第２回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集　1991年11月

(45) 定性推論を用いた多目的選好最適設計問題に関する研究

A STUDY ON MULTICRITERIA OPTIMUM DESIGN USING QUALITATIVE REASONING

荒川　雅生*　　山川　宏**
Masao ARAKAWA　Hiroshi YAMAKAWA

Usually there are several objectives in design problems. So it will be natural and reasonable to formulate them in a multi-objective formulation. In conventional multi-objective optimum design methods, designers have to make important and difficult decisions concerning about local preferences quantitatively. To reduce the load of the designer in evaluating such quantities and to grasp the given optimum design problem in a qualitative way, we use the qualitative reasoning. We modified the qualitative reasoning to be able to use many design variables and introduced a concept of a qualitative trade-off ratio and a fuzzy language to multicriteria optimum design. Through these modifications and introductions, wedeveloped a new method for multicriteria design problems. From numerical examples, the proposed method is shown to be applicable and effective for optimizations of complex structural systems by qualitative manners.

Key Words : Multicriteria Optimum Design, Qualitative Reasoning, Fuzzy Language,
Qualitative Trade-off Ratio

1.　緒言

従来までの多くの構造物の最適設計問題では，設計者は対象とする設計問題に対して，設計変数，単一の目的関数，制約条件を選び，それらを基にして数学的モデルを構築し，時には数値計算のためにコンピュータ言語にコード化しなければならなかった．そして，設定された問題に対していかに効率良く最適化計算を行うかに主に研究の重点がおかれてきた．ところが，最適設計の数学的定式が適切なものでなると，実用上全く意味をなさない結果を得てしまう事があった．これは定式化の妥当性を計算の前や途中で判断することや，変更することが考えられていないためである．そのため，近年のように最適化のアルゴリズムが発展した状況下では，設計者にとっ問題のて定式化は最適設計の成否を決めてしまうほどの重要性をもってきた．ところで，構造物に対する希求は一般には単一でないこと，人間の思考過程における判断も複数のものを同時に考えていることなどを考え合わせれば，複数の目的を同時に考えた多目的最適設計問題として定式化を行うほうが自然であり，かつ，合理的であるように思われる．ところが，多目的最適設計問題の解法は一般には簡単でなく，また目的関数間での競合のため解が唯一に定まらず，パレート解等の解の概念を導入する必要があった．工学上の設計問題においては，解を一つに決定しなければならない場合が多く，このような問題に対して目的関数間の優劣を表す選好関数を導入した多目的選好最適化問題が考えられてきた．しかしながら一般には，事前に選好関数が陽に与えられていないために解法は容易ではなかった．そのため，局所的な選好関係をトレードオフ比，代理価値，限界代替率等の形で対話を通じて設計者に求める必要があった．この際には，対話の過程では設計者は対話の度に与えられた膨大な量の定量的なデータを基に，常

*工修　早稲田大学大学院　理工学部機械工学科　**工博　早稲田大学教授　理工学部機械工学科

に一定の局所的な選好関係を与え続けることを要求されていた．定量的なデータを常に正しく把握し続けることは困難であること，対話の過程で設定の変更ができないことなどを考えると，設計者にとって対話の度に下す判断は大変な負担であった．また，選好最適化問題のもう一つの課題として，局所的な選好関係を与えるなどして得られたスカラー最適化問題をそのつど解く必要があった．このため，スカラー最適化の回数が多くなる問題や，対話の過程でスカラー最適化の結果を待つ必要などが問題となり，実用上好ましくなかった．

これらの問題に対して，筆者らは近年人工知能の分野で盛んに研究されている定性推論に注目して，定性的な把握で最適設計が行えることを示した[1]．そして，多目的最適設計問題に対する発展を示し，多目的最適設計問題でも定性的な把握で解を求められることを示した[2]．続いて，選好最適化問題への適用を目的として，定性的トレードオフ比という新しい概念を導入し，その適用が可能であることを示した[3]．さらにファジイ言語を用いて定性推論における境界標を増やし，推論の性能の向上をはかった[4]．これらの研究を通じて対話の過程で設計者が下す判断が，人間にとって比較的把握しやすい定性値であるために，最適化の過程を把握し易くなること，選好関係が定量的に厳密に一定である必要がないことなどがわかり，設計者にとって大幅な負担の軽減が確認された．また，設計変数の取る値を材料の規格などから規定される所与の離散値にしたことで，最適な組合わせを得る問題に変換した．このことで，スカラー最適化の回数を減らす事ができた．本研究では過去の研究，特に文献(4)の成果を基に，ファジイ言語間の演算規則において修飾語"very"に関する規則を新たに加えて定性推論における推論の性能をさらに向上させることを目的とした．また，提示した手法の有効性を数値計算例を通して検討した．定性推論の最適設計問題への適用としては，筆者らの他に定式化の部分に用い，どの制約条件が活きた制約条件かを推論し，数式処理などを用いて設計改良の指針を示すために用いた研究[5,6]などがあることを付記しておく．

