

(44) ファジィ数理計画を用いた交通安全対策案の作成

TRAFFIC SAFETY PLANNING WITH FUZZY MATHEMATICAL PROGRAMMING

秋山 孝正* 邵 春福**

Takamasa AKIYAMA Chun-fu SHAO

Traffic safety planning has been paid the attention because a number of accidents still occurs on the network of urban area. The economical optimization approach with the budget constraints is applicable to many problems of traffic safety facilities on urban expressway. Incremental Benefit-Cost Analysis(IBC) with fuzzy budget and Integer Programming(IP) with fuzzy benefit coefficients are introduced. The solving algorithm is modified for Fuzzified IBAC, because fuzzy goal is defined as a step function in this kind of problem. The shapes of membership functions of fuzzy constraints are also discussed. In addition, impact of fuzzy benefit is considered as a Fuzzified IP problem. For the formulation, conventional IP is also extended with concept of α -level set.

Key Words: Traffic Safety Planning, Fuzzy goal, Fuzzy Mathematical programming, Fuzzy constraints

1. はじめに

都市内交通の円滑・安全・快適な輸送を目指す都市道路網での交通安全確保には広域的安全施策の検討が必要不可欠である。特に都市高速道路・幹線国道などの高速走行を基本とした道路では、交通安全施設設置などは路線単位の個別対策案の組み合わせとして計画が立案されることが多い。そして経済的な安全対策の提示のための効率的で有効な対策案作成の定式化と求解に関して、数理計画法の応用が提案されてきた。

一般に数理計画法から最適解が得られ安全対策立案時の計画条件に適する方法を用いれば現実的な有効性がある。しかしながら、実際の都市高速道路の交通安全対策立案等にこれを応用するためには、計画実施に伴って生じる不確定要因を考慮することが重要である。本研究では以下の2点を主として考えることにした。

- ①都市高速道路の交通安全対策に利用可能な経費は、普通「維持管理費」等の関連経費に内包されていることが多い。つまり安全対策予算を概略的に計上することはできるが、確定的に規定することは難しい。実際の運営面でも計画変更に対する柔軟性をもたせた方法を用いることが現実的である。
- ②経済効率から最適な安全対策案を立案する場合に、各対策案の費用・便益が中心的な資料となる。しかしながら、実際には定量的・画一的に計測が困難な要因もある(快適性の向上など)。したがってとくに予測された便益値等に若干の判断の幅を含めて検討することが現実的である。

* 工博 京都大学講師 工学部交通土木工学教室 ** 工博 西安公路学院助手 汽車系

以下では、従来の数理計画による安全対策立案方法を整理しファジィ理論を用いたこれらの修正を行う。さらに2つの場合に対応するものとして、ファジィ制約を持つ増分便益費用分析とファジィ便益係数を用いた0-1計画法の解法とファジィ数で表現される便益について検討するものである。

2. 交通安全対策の立案方法

2-1 安全対策立案と従来解法

交通安全対策の構成要素である地点別安全施設の設置計画と、個別対策による費用と効果が貨幣価値で計上されているとき、これらの組合せとして、道路網全体の安全対策案を作成できる。つまり「交通安全対策予算の範囲内で最も効果的な代替案を求める」ということである。こうした経済的交通施設計画に関して、米国のFHWA (Federal Highway Administration)報告書に具体的検討結果が示されており¹⁾、また計算方法に関する基礎的整理も行われている。ここでは、交通安全対策作成の概要を検討する。都市道路網では各種原因の交通事故が発生するが、事故多発場所を知ることは可能である。計画課題は具体的には表-1に示すようなものである。各対策は個別の道路施設整備(たとえば、I-①では赤色点滅燈10箇所、注意標識設置10箇所、分岐部路面表示20箇所、合流部路面表示20箇所)で構成される。この表中に挙げられている各対策案から路線ごとにただか1案を選択するとともに予算内で適当な対策案を組合せて代替案を作成する。

この問題解決の方法として「増分費用便益分析法 (Incremental Benefit-Cost Analysis)」と「整数計画法 (Integer Programming)」を取り上げた。各方法の詳細な演算手順は割愛するが²⁾⁻³⁾、表-1の対策案集合で予算制約が7,900万円であるとき、便益最大の組合せ解は〔採択案：I-3、II-2、IV-3、V-2、便益：81,600万円／費用：7,892万円〕となる²⁾。どちらの方法からこの解を得ることができ、実際の計算法の採否は計算の厳密性と効率性、計算結果の表現形式等から判断される。以下に簡単に両方法を整理する。

