

(8) SLPによるトラス構造物の弾塑性信頼性解析法

ELASTIC-PLASTIC RELIABILITY ANALYSIS OF TRUSS STRUCTURE USING SLP

香月 智*、石川 信隆**
Satoshi KATSUKI, Nobutaka ISHIKAWA

This paper presents an elastic-plastic reliability analysis of truss structure using a sequential linear programming method (SLP). The formulation of a method accounts for the nonlinear behavior of truss systems by using a holonomic elastic-plastic analysis. The holonomic elastic-plastic analysis formulation is modified for the purpose of reliability analysis. The derived formulation is proposed in conjunction with the elastic-plastic mode generation method and SLP. The method is applied to the example of the three bar truss subjected to uncertain loads to examine its validity.

Key Words: reliability analysis, elastic-plastic, displacement limit, SLP, holonomic analysis

1. 緒 言

近年、欧米の海洋構造物や道路橋において、構造物の寿命中に稀にしか作用しない大きな荷重に対しては、構造物の弾塑性応答を許容する設計が行われている¹⁾。これに伴う安全性評価の一手法として、崩壊限界の弹性限界に対する余裕度を信頼性解析によって評価する方法が提案され、設計に取り入れられつつある²⁾。また、国内の砂防構造物の耐衝撃設計においても、構造物の弾塑性応答を許容した設計が採用されている³⁾。しかし、従来の信頼性解析手法に関する研究の多くは構造物の弾性(使用時)もしくは塑性(終局時)応答に関するものであり、弾性と塑性との間にある弾塑性域での変位限界状態を考慮した信頼性解析法に関する研究は少ない⁴⁾。これは、弾塑性信頼性解析が膨大な繰り返し計算を必要とするため、過大な計算負担に対する実用上の問題があるためである。著者らは、この問題を解決する一つの方法として、ホロノミック弾塑性解析を応用した信頼性解析手法を提案した⁵⁾。この手法は、従来の増分弾塑性解析に立脚したものに比して、効率良く限界状態に対応する荷重係数を算定できる。しかし、その研究⁵⁾では、不確定荷重が完全相間である場合に限定されており、独立したばらつきを有する荷重を取り扱うことができなかった。

本研究は、先の手法⁵⁾を拡張して、非相間な不確定荷重を受けるトラス構造物の弾塑性変位に関する信頼性解析を、ホロノミック弾塑性解析と逐次線形計画法 (SLP) とを結合して行う手法について提案するものである。すなわち、ランダムな荷重組み合わせの中から、応答変位が許容変位に達するいわゆる変位限界状態の中から設計点 (Most probable failure point) を求めようとするものである。

* 工博 防衛大学校講師 土木工学科 (〒239 神奈川県横須賀市走水1-10-20)

** 工博 防衛大学校教授 土木工学科 (〒239 神奈川県横須賀市走水1-10-20)

2. ホロノミック弾塑性信頼性解析の基本式

(1) 性能関数

本研究では、構造物の指定された点の弾塑性変位量が許容変位量を越えることを限界状態とする。すなわち、安全性マージン関数 M は次式によって与えられる。

$$M = u_{id} - u_{ia} \quad (1)$$

ここで、 u_{ia} ：許容変位量(確定量)、 u_{id} ：許容変位方向に沿った応答変位量(確率変数)であり、図-1に示す関係から次式によって与えられる。

$$u_{id} = u_{ix} \cos \theta + u_{iy} \sin \theta \quad (2)$$

ここで、 u_{ix}, u_{iy} ：節点 i の x, y 方向成分の変位、 θ ：許容変位の方向と x 軸との角度(確定量)。

また不確定量については、荷重のみを確率変数として他の量は確定量として取り扱えるものとする。このとき、荷重は非相関な正規分布に従い、信頼性指標 β は、換算変数空間における原点と破壊曲面間の最短距離(設計点との距離)によって与えられるものとする⁶⁾。

$$\beta = \min \sqrt{\mathbf{y}^T \mathbf{y}} \quad (3)$$

$$\text{subject to: } M(\mathbf{y}) = 0 \quad (4)$$

ここで、 \mathbf{y} ：荷重の換算変数ベクトル ($y_i = (f_i - \bar{f}_i) / \sigma_i$)、 \bar{f}_i ：荷重ベクトル要素 f_i の平均値、 σ_i ：荷重ベクトル要素 f_i の標準偏差)、
 $M(\mathbf{y})$ ：マージン関数(式(1)参照)。