2．多目的選好最適化問題の定式化

本節では後の話に必要なためにごく簡単に多目的選好最適化問題について触れる．一般に多目的選好最適化問題は次のように定式化できる．

$$\min_{X \in R^N} \Phi(F) \tag{1a}$$

subject to

$$G(X) \leq O \tag{1b}$$

ここで，Φは選好関数であり，Fは目的関数の，Gは制約条件のベクトル，Xは設計変数のベクトルであり，以下のように表される．

$$F(X)=\{f_1(X),f_2(X),\ldots,f_L(X)\}^T$$

$$G(X)=\{g_1(X),g_2(X),\ldots,g_M(X)\}^T$$

$$X=\{x_1,x_2,\ldots,x_N\}^T$$

ここで，(1b)の制約条件式を満足する許容設計量域Rが実数を表せば，一般の場合であり，その中でも所与の離散値のみを表せば本研究において提示する手法の定式化となる．ところで，選好関数は最適化の事前には明らかでない場合が多く，最適化の過程で設計者に対話的に局所的な選好関係を求めながら最適化を進める方法が取られていることが多い．局所的選好関係の一例として，ここではトレードオフ比について述べる．

$$M=\left\{\frac{df_1}{df_p},\ldots,\frac{df_{p-1}}{df_p},1,\frac{df_{p+1}}{df_p},\ldots,\frac{df_L}{df_p}\right\}^T \tag{2}$$

トレードオフ比とは上式のように与えられるものであり，最も注目している目的関数の単位変化あたりの他の目的関数の変化量で与えられる．

3．定性推論の拡張

定性推論の問題点については過去の論文でいくつか触れてきた．ここでは，多変数量の取り扱いに対する拡張，及び，境界標を増やすことによるあいまい性の回避について述べる．

3．1　多変数量の取り扱い　　従来までの方法では定性推論における次状態の1次の微分値を求めるために各設計変数の2次の微分値を基にしており，変数としては便宜的な時刻のみを取り扱っていた．しかしながら，これでは状態数が多くなること，多変数量の取り扱いが面倒であること等の問題点があった．そこで，筆者らは次のような定性的演算式を用いて，多変数をそのまま用いれる形式を提示した．(2)

$$[df_j] = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{\partial f_j}{\partial x_i}\right] \otimes [dx_i] \qquad j=1,2,\ldots,L \tag{3}$$

ここで，［・］はそれが定性量であることを意味し，⊗は定性量間の乗算を示す．

3．2　境界標に関する拡張　　本研究の中心的な目的は提示する定性的な多目的選好最適化のアルゴリズムにおいて定性推論が行う最適な設計変数の挙動方向の推論の性能の向上である．各対話過程において設計者は定量的な情報を持っている．しかしながら，過去の研究ではこれらのデータを定性値に置き換えて用いていた．本研究では，ファジイ言語を用いてこれらの量の絶対値の大小関係を表し，ファジイルールを設定して定性的な意味での曖昧性を回避した．以下に便宜的に設定したファジイ言語の意味，及びメンバーシップ関数を示す．

small: smallとはx_1のx_2に対する比の絶対値が小さいことを示す．

$$\mu(\mathrm{small},y) = \frac{1}{1+40\,y^4} \quad \text{for} \quad y \geq 0 \tag{4a}$$

same: sameとはx_1のx_2に対する比の絶対値が小さいことを示す．

$$\mu(\mathrm{same},y) = \frac{1}{1+20\,(y-1)^4} \quad \text{for} \quad y \geq 0 \tag{4b}$$

large: largeとはx_1のx_2に対する比の絶対値が小さいことを示す．

$$\mu(\mathrm{large},y) = \begin{cases} \dfrac{1}{1\text{-}500\,(y-2)^4} & \text{for} \quad 0 \leq y \leq 2 \\ 1 & \text{for} \quad y \geq 2 \end{cases} \tag{4c}$$

