第3回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集　1993年12月

(2) 拡張カルマンフィルタを用いたシステム最適化に関する基礎検討

A BASIC STUDY ON A SYSTEM OPTIMIZATION USING EXTENDED KALMAN FILTER

須藤　敦史*　　星谷　勝**

By Atsushi SUTOH and Masaru HOSHIYA

In most system optimization or identification approaches, continuous optimization techniques have often used. However, in generally, structural system parameters consist of both discrete and continuous elements. Hence, an algorithm which is relevant to such system parameters is desirable.

In this study, an algorithm is proposed to estimate the discrete and continuous system parameters, based on an importance sampling procedure of a Monte Calro method and the extended Kalman filter. In this method, discrete system parameters are ramdomly sampled from an importance sampling, and continuous system parameters are updated with observation data using the extended Kalman filter. Numerical examples are worked out to demonstrate the discrete and continuous parameters identification of the proposed algorithm.

Key Words: Discrete Identification, Importance Sampling, Monte Calro Method, Extended Kalman Filter

1．はじめに

一般にｼｽﾃﾑは、多くの要素やﾊﾟﾗﾒｰﾀより構成される複雑な構造を有しており、その要素は離散量もしくは連続量である。最適化理論は目的関数の最小化もしくは最大化を基礎として、評価・設計の対象となる要素やﾊﾟﾗﾒｰﾀを推定するものである。そこでｼｽﾃﾑの最適化は、数多くの解候補集合の中から最良なものを選択する手法となり、組み合わせ問題となる。したがってｼｽﾃﾑ全体の最適化を行うためには、離散もしくは連続的なｼｽﾃﾑの構成要素やﾊﾟﾗﾒｰﾀの推定が必要となる。

一方、施工された構造物の挙動を基に、構造ｼｽﾃﾑの不確定性を取り除く逆解析やﾊﾟﾗﾒｰﾀ同定問題に最適化理論が用いられている。その中でｶﾙﾏﾝﾌｨﾙﾀは、確率統計的な理論を基礎として空間あるいは時間的にばらつく状態量を効率的に推定する手法である。ｶﾙﾏﾝﾌｨﾙﾀでは、空間あるいは時間を表現する支配方程式に含まれる力学的特性値を推定状態量とする場合が多く、その状態量は基本的には連続量である。しかし、ｼｽﾃﾑの支配方程式や同定のために用いるｼｽﾃﾑﾓﾃﾞﾙにおいて、その要素やﾊﾟﾗﾒｰﾀは離散量や連続量で構成される場合もある。したがって、ｼｽﾃﾑ全体の最適化のためには離散量と連続量の同定を行わなければならない。

このような離散的最適化問題において、解を求めるｱﾙｺﾞﾘｽﾞﾑは緩和法と数え上げ法の二つの基本手法が上げられる。このうち数え上げ法は離散的最適化問題への適用例が多く、L.Land, A.Doig は分岐限定法[1)]を提案している。この分岐限定法は、解候補の組み合わせ全体のうち一部を検討する手法である。また、ﾊﾞｯｸﾄﾗｯｸ法[2)]が数え上げ法として上げられる。ﾊﾞｯｸﾄﾗｯｸ法は一般的な離散量を対象として非線形問題への適用が特徴であるが、いずれの手法においてもﾊﾟﾗﾒｰﾀの数や問題の性質により、最適解を求めることが難しいのが現状である。

*　　（株）地崎工業 主任　技術開発室　　（〒105 港区 西新橋 2-23-1）

**　Ph.D.　武蔵工業大学 教授　工学部土木工学科　　（〒158 世田谷区 玉堤 1-28-1）

一方、生物体の進化現象を最適化理論の工学ﾓﾃﾞﾙに応用した遺伝的ｱﾙｺﾞﾘｽﾞﾑ(Genetic Algorithm: GA)[3]が離散的最適化手法[4]に用いられている。しかし、解候補のﾗﾝﾀﾞﾑ性が高いことやｱﾙｺﾞﾘｽﾞﾑ中の確率的決定法が一般には未知であることなどにより、応用において工夫が必要となる。

