

(41) 形状最適設計システム (SOPT) の開発

DEVELOPMENT OF SHAPE OPTIMIZATION
ANALYSIS SYSTEM (SOPT)

西尾 慎治* 水野 良造* 五十嵐 将**
Shinji NISHIO Ryoza MIZUNO Masaru IGARASHI

This paper introduces the shape optimization analysis system(SOPT) that enables to handle 3-dimensional structures composed mainly of shell elements. In this system, the design variables are to be nodal coordinates and thickness of shell elements. The objectives of this system are to minimize the mass of a structure subject to constraints on displacement and stress and to control natural frequency depending upon the nature of the structural problem. The application of the system to several structure demonstrated that the optimal structure was obtained under most design constraints.

Key Words: Computer Applications, Structural Optimization, Structural Analysis, Sensitivity, Vibration

1. まえがき

電子計算機の高速化/大容量化により、構造解析、感度解析、数値計画法の組み合わせから成り立つ大規模3次元構造最適計算が可能になり、この計算手法が各分野にて応用される様になった⁽¹⁾⁽²⁾。事実、構造物の設計においては大幅な計算時間、設計工数を削減する為の有効なツールの1つとなり始めている⁽³⁾。

自動車の開発においては、ユーザーのニーズに合った商品を短期間で開発する命題が与えられている。その為、設計工数の時間を削減するための構造最適計算や設計手法の活用が注目を浴びている。また地球環境の面からみると、低燃費、省資源と言った環境に優しい車作りが現在設計者に求められており、今後増々要求されるであろう設計の質的向上に答えてくれる構造最適設計手法の研究や開発^{(4),(5)}を進めていかななくてはならない。

当社においても設計開発工数の削減をねらって、自動車車体等を構成する薄肉構造物の形状最適化を目的とした3次元シェル形状最適設計システムSOPT(Shape Optimization Analysis System)を最近開発した。自動車車体は、一般に薄肉鋼板からなる大小様々な構造部品をスポット溶接する事によって構成されており、個々の構造部品及びそれらが組み合わせられた車体が最適な構造になっていないと、車体に要求される性能(強度、振動、衝突等)を十分に満たすことができない。また数年に1度は、モデルチェンジに合わせて車体構造を新設計したり大幅に変更する為、最適な構造部品を検討しておく必要がある。その為、設計の初期段階にて車体の要求性能を満足する最適な形状を事前に短時間に検討し、設計図面に反映させるための最適

*スズキ(株)実験部第4グループ ** 工博 スズキ(株)実験部第4グループ課長

設計システムが重要となってきた。SOPTは特に与えられた条件の基で薄肉構造物の形状を最適化し、なおかつ軽量化された構造を得ることを目的としている。以下SOPTのシステムの概要と車体構造部品への適用例を示す。

2. システムの概要

SOPTは、設計変数として有限要素(FE)モデルの要素の板厚、及び形状(節点座標値)が用いられ、静的および動的問題における形状最適化が可能である。静的問題での目的関数は構造モデル全体の質量又は体積であり、制約条件として節点変位及び要素のミーゼス応力を取り扱う事ができる。動的問題では、固有振動数の最適化が可能である。有限要素としては、3次元薄肉構造物を対象としてBelytschko⁰三角形要素⁽⁶⁾を用いている。

SOPTの構成をFig. 1に示す。SOPTの特徴として以下の3項目がある⁽⁷⁾。

- (1) 制約条件のスクリーニング
- (2) 1次感度を使った近似モデルの作成
- (3) 最適化後の構造モデルのリメッシュとスムージング

また、SOPTでは最適化ツールとしては、市販の最適化ソフトウェアDOT(Design Optimization Tool)⁽⁸⁾を採用しており、数値計画法として修正可能方向法(Modified Method of Feasible Direction)を使用している。