式(4)の具体的な算定法として、以下に述べる修正したホロノミック弾塑性解析と弾塑性モード創出法を組み合わせた手法を提案する。

(2) ホロノミック弾塑性解析の基本条件式

ホロノミック弾塑性解析法⁷⁾は、全変形理論に基づき除荷過程の履歴効果を無視することによって、弾塑性解析を行うものである。図-2に示すト拉斯部材に働く断面力ベクトルを用いて、図-3に示すホロノミック完全弾塑性応答に従うときのホロノミック弾塑性解析の基本条件式は、次式によって与えられる。

$$\mathbf{C}^T \mathbf{w} = \mathbf{f} \quad (5)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{Cu} \quad (6)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}^e + \mathbf{q}^p \quad (7)$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{Kq}^e \quad (8)$$

$$\mathbf{q}^p = \mathbf{N}\lambda \quad (9)$$

$$\Phi = \mathbf{N}^T \mathbf{w} - \mathbf{r} \leq 0 \quad (10)$$

$$\Phi^T \lambda = 0 \quad (11)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (12)$$

ここで、 \mathbf{C}^T ：釣り合いマトリクス、 \mathbf{w} ：内力ベクトル、 \mathbf{f} ：外力ベクトル、 \mathbf{q} ：内変形ベクトル、 \mathbf{C} ：変形適合マトリクス、 \mathbf{u} ：外変位ベクトル、 \mathbf{q}^e ：弾性内変形ベクトル、 \mathbf{q}^p ：塑性内変形

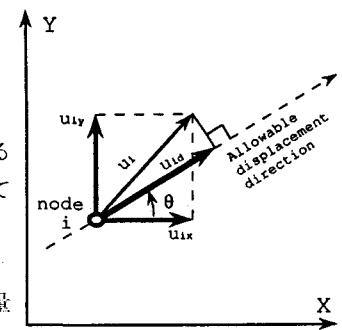
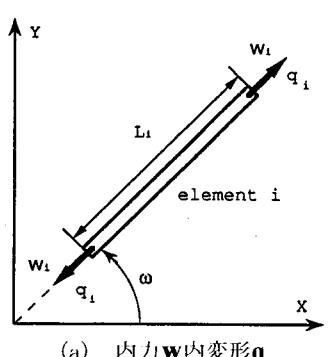
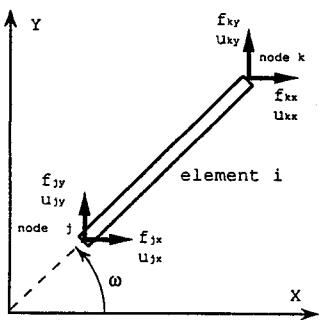


図-1 許容変位量と節点変位



(a) 内力 \mathbf{w} 内変形 \mathbf{q}



(b) 節点外力 \mathbf{f} 変位 \mathbf{u}

図-2 ト拉斯要素に働く力

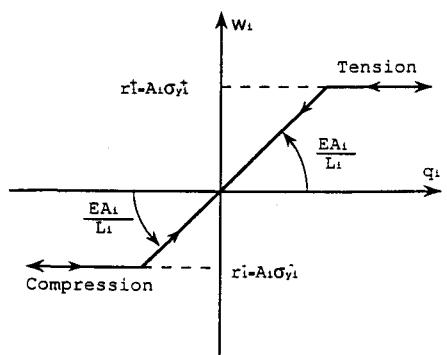


図-3 ホロノミック完全弾塑性モデル

ベクトル、 \mathbf{K} ：集成剛性マトリクス、 \mathbf{N} ：降伏条件式に対する集成単位法線マトリクス、 λ ：塑性乗数ベクトル、 Φ ：降伏関数ベクトル、 \mathbf{r} ：塑性容量ベクトルである。また、それぞれの式は、式(5)：釣り合い条件、式(6)：変形適条件、式(7)：内変形の弾性成分と塑性成分の和、式(8)：弾性変形の構成式、式(9)：塑性変形の構成式、式(10)：降伏条件式、式(11)：塑性変形発生条件式を表している。

