	45	45	45	218.6
224.2	252.4	40	45	45	220.7
133.3	177.2	123.3	60	60	
644.9	714.2		199.8	157.2	
X 0 通りラーメン					
30	25	30	30	25	30
72.2	64.0	44.0	68.8	23.4	64.0
182.2	195.7	45	110.1	35	110.1
219.6	308.1	45	156.6	40	156.6
298.9	425.9	50	217.1	45	218.6
344.7	407.8	40	232.0	45	220.7
357.6	407.8	40	287.0	60	
362.3	407.8	40	287.0	60	
215.3	1044.5	1153.7	199.8	157.2	
X 1 通りラーメン					
25	25	25	25	25	25
26.5	18.4	19.4	23.3	16.8	24.4
80.8	56.3	56.3	36.7	35	35
93.9	65.3	65.3	106.0	42.7	42.7
106.0	65.3	65.3	106.0	42.7	42.7
279.8	194.3		157.2	106.4	87.8
X 2 通りラーメン					
25	25	25	25	25	25
26.5	18.4	19.4	23.3	16.8	24.4
80.8	56.3	56.3	36.7	35	35
93.9	65.3	65.3	106.0	42.7	42.7
106.0	65.3	65.3	106.0	42.7	42.7
279.8	194.3		157.2	106.4	87.8
X 3 通りラーメン					

図-5

とを示した。

本論文で示した立体骨組の閉形解や変形の特徴などの成果は、平面骨組で展開したと同様の考え方をを用いたデザインスペクトルが与えられた地震動に対する立体骨組のひずみの応答量を制御する設計法を誘導する際の基礎となる。

【参考文献】

- (1) 中村恒善、小坂郁夫「水平力を受ける弾性立体建築骨組のひずみ制御設計」、日本建築学会構造系論文報告集、第388号、pp.45-58、1988.6
- (2) 中村恒善、中村 豊「2軸偏心せん断型構造物の1次固有周期制約条件下の最適設計解に基づく地震時弾性応答量の制御法」、日本建築学会大会学術講演梗概集(東海)、pp.273-274、1985
- (3) 中村恒善、朝川 剛「高い剛性の地下階を有する2軸共通偏心せん断型構造物の地震時応答制約設計」、構造工学論文集、Vol.38B、pp.163-175、1992
- (4) 中村恒善、小坂郁夫「水平力を受ける弾性平面建築骨組のひずみ制御設計」、日本建築学会構造系論文報告集、第363号、pp.1-11、1986
- (5) 中村恒善、伊藤 均「建築ラーメンの1次固有周期制約条件下の最適設計(その1、2)」、日本建築学会大会学術講演梗概集(近畿)、pp.947-948、1980
- (6) 中村恒善、小坂郁夫「平面建築骨組の1次固有周期および1次ひずみモード制御設計」、構造工学論文集、Vol.35B、pp.9-17、1989
- (7) Tsuneyoshi Nakamura and T.Yamane, "Optimum Design and Earthquake-response Constrained Design of Elastic Shear Buildings", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.14, pp797-815, 1986
- (8) 中村恒善、小坂郁夫「平面建築骨組の指定設計ひずみに対する地震応答制約設計法」、日本建築学会構造系論文報告集、第430号、pp.79-89、1991
- (9) 中村恒善、小坂郁夫「弾塑性骨組の指定設計用変形指標に対する2段階地震応答制約設計法」、日本建築学会構造系論文報告集、第439号、pp.89-101、1992
- (10) Tsuneyoshi Nakamura, M.Tsuji and I.Takewaki, "Design of Steel Frames for Specified Seismic Member Ductility via Inverse Eigenmode Formulation", Computer and Structures, Vol.47, No.6, pp1017-1030, 1993