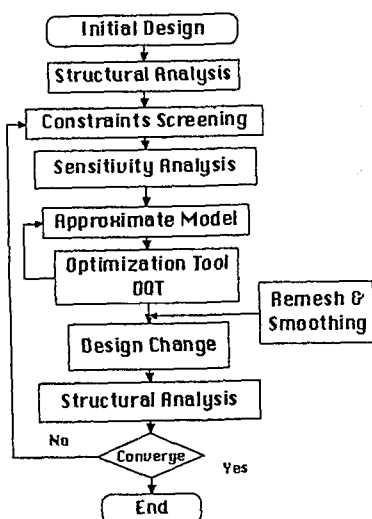


Fig.1 SOPTの構成

2. 1 制約条件のスクリーニングとリメッシュ、スムージング⁽⁷⁾

一般に構造最適計算においては、制約条件は非常に多く、制約条件の感度を求めるためには多くの計算時間を必要とする。しかしそれらの制約条件のほとんどは最適化過程に影響を与えない場合が多い。そのためSOPTでは、制約条件の中で設計変数とその境界近傍にあるもののみを制約条件として取り扱い、感度解析を行なう。いわゆる制約条件のスクリーニング⁽²⁾を行い、感度解析時間の大幅な削減を図っている。

また構造モデルの節点座標値を設計変数として形状を変化させると、要素の大きさが不均等になり、構造解析の精度に問題が生じる。その上、節点は隣の節点を越えることができないため、最初のモデリングによって設計変数の変化範囲が決まってしまう、大幅な設計変更を行なうことができない。このような状況を防ぐため、SOPTでは、各繰り返し計算において構造解析を行なう前に、オブティマイザ(DOT)から得られた形状に対して有限要素(FE)メッシュの張り替え(リメッシュ)と、要素のスムージングを行っている。

2. 2 近似モデル

構造設計に最適化手法を効果的に適用するには、変位、応力等の感度係数を求め、近似モデルに置き換えて最適化を行ない構造解析の回数を減らす必要がある。ここではSOPTの近似モデル化法について述べる。

SOPTにて取り扱うことができる制約は、変位、応力、固有振動数及び構造物の質量、体積である。それらの制約条件式を高次の感度係数まで用いて近似モデルを作成すれば近似精度は向上する。しかしながら高次の感度係数を求めるには、計算時間が非常にかかる。その為SOPTでは1次の感度係数を計算し、その感度係

数の正負によって(1)式に示すダイレクト法、レシプロカル法の2種類の近似法を使用している。これは近似モデルでは制約条件を満足しているにもかかわらず、再解析を行うと制約条件を満足していないという状況を防止するためである⁽²⁾。

$$\frac{\partial g(d^0)}{\partial d_i} \geq 0 : g(d) = g(d^0) + \sum_{i=1}^N \frac{\partial g(d^0)}{\partial d_i} (d_i - d_i^0), \quad \frac{\partial g(d^0)}{\partial d_i} < 0 : g(d) = g(d^0) - \sum_{i=1}^N \frac{\partial g(d^0)}{\partial d_i} \left(\frac{1}{d_i} - \frac{1}{d_i^0} \right) (d_i^0)^2 \quad (1)$$

$g(d)$ は制約条件、 N は設計変数の数、 d^0 は設計変数の初期値、 d_i は現在の設計変数値、 $\partial g(d^0)/\partial d_i$ は制約条件の感度係数である。

2.3 感度解析

近似モデルにて示した様に、SOPTは1次の感度係数により制約条件式を近似モデルに置き換えて最適化を行う。ここでは構造物の形状すなわち有限要素の座標値が設計変数の場合について、SOPTで用いられている感度解析手法を述べる。

2.3.1 変位感度解析及び応力感度解析

外力が設計変数に独立な静的問題を考えた場合、変位感度係数は、Fox⁽⁹⁾により示されたように、(2)式を解くことによって求められる。

$$[K(d)] \frac{\partial u}{\partial d} = - \left[\frac{\partial}{\partial d} K(d) \right] \{u\} \quad (2)$$

$[K(d)]$ は全体要素剛性マトリックス、 $\{u\}$ は変位ベクトル、 $\{d\}$ は設計変数である。Belytschko C⁰三角形の全体座標系における要素剛性マトリックス $[K_e^s]$ は、要素の座標変換マトリックスを $[T_e]$ とすれば(3)式で表される。

$$[K_e^g] = [T_e]^T [B]^T [D] [B] d(v_0) [T_e] = [T_e]^T [K_e^l] [T_e] \quad (3)$$