(3) 弹塑性モード創出法

前述の基本条件式は、式(11)を除いて線形関数である。式(11)は相補条件とも呼ばれ、ある降伏関数がアクティブでない($\Phi_i < 0$)場合には、対応する塑性乗数は発生しない($\lambda_i = 0$)、逆に、ある降伏関数がアクティブ($\Phi_i = 0$)の場合には、対応する塑性乗数は正($\lambda_i \geq 0$)となることを示している。確定的に外力ベクトル \mathbf{f} が与えられると、降伏関数ベクトルが凸空間を形成する場合には、全基本条件を満足する相補条件の組み合わせが一組だけ存在し、言い換れば確定的ホロノミック解析は、この相補条件を解くこととも言える。しかし、不確定荷重を前提とする信頼性解析においては、逆にいかなる相補関係に対しても、それを満足する荷重状態が存在することになり、一意に解を得ることはできない。本研究はこの点を利用して、弾塑性モード創出法によって、構造物のもつ弾塑性モードをもれなく順番に指定する（全相補条件を創出する）ことによって、本来非線形の相補条件式を線形化した。その創出法は、①まず構造物の不静定次数 m を求める。②アクティブな降伏条件式の総数 j を0から m まで順番に指定する。③全降伏関数の数 n の中から、指定されたアクティブな降伏条件の総数 j 個を全組み合わせ抽出する。④アクティブな降伏関数に指定されない降伏関数をインアクティブな降伏関数として指定する。⑤各アクティブ、インアクティブな降伏関数の組み合わせに基づき、降伏関数および塑性乗数ベクトルを次のように区分する。

$$\bar{\Phi} = \bar{\mathbf{N}}^T \mathbf{w} - \bar{\mathbf{r}} = 0 \quad (13)$$

$$\bar{\lambda} \geq 0 \quad (14)$$

$$\tilde{\Phi} = \tilde{\mathbf{N}}^T \mathbf{w} - \tilde{\mathbf{r}} \leq 0 \quad (15)$$

$$\tilde{\lambda} = 0 \quad (16)$$

ここで、記号 $\bar{}$ および $\tilde{}$ は、それぞれアクティブおよびインアクティブな降伏関数および塑性乗数ベクトルに対応する。したがって、指定された組み合わせに対して式(9)の塑性変形は次式によって表すことができる。

$$\mathbf{q}^P = \bar{\mathbf{N}}\bar{\lambda} \quad (17)$$

(4) 弹塑性変位限界状態に対する信頼性解析のS L P基本式

以上、ホロノミック弾塑性解析の基本条件式を弾塑性モード創出法によって限定された式(13)～(17)を用いて整理したうえで、式(1)～(4)の数理計画問題に代入すると、S L Pの基本式が以下のように得られる。

$$\text{Find } : \mathbf{f}, s \quad (18)$$

$$\text{Object} : \min \{ \sqrt{\mathbf{y}^T \mathbf{y}} + c_{pe} | s \} \quad (19)$$

$$\text{Subject to: } [\cos\theta \ \sin\theta] \mathbf{K}_{epik}^{-1} \mathbf{f} + s = u_{ia} + [\cos\theta \ \sin\theta] \mathbf{K}_{epik}^{-1} \mathbf{C}^T \bar{\mathbf{K}} \bar{\mathbf{N}}_k \mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{r}}_k \quad (20)$$

$$\bar{\mathbf{N}}_k^T \mathbf{K} [\mathbf{C} - \bar{\mathbf{N}}_k \mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{N}}_k^T \mathbf{K} \mathbf{C}] \mathbf{K}_{epk}^{-1} \mathbf{f} \quad (21)$$

$$\mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{N}}_k^T \mathbf{K} \mathbf{C} \mathbf{K}_{epk}^{-1} \mathbf{f} \geq \mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{N}}_k^T \mathbf{K} \mathbf{C} \mathbf{K}_{epk}^{-1} \mathbf{C}^T \bar{\mathbf{K}} \bar{\mathbf{N}}_k \mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{r}}_k + \mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{r}}_k \quad (22)$$