そこで本研究では、逆解析・同定問題を対象としてﾓﾝﾃｶﾙﾛ法の一手法である重要ｻﾝﾌﾟﾘﾝｸﾞ法と拡張ｶﾙﾏﾝﾌｨﾙﾀを基本としたEK-WLI-FEM[5]を用いて、離散的な要素と連続的な量の同定（最適化）をおこない、ｼｽﾃﾑﾓﾃﾞﾙ全体の最適化を行う手法を提案し、同時にその基本考察を数値解析を通して行ったものである。

2．離散的最適化手法の提案

一般に離散的最適化問題は、目的関数を用いて次式のように表される[6]。

目的関数　$Z(\mathbf{y})=\min[g_1(\mathbf{y}),\ g_2(\mathbf{y}),\cdots,\ g_n(\mathbf{y})]$　(1)

制約条件　$\mathbf{y}\in S$　ただし　$S\subset\Omega$

Ω:基本空間
S:許容領域集合
$\mathbf{y}$:変数ﾍﾞｸﾄﾙ
$\mathbf{y}=\{y_1, y_2,\cdots, y_m\}$
m:要素個数
$Z(\mathbf{y})$:目的関数
$g_n(\mathbf{y})$:ｼｽﾃﾑ要素
n:ｼｽﾃﾑ個数

ここで最適化は、許容領域集合の変数ﾍﾞｸﾄﾙのうちで目的関数を最小にする解を求める問題となる。また変数ﾍﾞｸﾄﾙが離散的な量も場合では、離散的最適化問題あるいは組み合わせ最適化問題となる。

一般のｼｽﾃﾑでは、変数ﾍﾞｸﾄﾙは離散量と連続量で構成されるため、式(1)における変数ﾍﾞｸﾄﾙは次式に示すようになる。

$$\mathbf{X}_{comb}=\{\mathbf{x},\ \mathbf{y}\} \tag{2}$$

$\mathbf{x}=\{x_1, x_2,\cdots, x_{m1}\}$:連続変数ﾍﾞｸﾄﾙ
$\mathbf{y}=\{y_1, y_2,\cdots, y_{m2}\}$:離散変数ﾍﾞｸﾄﾙ
m_1, m_2:要素個数

したがって、離散･連続量が混在するｼｽﾃﾑの最適状態の目的関数は式(3)のようになる。

$$Z(\mathbf{X}_{comb})=\min[g_1(\mathbf{X}_{comb}),\ g_2(\mathbf{X}_{comb}),\cdots,\ g_n(\mathbf{X}_{comb})] \tag{3}$$

ここで目的関数の最小値を求めようとする場合、変数ﾍﾞｸﾄﾙの組み合わせが多くなり離散量の増加に伴って計算量が増大する。また、連続量の最適解も同時に求めなければならない。

そこで本手法では、離散量を許容領域集合内においてﾓﾝﾃｶﾙﾛ法[7]により決定し、連続量は拡張ｶﾙﾏﾝﾌｨﾙﾀ[8]を用いて目的関数を最小化する解候補を推定する。したがって、離散量の組み合わせはﾓﾝﾃｶﾙﾛ法によりﾗﾝﾀﾞﾑに選定される。