$[B]$ は歪-変位マトリックス、 $[D]$ は応力-歪マトリックスである。(2)式における右項 $[\partial K(d)/\partial d]$ は、全体座標系での設計変数 d に対する(3)式の微分として(4)式となる⁽¹⁰⁾。

$$\left[\frac{\partial K_e^g}{\partial d} \right] = \left[\frac{\partial T_e}{\partial d} \right]^T [K_e^l] [T_e] + [T_e]^T \left[\frac{\partial K_e^l}{\partial d} \right] [T_e] + [T_e]^T [K_e^l] \left[\frac{\partial T_e}{\partial d} \right] \quad (4)$$

また要素座標系におけるBelytschko C⁰三角形の応力マトリックス $[\sigma_e]$ を(5)式で表わすと、全体座標系での設計変数 d に対する応力感度係数マトリックス $\partial[\sigma_e]/\partial d$ は(6)式で表される。

$$[\sigma_e] = [D] [B] \{u_e^s\} = [D] [B] [T_e] \{u_e^g\} \quad (5)$$

$$\frac{\partial [\sigma_e]}{\partial d} = [D] \frac{\partial [B]}{\partial d} [T_e] \{u_e^g\} + [D] [B] \frac{\partial [T_e]}{\partial d} \{u_e^g\} + [D] [B] [T_e] \frac{\partial \{u_e^g\}}{\partial d} \quad (6)$$

$\{u_e^s\}$ 、 $\{u_e^g\}$ は、要素を構成する節点のそれぞれ要素座標系、全体座標系における変位ベクトルを示す。(6)式にて右辺第1,2項は、形状変化による応力感度を示し、右辺第3項は変位変化による応力感度を示している。(5)、(6)式の各応力及び応力感度係数からミーゼス応力感度係数が得られる。ここで三角形の要素座標系における3節点の座標をそれぞれ (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 (x_3, y_3) とし、要素座標系の原点を (x_1, y_1) とすると、 $[B]$ 、 $[K_e^l]$ は x_2, y_2, x_3, y_3 の陽な関数として表される。従ってSOPTでは(4)、(6)式の $[\partial K_e^l/\partial d]$ 、 $[\partial B/\partial d]$ を数式処理プログラムにより解析的に求め、 $[\partial T_e/\partial d]$ を前進差分により計算して変位感度係数、応力感度係数の正確さを向上させている。

2.3.2 固有値感度解析

構造物の固有値 λ_m と固有ベクトル $\{\phi_m\}$ は、質量マトリックスを $M(d)$ とすると次の固有値方程式を解いて得られる。

$$([K(d)] - \lambda_m [M(d)]) \{\phi_m\} = 0 \quad (7)$$

また固有値の設計件数 d に関する感度係数 $\partial \lambda_m / \partial d$ は次式で表される⁽¹¹⁾。

$$\partial \lambda_m / \partial d = \{\phi_m\}^T \left(\partial [K(d)] / \partial d - \lambda_m \partial [M(d)] / \partial d \right) \{\phi_m\} \quad (8)$$

SOPTでは $\partial K(d) / \partial d$ を(4)式から求め、また $\partial M(d) / \partial d$ を前進差分により求めている。

3. 適用例

自動車の車体構造は、複雑な3次元薄肉構造であり、いくつかの荷重条件、拘束条件の基で板厚、形状を設計変数として制約条件を満足しながら、軽量化を行なうことが、構造最適設計の主目的である。ここでは、適用例として質量最小化を図りながら形状を最適化した例、及び固有振動数を最適化した例を紹介する。

3.1 フレームブラケットの質量最小化設計

開発段階にて車体構造を検討する場合、変位と応力は構造物の強度を判断する上で重要なファクターである。ここでは応力を制約としてフレームブラケットの質量を最小化した例を示す。Fig. 2にフレームブラケットの最適化に使用した有限要素モデルを示す。計算は対称性を考慮し1/2モデルにて行っている。ブラケットは左端にてフレームに溶接されており、荷重は右端中央に下方に作用している。この例題は、設計変数が制約条件を満足している初期状態から以下のような条件にて最適化を行った。