ここで、 c_{pe} ：正值罰金係数、 s ：スラック変数、 \mathbf{K}_{epk} ： k 番目の弾塑性モードに対する構造の弾塑性剛性マトリクス、 \mathbf{K}_{epik} ：節点 i に関する行のみの \mathbf{K}_{epk} のマトリクス、 $\mathbf{K}_{nk} = \bar{\mathbf{N}}_k^T \bar{\mathbf{K}} \bar{\mathbf{N}}_k$ であり、添え字 k は、 k 番目の弾塑性モードで与えられる式(13)～(17)の基本マトリクスに基づくことを示す。

ここで、変数 s を式(19), (20)に付加した理由は、この s の値を用いて後述する構造崩壊の限界状態の存

在方向を判定するためである。すなわち、

① $s = 0$ の場合：式(20)が変位の限界状態 ($u_{id} = u_{ia}$) を満足しており、 k 番目の弾塑性モードに対応する荷重領域に限界状態面が存在する。よって、 $D_{kd} (= \sqrt{\mathbf{y}^T \mathbf{y}})$ を k 番目の弾塑性モードでの解とする。

② $s < 0$ の場合：図-4に示すように k 番目の弾塑性モードに対応する荷重領域に、変位の限界状態面が存在せず、この荷重領域よりも内側に存在すること（図-4の破壊線 A）を意味する。内側の領域には、塑性崩壊面が存在する可能性はないので、この k 番目の弾塑性モードには限界状態が存在しない「解なし」とする。

③ $s > 0$ の場合：図-4に示すように弾塑性変位の限界状態式が k 番目の弾塑性モードに対する荷重領域よりも外側に存在すること（図-4の破壊線 B）を意味する。この場合、2つの状況が考えられる。まず、 k 番目の弾塑性モードの領域の外側に別の弾塑性モードの領域がある場合（図-4領域 C の場合）には、 $s < 0$ と同様に「解なし」とすればよい。一方、この弾塑性モードの領域が構造物が静的に崩壊する領域と隣接する場合（図-4の領域 D の場合）には、荷重状態がこの境界線上に達した時に無限量の塑性流れ変位が付加されるので、「弾塑性+塑性の変位量」が許容変位を超過する。すなわち、この弾塑性モード k が持つ塑性領域との境界線上に荷重状態が達することによって、暗黙のうちに許容変位を超過する限界状態と同じ意義を持っている。そこで本研究では、これを「構造崩壊の限界状態」と呼び、以下の方法によりその存在の判定と解析を行った。

(4) 構造崩壊の限界状態に関する信頼性解析法の基本式

まず $s > 0$ の場合に、その弾塑性モードの領域が構造崩壊領域と隣接しているか否かについて、塑性解析を利用して判定する⁷⁾。

$$\text{Find } : \alpha, \mathbf{w} \quad (23)$$

$$\text{Object } : \alpha \rightarrow \max \quad (24)$$

$$\text{Subject to: } \mathbf{C}^T \mathbf{w} - \alpha \mathbf{f}^* = 0 \quad (25)$$

$$\Phi = \mathbf{N}^T \mathbf{w} - \mathbf{r} \leq 0 \quad (26)$$

ここで、 \mathbf{f}^* ：式(18)～(22)で得られた \mathbf{f} ベクトルの解（図-4）、 α ：荷重係数。

式(19)の性質から、図-4に示すように $s > 0$ の場合には、弾塑性モードの荷重領域の外側の境界線で \mathbf{f}^* は得られる。

よって、塑性解析の解が $\alpha^{opt} = 1.0$ となる場合に、構造崩壊による変位限界状態を有する弾塑性モードと判定される。この場合、塑性解析においてアクティブとなっている降伏関数の中には、塑性崩壊状態となるために、 k 番目の弾塑性モードにおいて指定されるアクティブセット以外に、必ず一つ以上の余分なアクティブな降伏関数を含んでいる。これを、本研究では、構造崩壊のための付加アクティブセットと呼ぶことにする。この付加アクティブセットの降伏関数がアクティブ ($\Phi_L = 0$) になると構造物は構造崩壊に達し、変位限界を超過する。そこで、式(20)による弾塑性変位の限界状態式に代えて、付加アクティブセットの降伏関数を限界状態式とすることによって、構造崩壊の限界状態に関する SLP の基本式が以下のように得られる。