ここに，

$$y = \frac{|x_1|}{|x_2|}$$

である．また，"small","large"の修飾語として本研究では"very"という言葉を考え，以下の意味合持たせる．

very:　　　その後に来るファジイ言語の意味合いを強める．

表1に本研究において設定した2つのファジイ言語間における基本乗法を，表2，3は基本加法を示す．

表1　ファジイ数間の乗法規則

multiply	small	same	large
small	very small	small	same
same	small	same	large
large	same	large	very large

表2　ファジイ数間の加法規則（1）

add		+		
		small	same	large
+	small	small	same	large
	same	same	large	large
	large	large	large	very large

表3　ファジイ数間の加法規則（2）

add		+		
		small	same	large
-	small	? very small	+ same	+ large
	same	- same	? small	+ same
	large	- large	- same	? small or same

また，定性的演算における修飾語"very"の働きは下記のとおりとする．

乗法($C=very^mA*very^nB$)について，(ただし，$very^mA$とはveryがAにm個つくことを意味する)

A=Bの場合　　　　　$C=very^{m+n}(A*B)$

A≠Bの場合 m>nならば C=very^{m-n} (sign A*B)(mean A)

m=nならば C=A*B

m<nならば C=very^{n-m} (sign A*B)(mean B)

ここで(sign A)とはAの符号を，(mean A)とはAのファジイ言語を意味するものとする．

加法(C=very^{m}A+very^{n}B)について，

m=n=0ならば	表2，表3に従った計算
A or B=smallならば	相手はそのまま
A and B=smallならば	同符号ならば，veryの数の少ないほう
	異符号ならば，veryの数を足し表3に従う
m=0,n≠0ならば	n=0,A+B=very BとなるまでBを加える
m≠0,n=0ならば	m=0,A+B=very AとなるまでAを加える
m≠0,n≠0ならば	同符号ならば，very^{m+n} Aとする
	異符号ならば　m>n　m=m-n,n=0として計算
	m=n　m=n=0として計算
	m<n　n=n-m,m=0として計算

4．提示するアルゴリズム

本研究で提示するアルゴリズムは文献（3，4）で提示したものとほぼ同様である．ただし，定性推論の部分が変わったことにより推論と実際の計算結果との確認との部分等に改良を加えている．ここでは，定性的トレードオフ比について説明し，アルゴリズムの概略を説明する．

4．1　定性的トレードオフ比　式(3)で表されるトレードオフ比を定性化する．0を基準に考えると最も注目している目的関数の単位増加は正なのでこれを定性化すると[+]であり，各目的関数について考えると，

$$[M] = \{[df_1],\dots,[df_{p-1}],[+],[df_{p+1}],\dots,[df_L]\}^T \qquad (5)$$

となる．ここで，最も注目している目的関数の挙動方向を与えれば，目的関数の挙動方向が求まる．

$$[dF] = [M] \otimes [df_s] \qquad (6)$$

これは，定性的乗法によるので理論的にあいまい性は存在しない．

4．2　設計変数の挙動方向推論　以下に，希求方向に合うように設計変数がどのような方向に進めがよいのかを推論するアルゴリズムを列挙する．

1．　基準とする目的関数f_sと設計変数x_tを選ぶ．（f_sとf_pは必ずしも一致している必要はない．）

2．　$\partial f_j/\partial x_i$と$\partial f_s/\partial x_t$の比を求め，それをファジイ言語RF($f_j$,$x_i$)で表す．

3-1．[df_s]='std'のとき

a)RF(f_j,x_i)がsmallならば[dx_i]を'any'とし，さもなくば'std'とする．

b)[dX]のリストの中に'any'リストがあれば，f_sを目的関数のリストから，'any'以外のx_iを設計変数のリストから取り除き，はじめから繰り返す．

3-2．[df_s]='dir'（'dir'='dec' or 'inc'）のとき

RF(f_s,x_i)⊗[$\partial f_s/\partial x_i$]が'inc'ならば[$dx_i$]は'dir'と同方向とし，'dec'ならば異方向とする．