目的関数：Minimize フレームブラケット質量 M

制約条件：応力制約 $\{\sigma_M\} \leq \sigma_{Mmax}$

設計変数は次の2ケースについて最適化を試みた。

ケース1 設計変数：フランジの高さ（ただし溶接部は設計変数としない。）

ケース2 設計変数：フランジの高さ及びブラケットの板厚

Fig. 3に最適化後のフレームブラケットの形状、Fig. 4に最適化過程における目的関数値の履歴、Fig. 5に最大ミーゼス応力値の履歴を示す。

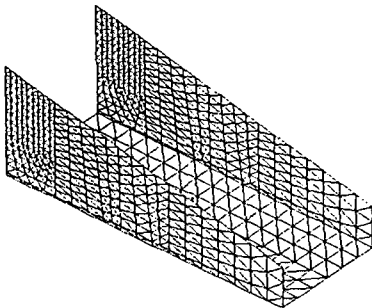


Fig. 2 フレームブラケットFEモデル

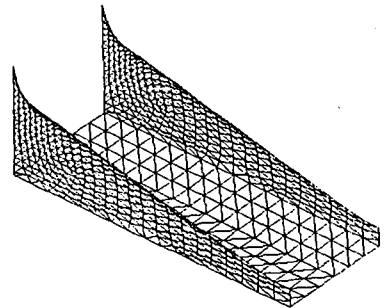


Fig. 3 最適化後のフレームブラケット形状

ケース1の場合、目的関数であるフレームブラケットの質量は約20%軽量化され、ケース2ではブラケットの板厚が約10%薄くなり、約28%軽量化されている。最適化後の形状はどちらもFig. 5に示す様に制約条件を満足している。FEモデルのリメッシュとスージングにより、大幅な形状変更を達成し得られたフランジは滑ら

かな曲線形状になっている。

Figs. 4, 5に示されるように、ケース1は制約条件の限界を16%下回って20%軽量化されているが、ケース2は応力制約値が、 σ_{Mmax} まで達して28%軽量化されている。これからわかるように、本例題では、形状を変化させるだけでなく、形状と板厚を同時に最適化したケース2が軽量化という目的に対しては有効である。

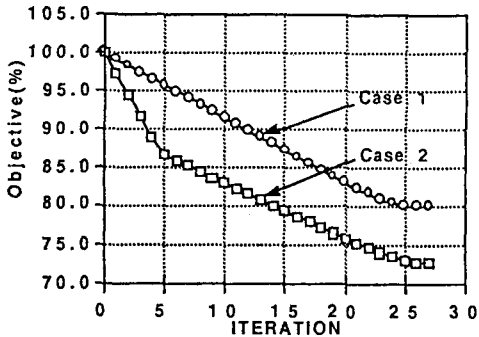


Fig. 4 目的関数値履歴

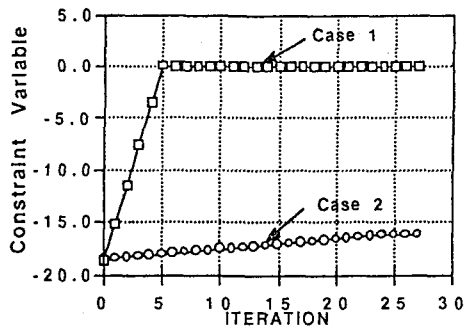


Fig. 5 制約条件履歴

3. 2 車体ブラケットの固有振動数最適化

自動車の車体は、前述したように多くの薄板構造部品によって構成されている為、加振源であるエンジン、駆動系により構造部品が共振し、振動、騒音に悪影響を及ぼす場合がある。その改善策の1つとして、部品の固有振動数を上げて共振を避ける方法がある。しかしながらただ単に薄板構造部品の板厚を増加させても重量が増すばかりか固有振動数が上昇する保証はない。そこで形状を変化させて固有振動数を制御する事が考えられる。ここではFig. 6に示す車体ブラケットの第1、2次固有振動数を、設計上要求される固有振動数まで上昇させる為にはどのような形状にすればよいか検討した例を示す。この例題における最適化を以下の様に設定した。

目的関数:
$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^n \left| \frac{f_i - f_i^{obj}}{f_i^{obj}} \right| * 100.$$

制約条件: $g_1 = f_1 - f_1^{obj} \leq 0$, $f_1 = \text{固有振動数}, f_1^{obj} = \text{設計要求固有振動数}$