$$\text{Find } : \mathbf{f} \quad (27)$$

$$\text{Object } : \min \sqrt{\mathbf{y}^T \mathbf{y}} \quad (28)$$

$$\text{Subject to: } \tilde{n}_L^T \mathbf{K} [\mathbf{C} - \bar{\mathbf{N}}_k \mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{N}}_k^T \mathbf{K} \mathbf{C}] \mathbf{K}_{epk}^{-1} \mathbf{f}$$

$$< \tilde{n}_L^T \mathbf{K} [\mathbf{C} - \bar{\mathbf{N}}_k \mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{N}}_k^T \mathbf{K} \mathbf{C}] \mathbf{K}_{epk}^{-1} \mathbf{C}^T \bar{\mathbf{K}} \bar{\mathbf{N}}_k \mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{f}}_k - \tilde{n}_L^T \bar{\mathbf{K}} \bar{\mathbf{N}}_k \mathbf{K}_{kn}^{-1} \bar{\mathbf{f}}_k + \tilde{\mathbf{r}}_L \quad (29)$$

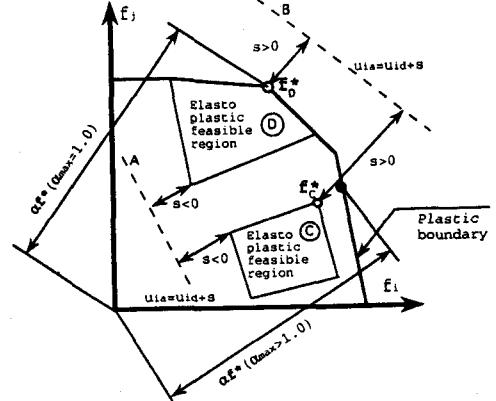


図-4 弾塑性モードの荷重領域外にある
破壊線と s の符号

$$\tilde{\mathbf{N}}_k^T \mathbf{K} [\mathbf{C} - \bar{\mathbf{N}}_k \mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{N}}_k^T \mathbf{K} \mathbf{C}] \mathbf{K}_{epk}^{-1} \mathbf{f}$$

$$< \tilde{\mathbf{N}}_k^T \mathbf{K} [\mathbf{C} - \bar{\mathbf{N}}_k \mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{N}}_k^T \mathbf{K} \mathbf{C}] \mathbf{K}_{epk}^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{K} \bar{\mathbf{N}}_k \mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{r}}_k - \tilde{\mathbf{N}}_k^T \mathbf{K} \bar{\mathbf{N}}_k \mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{r}}_k + \bar{\mathbf{r}}_k \quad (30)$$

$$\mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{N}}_k^T \mathbf{K} \mathbf{C} \mathbf{K}_{epk}^{-1} \mathbf{f} \geq \mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{N}}_k^T \mathbf{K} \mathbf{C} \mathbf{K}_{epk}^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{K} \bar{\mathbf{N}}_k \mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{r}}_k + \mathbf{K}_{nk}^{-1} \bar{\mathbf{r}}_k \quad (31)$$

ここで、 $\tilde{\mathbf{n}}_k^T$ ：付加アクティブセットとして選ばれた降伏関数の直交ベクトル。

以上、各弾塑性モードごとに求められた最小距離を用いて信頼性指標は以下の式によって与えられる。

$$\beta = \min_k \{ \sqrt{\mathbf{y}^T \mathbf{y}} \}_k \quad (32)$$

3. 3部材トラスの解析と考察

図-5の3部材トラスの節点に独立した正規分布に従う不確定荷重 f_1, f_2 がそれぞれ水平および垂直方向に作用し、「荷重作用点に生ずる変位量の45°方向成分がある許容値を越えるとき」を限界状態とする場合の解析を行った。

荷重が不確定であるので、その組み合わせにより構造物には弾性から塑性まで、多種類の応答が生ずる。図-6に、荷重の組み合わせによって3部材トラスに生ずる弾塑性モードの領域区分を示す。平均荷重（図中M点）を含んで、領域ABCDの内での荷重は、弾性応答を生じさせる。この外側に広がる3つの3角形の領域EBA、BFC、CGDはそれぞれ、第②、第①、第③部材の降伏した弾塑性モードと対応する。さらに、線EBFは、第②、第①部材の降伏した、線FCGは第①、第③が降伏したトラスの塑性崩壊モードを生じさせる荷重を表す。この境界線は、増分弾塑性解析によって数値的に求められるが、本研究では弾塑性モード創出法とホロノミック解析の組み合わせによって、式(21)、(22)のように陽な形で求められる。