4．　[dX]のリストが[dF]のリストをすべて満たせば終了し，さもなくば，リスト改良を行う．

リスト改良ステージ

1）f_s以外の基準とする目的関数f_{s1}を選ぶ．

2）x_k,x_hを任意に選び[df_{s1}]に合う方向リストを設定する．

3）2）でできたリストのなかから[df_s]='std'となるものを選ぶ．

4）メーンの推論アルゴリズムの4へ戻る．

4．3　提示するアルゴリズムの概略　提示するアルゴリズムの概略は次のとおりである．

（1） 試行的最適解を求める．

$$\min f(X) \tag{7}$$

subject to

$$G(X) \leq O \quad G = \{g_1(X), g_2(X), \ldots, g_M(X)\}^T$$

where

$$X = \{x_1, x_2, \ldots, x_L\}^T$$

（2） (1)の結果を判断し，必要があれば，多目的最適設計問題として定式化し直し，以下の手順をとる．

$$F(X) = \{f_1(X), f_2(X), \ldots, f_L(X)\}^T \tag{8}$$

（3） 定性的トレードオフ比及び，最も注目している目的関数の挙動方向を尋ね，目的関数の挙動方向を求める．

（4） 定性推論により設計変数の挙動方向を求め，データベース検索により，設計変数を決定する．

（5） 構造計算を行い，その結果から，設計者に選好解として認めるか，この希求方向にそって推論を進めるか，（2）へ戻るかを尋ねる．その際に，ファジイ言語による状況の説明を行い，設計者の判断を助ける．なお，構造計算の結果が推論結果にあわないときは，自動的に次の候補へと進む．

ここで，（4）におけるデータベースとは，例えばJIS規格などから構成されてもよいし，設計者が任意に与えてもよいものとする．

5．数値計算例

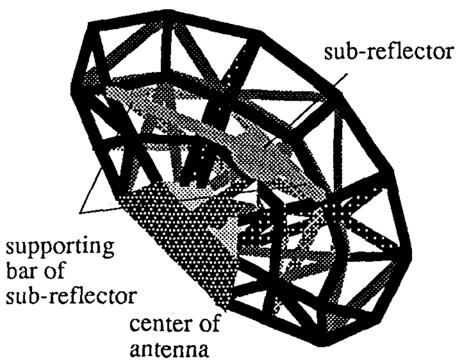

図1　パラボラアンテナの枠組モデル

表1　初期条件と試行的最適化結果

Stage		Initial	GPM results
design variables [m^2]	group1	2.616×10^{-2}	1.683×10^{-2}
	group2	2.616×10^{-2}	1.547×10^{-2}
	group3	2.616×10^{-2}	1.358×10^{-2}
	group4	2.616×10^{-2}	9.467×10^{-3}
	group5	2.616×10^{-2}	8.506×10^{-3}
	group6	2.616×10^{-2}	3.664×10^{-4}
	group7	2.616×10^{-2}	8.298×10^{-3}
Mass	[Kg]	2.876×10^{5}	9.582×10^{4}
RMS Dev.	[m]	3.262×10^{-5}	4.996×10^{-5}
Tensile Stress	[MPa]	2.384	2.7200
Compressive Stress Ratio		2.600×10^{-4}	8.254×10^{-2}

表2　諸定数

Contents			Values
Density	ρ	[kg/m]	7.860×10^{3}
Young's Modulous	E	[GPa]	2.050×10^{2}
Allowable Displacement	δ_{max}	[m]	5.000×10^{-5}
Allowable Tensile Stress	σ_a	[MPa]	2.000×10

数値計算例として図1のようなパラボラアンテナの枠組み構造の最適化問題を考える．パラボラアンテナに要求される項目としては，軽量化と鏡面精度の向上が考えられる．ここでは試行的最適化として軽量化を考え下記のような定式化を行った．

$$\text{minimize } M(x) \tag{9}$$

subject to

$$\delta(x) \leq \delta_{min}$$
$$\sigma_{max}(x) \leq \sigma_a$$
$$-\sigma_{min}(x) \leq \sigma_{Eular}(x)$$

ここで，

M　:質量　　δ:r.m.s変位　　δ_{max}　: r.m.s変位の許容値

σ_{max}　:最大引張応力　　σ_a　:許容応力　　σ_{min}　:最大圧縮応力

σ_{Eular}　:オイラーの座屈応力

とし，図1の枠組み部材を7つのグループにわけてその断面積を設計変数とした．試行的最適解を表1に示

す．この結果より，多目的最適設計問題に定式化するが，その際に設計変数としてはJIS規格(JIS G3444)の中から値を選ぶものとする．表１より鏡面のRMS変位がアクティブな制約条件となっているので，これを目的関数と同等に扱うようにして多目的最適設計問題を考えることにする．図２に意思決定の状況を表２に最適化の結果を示す．