【増分便益費用分析】

この方法は、各対策案相互の関係に着目して、ある対策案を選択に必要な費用増分(ΔC)に対して、どの程度の便益増分(ΔB)が見込まれるかという点から開発されたアルゴリズムである³⁾。この方法の表現上の利点は、演算結果から増分便益費用比のワークシート(一覧表)が得られることである。この表は増分便益費用比(R_{ij}=ΔB/ΔC)の順位により作成され、選択順序が容易に把握できる。したがって当該予算額が変更されても、総費用値を基に実行可能性を(予算制約の範囲内で)検討することで、新たな対策案の組合せを知ることができる。

【0-1整数計画法】

この方法は0-1計画問題として定式化したものであり解法アルゴリズムの複雑さはあるが、数式的表現は明解である³⁾。

$$\max \sum_{i,j} b_{ij} \cdot x_{ij} \dots\dots\dots (1) \quad j \in J : \text{路線集合}$$

$$\quad \quad \quad i \in N : \text{対策案集合}$$

s. t.
$$b_{ij} : \text{個別対策便益}$$

$$\sum_{i,j} c_{ij} \cdot x_{ij} \leq B \dots\dots\dots (2) \quad c_{ij} : \text{個別対策費用}$$

$$\sum_k x_k \leq 1 \dots\dots\dots (3) \quad B : \text{予算制約}$$

$$x = 0, 1 \dots\dots\dots (4)$$

この方法には、①組合せ最適化問題として基本的な定式化がなされているので、厳密解が通常の整数計画

Table 1 Benefit and Cost of Alternatives

No.	routes	alternatives	cost	benefit
I	Loop	①	1,820	19,200
		②	3,340	21,700
		③	2,440	25,600
II	Moriguchi	①	1,420	13,300
		②	502	6,400
III	Osaka-Ikeda (to airport)	①	1,090	10,520
		②	930	6,750
		③	2,340	22,520
IV	Kobe- Nishinomiya	①	380	3,000
		②	1,390	12,300
		③	2,410	24,710
V	Matsubara	①	1,180	7,200
		②	2,540	24,890
		③	840	5,980
VI	Osaka-Sakai	①	4,000	40,400
		②	2,740	44,100
		③	1,220	11,590
VII	Higashiosaka	①	760	7,300
		②	1,020	9,420

法の解法手順によって得られる、②定式化が数理的に簡潔であるので、制約条件、便益額その他の計画条件の変化を定式化の若干の変更で対応することができるなどの特徴がある。

3. ファジィ制約を用いた代替案作成

3-1 ファジィ数理計画

代替案集合X上のメンバシップ関数 μ_G 、 μ_C で定義されるファジィ目標G (fuzzy goal) とファジィ制約C (fuzzy constraints) を同時に満たすファジィ決定Dを考える。すなわち一般に G_1 、 G_2 、---、 G_n をファジィ目標とし、 C_1 、 C_2 、---、 C_m をファジィ制約とすればファジィ決定Dは、

$$D=G_1 \cap G_2 \cap \cdots \cap G_n \cap C_1 \cap C_2 \cap \cdots \cap C_m \cdots \cdots \cdots (5)$$

ここで

$$\mu_D(x)=\min_{\substack{1 \leq i \leq n, \\ 1 \leq j \leq m}}(\mu_{G_i}(x), \mu_{C_j}(x)) = \min(\mu_{G_1}(x), \cdots, \mu_{G_n}(x), \mu_{C_1}(x), \cdots, \mu_{C_m}(x)) \cdots \cdots (6)$$

と表される。そしてファジィ決定Dにおける意思決定には、Dに帰属する度合を最大にするようなxを選ぶという最大化決定が提案されている⁴⁾。すなわち、

$$\mu_D(x^*)=\max_{x \in X} \mu_D(x) \cdots \cdots \cdots (7)$$

となるようなx*を求めるものである。

この最大化問題は、 α -レベル集合を用いてつぎの問題に転化できる⁸⁾。すなわち、

$$\sup_x \mu_D(x)=\sup_{\alpha \in [0,1]} [\alpha \wedge \sup_{x \in C} \mu_G(x)] \cdots \cdots \cdots (8)$$