さらに、図中に応答変位量 u_{id} が0.12cmと0.17cmを生じさせる荷重をそれぞれ線分abcd、efによって示す。 $u_{id} = 0.12\text{cm}$ を生じさせる荷重状態は、弾性、第②部材が降伏した弾塑性および第③部材が降伏した弾塑性の3つの領域に存在し、ひとつの領域内では線形であるが、全領域では線形関数の集合した非線形関数となっている。一方、 $u_{id} = 0.17\text{cm}$ の場合には、第①部材の降伏した弾塑性モードのみに線分efが存在する。しかし、線分efに連接する塑性崩壊の境界線(Be, EB, FC, CG)上においては、トラス構造が塑性崩壊に達し、塑性流れの変位によって $u_{id} = \infty$ となるため、暗黙のうちに $u_{id} = 0.17\text{cm}$ を含んでいる。これを、本研究では「構造崩壊の限界状態」と呼ぶ。ちなみに、これらの線分abcd、efは、式(20)によって陽な形で得られたものである。この図を、換算変数に変換したものを、図-7に示す。

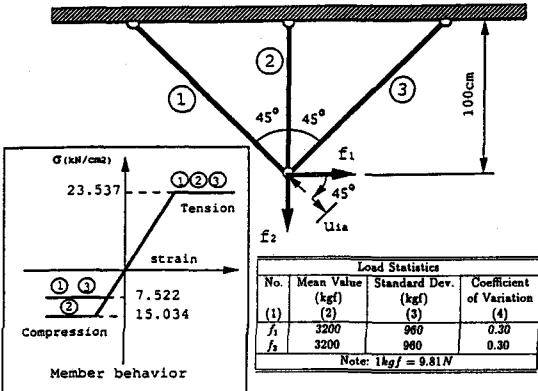


図-5 不確定荷重を受ける3部材トラス

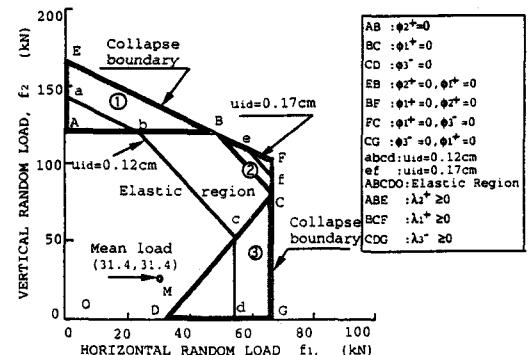


図-6 弹塑性モード領域区分

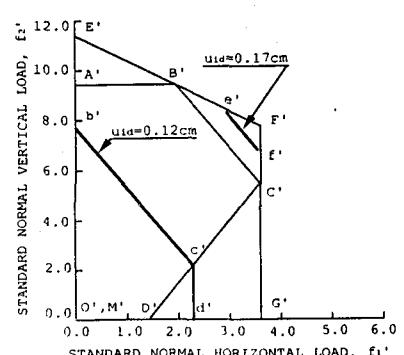


図-7 換算変数空間

本研究で求める信頼性指標 β は、この図で与えられる原点と応答変位が許容変位と一致する線分との最短距離で与えられる。

図-8に許容変位量 $u_{ia} = 0.12\text{cm}$ の場合のSLPの計算過程を示す。計算は、それぞれの弾塑性モードで、効率良く最短距離点を求めていることがわかる。最終的に、最短距離点（設計点）は、第③部材が降伏した弾塑性モードにおいて求められ、 $\beta = 2.30$ となる。図-9には、許容変位量 $u_{ia} = 0.17\text{cm}$ を与えた場合の計算過程を示す。この場合、前述のように構造崩壊の限界状態が暗黙のうちに含まれている。このため、図-9(b)で示した第①部材の降伏した弾塑性モードでの計算過程をみると、まず、陽な形での変位限界状態が $e'f'$ に存在するので、式(18)～(22)によって弾塑性変位に関する限界状態での最短距離点が D 点に求まる。この解に対し、式(23)～(26)の塑性解析によってチェックをすると、この点が塑性崩壊と接している（ $\alpha = 1.0$ ）ことがわかる。よって、式(27)～(32)の構造崩壊による限界状態の解析を行い、新たなる最短距離点 C' が得られる。最終的な最短距離点は、第③部材が降伏した弾塑性モードにおける G' 点であり（図-9(d)）、 $\beta = 3.66$ となる。図-10に、