表2　最適化の結果

Stage		First Pareto	Second Pareto
design variables $[m^2]$	group1	1.698×10^{-2}	1.840×10^{-2}
	group2	8.736×10^{-2}	6.913×10^{-2}
	group3	6.913×10^{-2}	5.891×10^{-2}
	group4	4.040×10^{-3}	3.479×10^{-3}
	group5	4.927×10^{-3}	3.961×10^{-3}
	group6	2.919×10^{-4}	1.583×10^{-4}
	group7	5.727×10^{-3}	4.603×10^{-3}
Mass	[Kg]	5.937×10^{4}	5.333×10^{4}
RMS Dev.	[m]	4.152×10^{-5}	4.663×10^{-5}
Tensile Stress	[MPa]	1.111	2.220
Compressive Stress Ratio		1.062×10^{-2}	4.279×10^{-2}

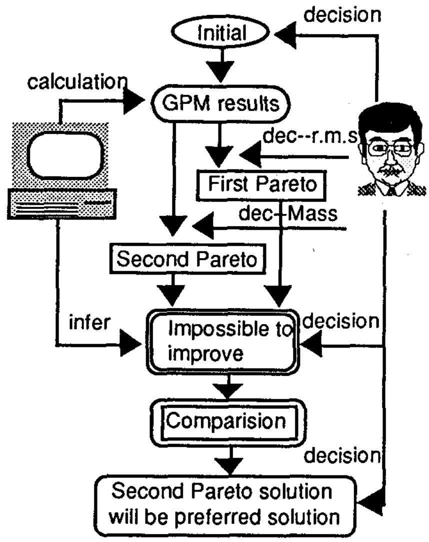

図2　意思決定課程

ここで，設計者は試行的最適化結果(GPMresults)を得てからRMS変位を下げ，質量を増加はしないと考えたとき，質量を下げてRMS変位を増加はしないときについて考えている．ここでは，２つの結果を比べて2番目の場合を選好最適解と決定した．

６．結言

定性推論を基にして，多目的最適設計問題に対して定性的把握で最適化を進めていく方法を提案した．パラボラアンテナの骨組構造の最適設計問題を想定し提案した方法を適用した結果，次のような利点が確認された．定性的トレードオフ比の導入によって，定性的把握で意思決定が行われるために設計者に対する負担が，従来までのように全て定量的に行う場合と比較して大幅に軽減された．また，設計変数として所与の離散値をとるものとして準定量空間を設定し，ファジイ言語を用いた演算を利用して最適解を推論させることにした．このことによって，多目的最適設計問題において問題となる繰り返しの度に行うスカラー最適化が必要なくなるために計算時間とコストの面で大幅な軽減が図られた．今後の発展として推論性能の向上を図ることと，設計変数と目的関数などとの関係が定性的にしか与えられないような設計上部の部分に対する適用などを検討する予定である．

参考文献

(1) ARAKAWA,M.,YAMAKAWA,H.:A Study on Multi-Objective Optimum Design Applying Qualitative Reasoning,Proc. of the Int. Symp. on ACD&D'89,pp.267-272,1989

(2) 荒川雅生,山川宏:定性的推論を用いた最適設計に関する研究,機械学会論文集,第56巻522号Ｃ編,pp.398-403,1990

(3) 荒川雅生,山川宏:定性的推論を用いた対話型選好最適設計に関する研究,機械学会論文集,第57巻534号Ｃ編,pp.413-419,1990

(4) ARAKAWA,M.,YAMAKAWA,H.:A Study on Multicriteria Strucutral Optimum Design Using Qualitative Reasoning,*Aritificial Inteligence in Design*(J.Jero),p.839-855,Butterworth & Heinemann,1991

(5) Agogino,A.M.,Almgren,A.S.:Techniques for Integrating Qualitative Reasoning and Symbolic Computation in Engineering Optimization,Engineering Optimization,12(2),pp.117-135,1987

(6) Cagan,J.,Agogino,A.M.:Innovative Design of Mechanical Structures from First Principles"AI EDAM:Articitial Intelligence in Engineering, Design, Analysis and Manufacturing,1(3),pp.169-189,1987