離散変数ﾍﾞｸﾄﾙは、許容領域集合より抽出されるｻﾝﾌﾟﾙﾍﾞｸﾄﾙであり抽出されるｻﾝﾌﾟﾙ数が十分に多ければ、離散変数ﾍﾞｸﾄﾙの最適な解の組み合わせが行える。ここで離散変数のｻﾝﾌﾟﾙﾍﾞｸﾄﾙを式(4)にそのときの目的関数を式(5)に示す。

$$\mathbf{y}^i=\{y_1^i, y_2^i,\cdots, y_{m2}^i\} \tag{4}$$

$\mathbf{X}_{comb}^i=\{\mathbf{x},\ \mathbf{y}^i\}$
i:ｻﾝﾌﾟﾙ回数

$$Z(\mathbf{X}_{comb}^i)=\min[g_1(\mathbf{X}_{comb}^i),\ g_2(\mathbf{X}_{comb}^i),\cdots,\ g_n(\mathbf{X}_{comb}^i)] \tag{5}$$

しかしｻﾝﾌﾟﾙ数が多くなれば、多大な計算時間を要することになる。そこで少ないｻﾝﾌﾟﾙ数で目的関

数を最小にする解候補を探索するために、ﾓﾝﾃｶﾙﾛ法の一解析手法である重要ｻﾝﾌﾟﾘﾝｸﾞ法[9),10)]を用いる。

この手法は、目的関数の関係より許容領域集合を最適解が存在すると考えられる領域を順次縮小し抽出するｻﾝﾌﾟﾙﾍﾞｸﾄﾙの数を少なくして、効率的に解候補を探索するものである。

以下にｱﾙｺﾞﾘｽﾞﾑの詳細を記述する。

1) 離散変数ﾍﾞｸﾄﾙを許容領域集合内において、ﾗﾝﾀﾞﾑに1組ｻﾝﾌﾟﾙを抽出する。

(ｻﾝﾌﾟﾙ(1)-1)

$$\mathbf{y}^{1}{}_{(1)}=\{y_1{}^1,y_2{}^1,\cdots,y_{m2}{}^1\}$$
$$\mathbf{X}_{comb}{}^{1}{}_{(1)}=\{\mathbf{x},\mathbf{y}^{1}{}_{(1)}\}$$

ここで、変数ﾍﾞｸﾄﾙが分布する領域が事前に予想される場合には、許容領域集合の縮小を行う。

2) 離散変数のｻﾝﾌﾟﾙﾍﾞｸﾄﾙを要素として、連続変数ﾍﾞｸﾄﾙを拡張ｶﾙﾏﾝﾌｨﾙﾀを用いて推定値を求める。

3) 離散変数のｻﾝﾌﾟﾙﾍﾞｸﾄﾙと連続変数ﾍﾞｸﾄﾙの推定値を用いて、目的関数を求める。

$$Z(\mathbf{X}_{comb}{}^{1}{}_{(1)})=[g_1(\mathbf{X}_{comb}{}^{1}{}_{(1)}),g_2(\mathbf{X}_{comb}{}^{1}{}_{(1)}),\cdots,g_n(\mathbf{X}_{comb}{}^{1}{}_{(1)})]$$

4) 手順1)-3)をi回繰り返し、i回の事象に対して目的関数を求める。

(ｻﾝﾌﾟﾙ(1)-i)

$$\mathbf{y}^{i}{}_{(1)}=\{y_1{}^i,y_2{}^i,\cdots,y_{m2}{}^i\}$$
$$\mathbf{X}_{comb}{}^{i}{}_{(1)}=\{\mathbf{x},\mathbf{y}^{i}{}_{(1)}\}$$
$$Z(\mathbf{X}_{comb}{}^{i}{}_{(1)})=[g_1(\mathbf{X}_{comb}{}^{i}{}_{(1)}),g_2(\mathbf{X}_{comb}{}^{i}{}_{(1)}),\cdots,g_n(\mathbf{X}_{comb}{}^{i}{}_{(1)})]$$