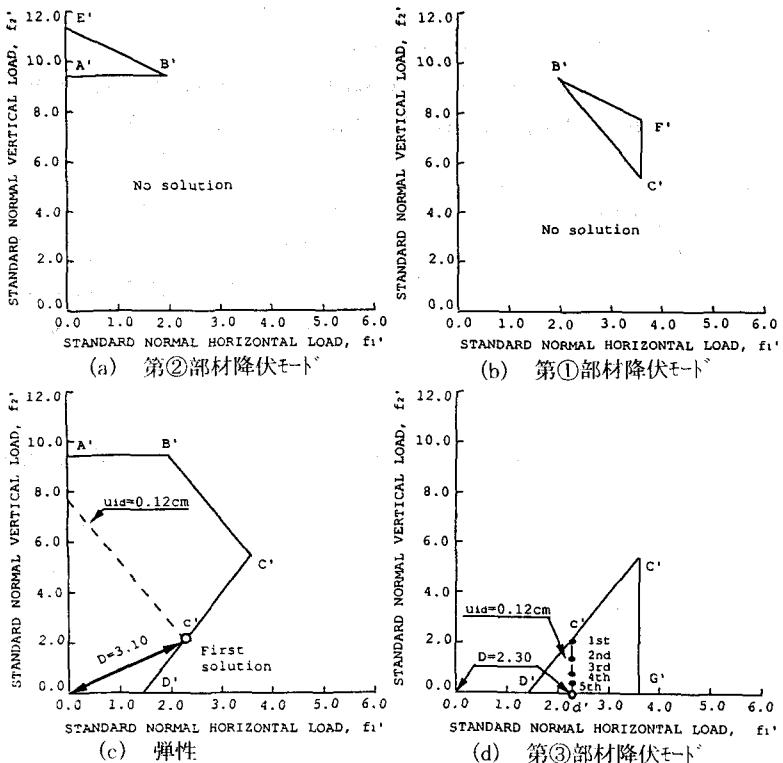


図-8 SLPの計算過程($u_{ia} = 0.12\text{cm}$ の場合)

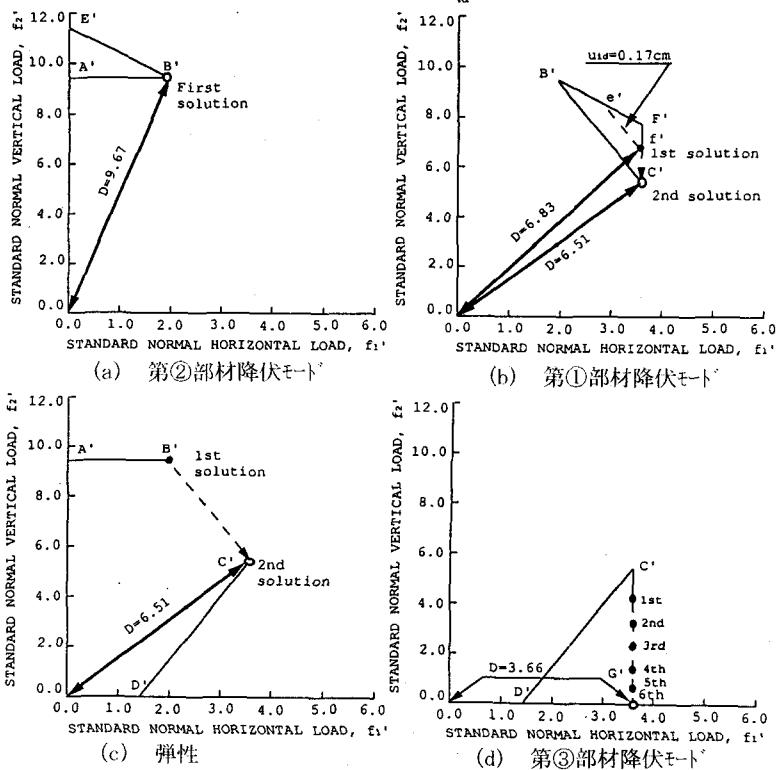


図-9 SLPの計算過程($u_{ia} = 0.17\text{cm}$ の場合)