これは α レベルごとの各問題における解のうち最大のものを求めることを示している。実際のファジィ数理計画の解法として α カットを用いた反復計算が利用できる。このアルゴリズムには「通常の数理計画問題」の部分が含まれ、通常の数理計画問題はすべてファジィ意思決定問題に拡張できる。すなわち目的関数のメンバシップ関数値 (μ_G) と制約条件のメンバシップ関数値 (μ_C) の一致から解を規定するもので、特定の収束判定基準を用いる。本研究では、ファジィ目標 μ_G およびファジィ制約をつぎのように定義した。

【ファジィ目標： μ_G 】

$$\mu_G(x)=Z_f(x)/Z(x) \cdots \cdots \cdots (9)$$

$Z_f(x)$ ： $x \in C_\alpha$ の際の数理最適解、

$Z(x)$ ：制約上限値 ($\mu_C(x)=0$) での数理最適解

【ファジィ制約： μ_C 】

$$\mu_C(b)=\begin{cases} 1 & b \leq B^- \\ \psi(b) & B^- \leq b \leq B^+ \\ 0 & b \geq B^+ \end{cases} \cdots \cdots \cdots (10)$$

B^- ：設定制約値、 B^+ ：制約可能最大限度

$\psi(b)$ ：単調減少関数

3-2 ファジィ制約をもつ増分便益費用分析

ここでは増分便益費用分析を取り上げる。この方法においては増分便益費用比の順が決定され、この組合せ選択時に予算制約が考慮される。したがって予算の変化に対して無理なく対応できる方法である。またファジィ予算制約を考慮する場合にも、この従来手順を組み込んだ同様のファジィ数理計画の解法手順を用いることができ、特徴を残した形で問題のファジィ化を行うことができる。

ただ組合せ最適化問題では、解の段階的变化から目的関数と制約条件のメンバシップ関数がそれぞれ階段関数と連続関数となり「ファジィ最適化問題」が必ずしも交点を持つとは限らない⁵⁾。これは図-1のような場合であり定義に従えば図中の $P(s, \mu_C(s))$ が最適決定点である。これを計算アルゴリズムとして考慮す

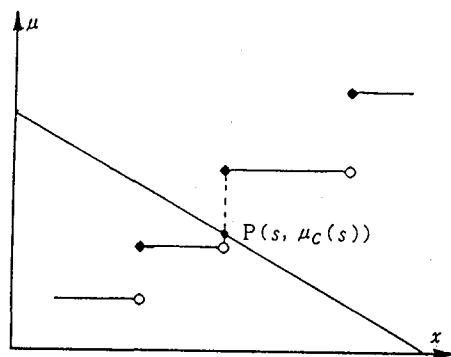


Fig. 1 Fuzzy constraints and fuzzy goal

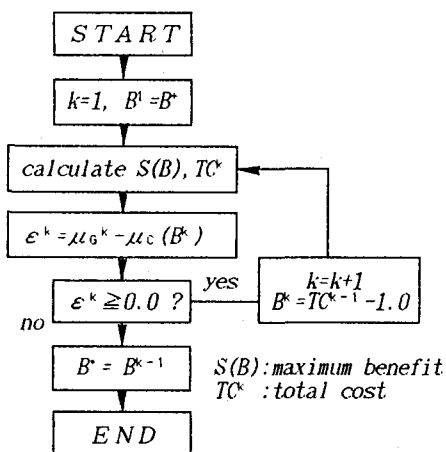


Fig. 2 The solving algorithm for FIBCA

る必要があるが、本図からもわかるように、このときの両メンバシップ関数値の関係はかならず、 $\mu_D(s) \geq \mu_C(s)$ である。この性質を利用して作成したファジィ最適化の演算アルゴリズムを図-2に示す。この計算メカニズムを考えると、制約条件のメンバシップ関数を考え α カット集合を $\alpha=1$ から計算をはじめ、 α を順次微少なステップ幅で減少させ、ある値となると、当該ステップで初めて $\mu_D(s) \geq \mu_C(s)$ の条件が満たされなくなる場合（つまり $\mu_D(s) < \mu_C(s)$ ）、その直前ステップの目的関数値を求めるものである。