$g_{n+1} = M - (1 + \alpha)M_0 \leq 0$, $M = \text{ブラケット質量}, M_0 = \text{初期質量}$

$n=2$ (最適化対象固有振動数の数)

}

(10)

α は許容重量増加分の係数を示し、ここでは $\alpha = 0.01$ とした。Fig. 7に最適化後のブラケット形状を示し、Figs. 8, 9に目的関数及び制約条件の最適化履歴を示す。制約条件の1つであるブラケット重量は、初期の許容値通り1%の増加で、2つの固有振動数を、設計要求値まで増加させることができた。

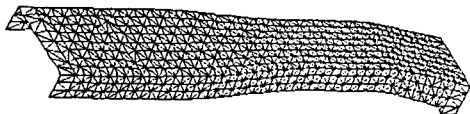


Fig. 6 車体ブラケット初期形状



Fig. 7 車体ブラケット最適形状

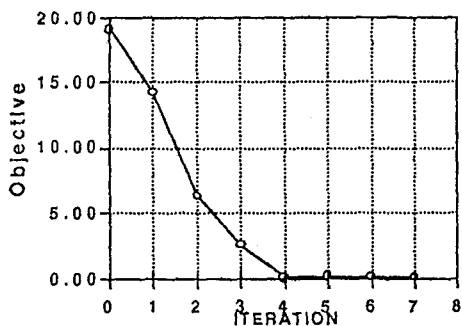


Fig.8 車体ブラケット目的関数履歴

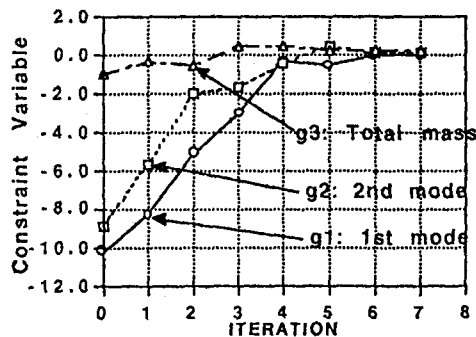


Fig.9 車体ブラケット制約条件履歴

4. まとめ

自動車車体等の3次元薄板構造形状最適化を目的とした3次元シェル構造最適設計システムSOPTを開発した。SOPTを実際の車体構造物について適用したところ、制約条件を満足した上で目的関数を最小化する形状を求める事が出来た。得られた最適解が、必ずしも全域的最適解であると言う保証はないが、自動車車体等の開発段階において設計者に有効な情報を提供する事ができ、設計開発時間、工数の短縮に役立つと考えられる。

今後は3次元曲面の形状最適化、多目的関数による最適化、及び周波数応答問題に対する最適化等、研究開発を進める所存である。

5. 参考文献

- (1) G.N. Vanderplaats, Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Applications, McGraw-Hill (1984)
- (2) Numerical Optimization Methods and Application, Short Course Note, VMA Engineering(1991)
- (3) 畔上・他、汎用FEMプログラムを利用した成長ひずみ法による3次元形状最適化解析。機論台3回計算力学講演論文集 (1990 p249-250)
- (4) 尾田・他、構造最適設計のための汎用プログラムシステムについて。機論 A-54, 500(1987)
- (5) M.E. Botkin and J.A. Bennet: Shape Optimization of Three-Dimensional Folded-Plate Structures. AIAA J Vol. 23, No. 11
- (6) T. Belytschko, A C^0 Triangular Plate Element with One-point Quadrature, IJNME Vol. 20 P782-802(1984)
- (7) 水野・他：三次元構造最適設計システムの開発，自動車技術会秋季学術講演会前刷集 912174(1991)
- (8) DOT Users Manual V. 2.04, VMA Engineering(1989)
- (9) R.L. Fox: Constraint Surface Normals for Structural Synthesis Techniques. AIAA J Vol. 3 p1517-1518 (1965)
- (10) A. Francavilla et al.: Optimization of Shape to Minimize Stress Concentration. J of Strain Analysis. Vol. 10 No. 2 p63-70(1975)
- (11) R.L. Fox and M.P. Kapoor: Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors. AIAA J Vol. 6 No. 12 p2424-2429(1968)