許容変位 u_{ia} を 0.09cm , 0.12cm および 0.162cm 以上としたときの、設計点の弾塑性モードと荷重組み合わせ状態を示す。これより、本法が許容変位の大きさに応じて弾性、弾塑性、塑性のモードを選択して妥当な設計点を与えることがわかる。興味深いことに、垂直方向の荷重の大きさは、許容変位 0.09cm の場合の方が、 0.12cm の場合よりも大きい。すなわち、大きな許容変位に対して小さな荷重の方がむしろ危険側となる可能性があることを示している。

4. 結 言

本研究は、S L P を応用してトラス構造物の弾塑性変位限界に基づく信頼性指標の算定法を開発することを試みたものである。本研究の成果をまとめると以下のようになる。

- (1) 従来確定的解析において用いられてきたホロノミック解析手法を、弾塑性モード創出法と組み合わせることによって、信頼性解析に適用可能な基本式へと再定式化した。
- (2) 再定式化されたホロノミック解析の基本式を、構造物の弾塑性変位制約に基づく限界状態の制約条件として用いることにより、弾塑性変位に関する信頼性解析の基本式を数理計画問題として定式化した。
- (3) さらに、構造崩壊のメカニズムの中に「構造崩壊による変位限界状態」として定義した間接的な変位限界基準が存在することを明らかにし、そのメカニズムの存在を判別する手法と、構造崩壊による変位限界状態に対応する付加アクティブ降伏条件を限界状態式として用いる信頼性解析手法を、同じく数理計画問題として定式化した。
- (4) 不確定荷重を受ける3部材トラスを例題として、解析法の妥当性と効率性を確認した。
- (5) 今後の研究として、①荷重の確率分布を非正規分布を用いた場合への拡張、②荷重相互の相関性の導入、③複数の限界状態の相関性を考慮したシステム信頼性解析、P N E T 法等⁶⁾への拡張が必要と思われる。

参考文献

- 1) F. Moses, Y.W. Liu :Methods of redundancy analysis for offshore platforms, Structural Safety, 7(2-4), pp.93-100, 1990.
- 2) National Cooperative Highway Research Program: Development of comprehensive bridge specifications and commentary, Third draft, June, 1992.
- 3) 砂防・地すべり技術センター 鋼製砂防構造物委員会:鋼製砂防構造物設計便覧、平成5年3月。
- 4) J.G. Tcigen, D.M. Frangopol, S. Sture, C. Felippa: Probabilistic FEM for nonlinear concrete structures. I: Theory, J. Structural Engineering, ASCE, 117(9), pp.2674-2689, 1991.
- 5) 三浦明夫・香月智・石川信隆・佐藤尚次: 弾塑性変位に関するトラス構造物の信頼性解析、構造工学論文集、vol. 37A , pp. 557-564, 1991年3月。
- 6) A. H-S. Ang and W. H. Tang(伊藤学他共訳):土木・建築のための確率統計の応用、丸善、昭和63年。
- 7) 石川信隆・大野友則:入門塑性解析と設計法、森北出版、昭和63年。

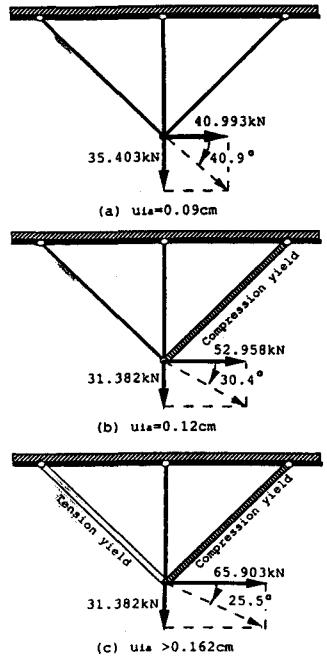


図-10 許容変位と設計点のモード