5) 目的関数に関係より許容領域集合の縮小を行う。

6) 縮小された許容領域集合において、手順4),5)をj回行いi_{j-1}回離散変数ﾍﾞｸﾄﾙを抽出して最適解候補を求める。

(ｻﾝﾌﾟﾙ(j)-i_{j-1})

$$\mathbf{y}^{i_{j-1}}{}_{(j)}=\{y^{i_{j-1}}{}_1,y^{i_{j-1}}{}_2,\cdots,y^{i_{j-1}}{}_{m2}\}$$
$$i>i_1>\cdots>i_{j-1}:\text{ｻﾝﾌﾟﾙ回数}$$
$$\mathbf{X}_{comb}{}^{i_{j-1}}{}_{(j)}=\{\mathbf{x},\mathbf{y}^{i_{j-1}}{}_{(j)}\}$$
$$Z(\mathbf{X}_{comb}{}^{i_{j-1}}{}_{(j)})=[g_1(\mathbf{X}_{comb}{}^{i_{j-1}}{}_{(j)}),g_2(\mathbf{X}_{comb}{}^{i_{j-1}}{}_{(j)}),\cdots,g_n(\mathbf{X}_{comb}{}^{i_{j-1}}{}_{(j)})]$$

3．数値解析例

本手法の基本的な考察を行うために図-1に示すような地盤モデルを用いる。ここで、連続変数を地盤定数E_1,E_2とし、離散変数は地盤定数E_2のﾓﾃﾞﾙ中の位置とする。

したがって、、変数ﾍﾞｸﾄﾙは式(6)に示すようになり、観測値を有限要素ﾓﾃﾞﾙの変位量とすると目的関数は式(7)に示される。

$$\mathbf{X}_{comb}=\{\mathbf{x},\mathrm{y}\} \qquad (6)$$
$$\mathbf{x}=\{E_1,E_2\}:\text{地盤定数}$$
$$\mathrm{y}=\{y_1\}:E_2\text{の位置}$$
$$Z(\mathbf{X}_{comb})=[g_1(\mathbf{X}_{comb})] \qquad (7)$$

ここで地盤定数はあらかじめ設定した値を与え、有限要素法により求めた値を観測値とし、地盤定数E_2に位置は図の中心と

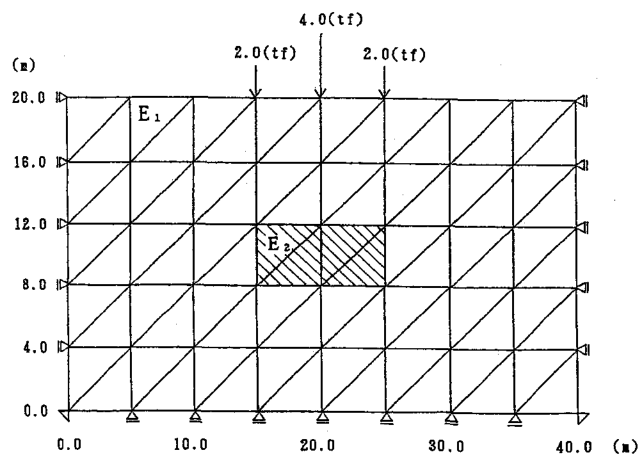

図-1　解析ﾓﾃﾞﾙ

している。

まず、離散変数の許容領域は有限要素ﾓﾃﾞﾙ全体としE_2の位置をﾓﾝﾃｶﾙﾛ法により決定する。続いて、拡張ｶﾙﾏﾝﾌｨﾙﾀによりE_1, E_2を推定する。この手順を繰り返し行う(10回)とともに、評価関数を求める。