ここでは予算制約条件に対して2種類のメンバシップ関数を考えた。図-3に示すような線形メンバシップ関数とZ関数とよばれる非線形関数である。

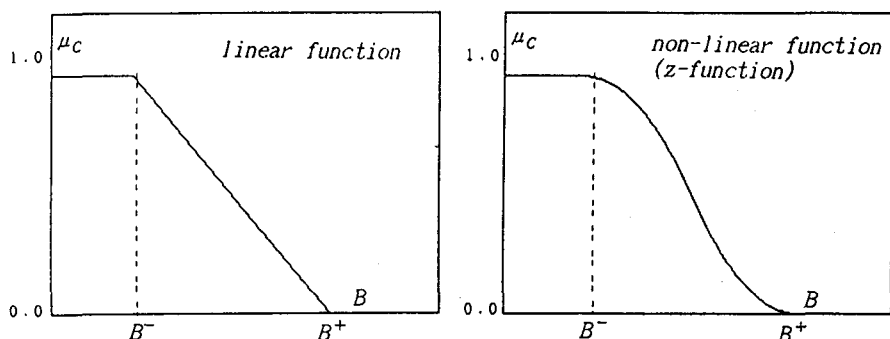


Fig. 3 Fuzzy constraints represented by membership functions

このとき制約条件の最大値 B^+ を変化させて最適解を求めた場合の総費用と総便益を表-2に示す。制約条件の上限（ B^+ ）を大きくすれば得られる解の値も大きくなる。また関数形の差異を比較すると $\mu_C > 0.5$ の部分ではZ関数の偏曲を反映して、線形の場合に比べて費用・便益ともに大きな値をとる解が得られる。また予算増分に対する最適解の変化傾向を見れば $B^+=11000$ 付近を境に異なってくることがわかる。

さらにこのような定式化について解の決定関連して以下の点が重要であることがわかる。

- ① この問題の定式化では、制約条件の最大値が各変数の許容変化分を表す。これは目的関数のメンバシップ値の最大可能範囲を決定するものともいえる。つまり B^+ の値の増加に伴って上限が増加すれば、最終決定の満足度に対応するメンバシップ関数値は小さくなる。

Table 2 The optimal solutions of Fuzzified IBCA

B^*	~8000	9000	10000	11000	11500	12000	12500	13000~
linear function	81600 (7892)				88900 (8652)	91020 (8912)	92120 (8982)	97110 (9352)
Z-shaped function	81600 (7892)	88900 (8652)	91020 (8912)		97110 (9352)			104410 (10112)

[note] total benefit
(total cost) $\times 10^4$ (yen)

②制約条件の上限 B^* 値の変化は、メンバーシップ関数の傾斜（変化の勾配）を変更することになる。この値を増加させると傾きは緩やかになり、これに伴い得られる組合せ解の変化も緩慢になる。

4. ファジィ便益を用いた代替案作成

4-1 ファジィ便益について

ここでは予測される便益のファジィ性について検討する。本研究のような問題で各対策から予測される便益を実際には、事前に厳密に算定することは難しく、クリस्प数として定義するよりもある程度の幅をもったファジィ数として表現することが実用的であると考えらえる。

具体的には整数計画法の定式化のうち、個別安全対策案の便益に関するパラメータ（式(1)の b_{ij} ）をファジィ量として取り扱った。さきの定式化では、係数 b で示される便益項について検討したものである。

ここでは「クッションドラムの設置」による便益に着目した。つまり表-1の対策案集合のなかでクッションドラム設置を個別対策のなかにも含むものを対象としている。このとき最終的な便益への影響の大きさは、「クッションドラム設置費用」の対策案全体にしめる割合としている。たとえばⅡ-②にはクッションドラム設置費用260万円（ $=D_2 \times 13$ ）が含まれ、これに18%（ $=260/1420$ ）のファジィ性を導入している。このときファジィ便益パラメータ b_i を区間 $[b_{ij} - 0.18 \cdot b_{ij}, b_i + 0.18 \cdot b_{ij}]$ における三角型ファジィ数（Triangular Fuzzy Number）で表現する⁶⁾。同様にして関連する各便益パラメータのファジィ化を行った。本研究の問題では総便益に関連するパラメータは19個で、このうち11個がファジィパラメータとなった。

4-2 ファジィ便益を用いた0-1計画法

本問題の計算はファジィ集合に関する「分解原理」を用いて演算できる。実際には図-4に示すように α カット集合を用いて、分解された個別の区間値集合に対する最適解を求め、これらを合成して最終的なファジィ総便益が算出されることになる。ここでの計算では、 $\alpha=0.0$ から0.1ごとに $\alpha=1.0$ のステップとした。

結局、このような算出過程に従えば個々の対策実施時の予測便益額がファジィ数で表現され、最終的な算出便益がファジィ数として得られる。この計算結果を図示したものが図-5である。これは「ファジィ総便益の可能性分布」と呼ぶこともできる。パラメータにファジィ数を与えて α カット集合ごとに計算が実行される場合、必ずしも最終的な対策案の組合せが一意で

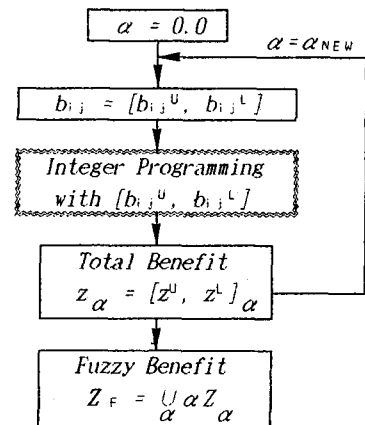


Fig. 4 Fuzzified Integer Programming

はなく α レベルごとに異なってくる。またこのことから、最終的な分布はふつう本図にあるような非線形関数となる。実際には関数形状が期待される総便益の可能性の範囲として利用できるので、妥当な α の値を規定して計画立案時の決定変数のひとつと考えることもできる。つまり厳密な値での規定が難しい予測便益に対してファジィ数を設定した場合にも、解にある程度の幅を許せば判断が可能であることを示すものである。

さらにファジィ数表現された計算結果を従来法と同様に確定値として求解する必要がある場合には、非ファジィ化 (defuzzification) 操作により代表値を求めることができる。たとえば最も代表的な「重心法」を用いれば、 $Z=81.850$ となりメンバシップ値が1となる点(クリスプな最適点)とほぼ同一であることがわかる。このようにファジィ理論を用いた方法論の拡張により、従来の数理計画法による算出結果を包含した形での計画案検討が可能となる。

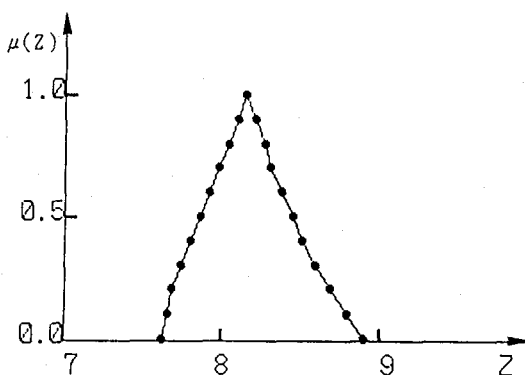


Fig. 5 The benefit as a fuzzy number

5. おわりに

本研究は交通事故安全対策の策定問題に関連して、数理計画法を用いてきた局面にファジィ理論を用いてこれらを展開する方法について検討した。ここでは特に土木計画に内在するファジィネスとして予算の余裕、予測便益に対する判断の幅の2方面から具体的な計算方法を示すとともに計算結果について実用的な見地からの検討を行った。本研究の主な研究成果として以下の点が挙げられる。

- ①都市道路における交通事故の発生は人身、物損はもとより、円滑性・高速性も阻害されることになる。そこで安全対策の合理的作成方法の検討は重要であるが、問題のファジィ化により数理計画的な交通安全対策案導出手順の合理性と各方法の利点を拡張し一般的に利用可能なものとすることができた。
- ②ファジィ制約を計画問題に導入すると、予算幅を計画決定時に考慮することが可能となり、特に予算の余裕分を与えることによって新たな効果的組み合わせを持つ安全対策案を見いだすことができる。
- ③予想便益をファジィ数として定義することは、従来のクリスプな計画立案を含んだ形での拡張となっており、可能性分布についての有効な利用を考えることで、計画上有益な情報を与えるものとなりうる。

参考文献

- 1) National Technical Information Service: Assessment of Techniques for Cost-effectiveness of Highway Accident Countermeasures, 1979.
- 2) 秋山孝正・邵春福・佐佐木綱：都市高速道路における交通安全対策の作成方法についての方法論的考察, 交通工学, Vol. 25, No. 6, pp. 9-19, 1990.
- 3) 秋山孝正：高速道路交通計画におけるファジィ理論と知識工学手法の応用に関する研究, 京都大学学位論文, 第6章, 1989.
- 4) 坂和正敏：線形システムの最適化, 森北出版, 1984.
- 5) Akiyama, T. and Uchida, T. :Traffic Safety Planning: Incremental Benefit-Cost Analysis with Fuzzy Budget Constraints, Int. Workshop on Fuzzy System Applications, pp. 161-162, 1988.
- 6) 秋山孝正・邵春福・内田敬・佐佐木綱：都市高速道路交通安全対策立案へのファジィ理論の応用, 土木学会論文集, 第425号, pp. 91-98, 1991.