また、この解析では地盤定数を一様とした場合の評価関数を用いて、式(8)に示す値を基準値とする。

各事象に対して基準値を求めた結果を図-2に示す。

$$\theta = \frac{Z(\mathbf{X}_{comb})}{Z(\mathbf{X})} < 1.0 \qquad (8)$$

θ :基準値

$\mathbf{X} = \{E_1\}$

次に、図-2の結果より基準値以下の離散変数の領域を選定し、さらに解析を行った結果を図-3, 表-1に示す。

図より、地盤定数E_2の最適な位置と地盤定数E_1, E_2の値が推定される。

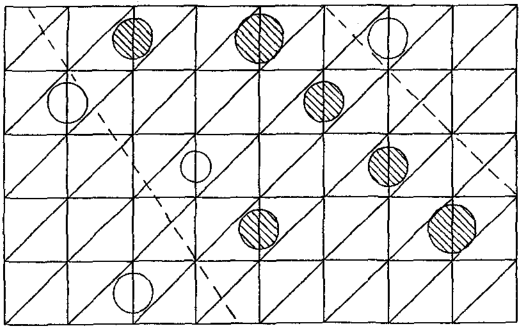

図-2 解析結果(1)

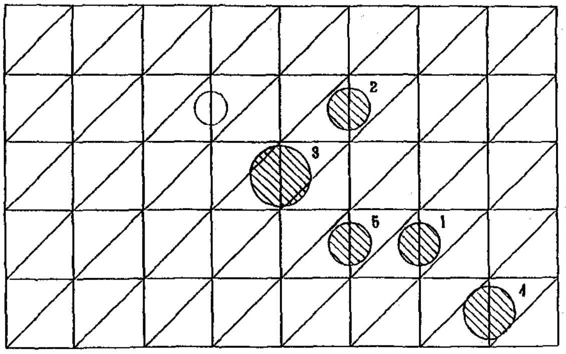

図-3 解析結果(最適推定値)

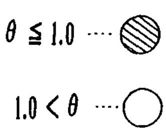

表-1 解析結果

	1	2	3	4	5
$E_1(tf/m^2)$ (2000)	1874.8	1892.7	1971.6	1871.6	1886.7
$E_2(tf/m^2)$ (1000)	1470.4	1610.0	1121.5	1269.3	1462.4

5. 結　論

本研究は、ﾓﾝﾃｶﾙﾛ法の一手法の重要ｻﾝﾌﾟﾘﾝｸﾞ法と拡張ｶﾙﾏﾝﾌｨﾙﾀを用いてｼｽﾃﾑの離散変数と連続変数を同時に推定し、ｼｽﾃﾑ全体を最適化する手法の提案を行った。そして、その基礎検討を数値解析を通して行った結果、本手法は離散変数と連続変数の推定値を求められることが判明した。今後は複数の離散変数･連続変数の逆解析(最適化)問題の検討を行う予定である。

〈参考文献〉

1) Land,A.H., and A.G.Doig:An Automatic Method for Solving Discrete Programming Problems, Econometrica,28,pp.497-520,1960.

2) Annamalai,N., Lewis,A.D.M., and J.E.Goldberg:Cost Optimization of Welded Plate Girders, J.Struct.Div.,Proc.ASCE,98,pp.2235-2246,1972.

3) Goldberg,D.E.:Genetic Algorithms in Search, Optimization and Mechine Learning,Addison-Wesly Publishing Company,1989.

4) 杉本博之･鹿　　麗･山本洋敬:離散的構造最適設計のためのGAの信頼性向上に関する研究,土木学会論文集,No.471/I-24,pp.67-76,1993.7.

5) M.Hoshiya and A.Sutoh:Kalman - filter finite element method in identification,ASCE, Journal of Engineering Mechanices, Vol.119, No2,pp.197-210,1993,

6) 土木学会構造工学委員会編:構造ｼｽﾃﾑの最適化 -理論と応用-,土木学会,1988.

7),9) Rubinstein,R.Y.:Simulation and Monte Calro Method,John Wiley & Sons,New York,1981.

8) Jazwinski,A.H.:Stochastic processes and filtering theory,Academic press,1970.

10) 星谷 勝･ 那幸浩:重要ｻﾝﾌﾟﾘﾝｸﾞとｶﾙﾏﾝﾌｨﾙﾀによる信頼性解析,土木学会論文集,No.437/I-17, pp.183-192,1991.10.