

(40) 形状最適化プログラムの開発に関する 基礎的研究

BASIC RESEARCH ON THE DEVELOPMENT OF SHAPE OPTIMIZATION PROGRAM

杉村朋之* 杉本博之**

Tomoyuki SUGIMURA, Hiroyuki SUGIMOTO

It is seemed that there are some strong demand for the shape optimization with the advances of computer and finite element method. The general purpose program for the shape optimization of two dimensional continuum is studied and developed in this study. This program is composed of the five basic parts. They are the optimization control, the optimization, the finite element analysis, the shape creation and the three subroutines supplied by the user. Several ideas for decreasing the user's work are taken into this program. So this program is seemed to be efficiency and practical one for the shape optimization of continuum structures. As numerical examples, shape optimization of concrete structure and the relaxation of stress concentration are solved by this program.

Key Words : structural optimization program, shape optimization, spline curve, finite element method, shape creation.

1. まえがき

構造物の設計においてその幾何形状を設計する場合、骨組構造物ならば部材長や幅、厚さなどの寸法、あるいは節点座標を設計変数にしても特に問題はない。一方、連続体の形状設計においては、設計変数の設定には種々の問題がある。節点座標を設計変数にすると、設計変数の数の増加や表面形状のジグザグ等の問題がでてくる。また、形状再生成の過程において、形状が初期形状から大きく変化する場合、要素の消滅や極端な変形要素が発生するなど、リメッシュの考慮も必要である。この点から汎用的な連続体の形状最適化プログラムの作成は難しいものである。しかし、寸法に比べて幾何的な形状を改善する事の効果は大きいといわれ、連続体の形状最適化は、その応用例やニーズをますます増やすものと思われる。そこで上記の問題を考慮した上で、本研究においては、2次元連続体の形状最適化プログラムの開発を試みた。

プログラムの基本的な考え方は、(1) ある程度の実用的な使用に耐えるもの(実用性)、(2) 必要なプリ・ポストの機能を最小限備えるもの(機能性)、(3) 数値解析の経験者が基本的な技術の習得後、容易に使用できるもの(使用性)の3点であった¹⁾。技術者の経験や勘に頼った従来の設計から、構造最適設計法を用いた、より合理的で幅広い設計が可能になるように、汎用的な構造設計のためのプログラムの開発を試みた。

* 室蘭工業大学大学院博士前期課程 工学部建設システム工学科

** 工博 室蘭工業大学助教授 工学部建設システム工学科

2. 設計モデルの作成

本研究で開発されるプログラムは、トラス、平面骨組構造物、平面応力問題、平面歪問題、軸対称問題、厚肉シェル、寸法あるいは／および幾何形状を、最適設計法により決めるものである。それらの構造物を解析するプログラムは組み込まれている。本研究で対称とする問題は、目的関数や制約条件が設計変数の関数として表され、次のように定式化される問題である²⁾。

$$\text{目的関数} : F(\{X\}) \rightarrow \min \quad (1)$$

$$\text{制約条件} : g_j(\{X\}) \leq 0 \quad (j=1 \sim m) \quad (2)$$

$$\text{上下限値} : x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad (i=1 \sim n) \quad (3)$$

$$\text{設計変数} : \{X\}^T = \{x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n\} \quad (4)$$

ここで、 F は目的関数、 g_j は制約条件、 $\{X\}$ は設計変数を表す。 x_i^L 、 x_i^U は、それぞれ設計変数 x_i の下限値、上限値である。 m は制約条件の数、 n は設計変数の数である。

本研究で対称とした構造と設計諸量との関係を表-1に示した。これらの値は、問題に応じてユーザーが任意に設定できる。例えば、平面応力あるいは平面歪問題の形状最適化であれば、構造解析には有限要素法が用いられるが、解析によって各節点の変位や各要素内の応力、支点反力、各要素の面積の総和から得られる全面積（板厚を考慮する場合には全体積）

が計算される。これらの出力を用いて目的関数には面積を、制約条件には、あらかじめ指定した位置の応力や節点変位の値が許容値以内という条件として式(1)、(2)のように定式化される。設計変数としては、後に説明する節点座標になるが、その他に板厚、材質、荷重も設定可能である。また、目的関数を応力集中の緩和ということにすると、疲労が問題となる鋼構造部材の連結部の形状決定等への応用も可能であり、多様な問題への応用が考えられる。

表-1. 構造と設計諸量との関係

構造	トラス 平面骨組	平面応力 平面歪 軸対称	厚肉シェル	一般問題
目的関数	体積 重量 剛性 etc	体積 重量 剛性 etc	体積 重量 剛性 etc	任意
制約条件	強度 変位 上下限 etc	強度 変位 上下限 etc	強度 変位 上下限 etc	任意
設計変数	節点座標 断面積 断面性能 荷重 etc	節点座標 板厚 材質 荷重 etc	節点座標 層厚 材質 積層角 荷重 etc	任意

3. 形状生成とスプライン曲線

形状設計変数の取り方には種々の方法があるが、節点座標そのものを設計変数にすると、まえがきで説明したような問題が生じるので、本研究においては直線、1/4 円弧、スプライン曲線の3種類の線分を用いし、それらの線形を決める代表点の座標を設計変数としている。形状生成の基本形状を図-1に示した。形状は基本的に4つの辺から構成される。設計の過程で変化するのは、2辺の自由曲線の部分である。もう2辺はそれらの始点と終点をそれぞれ結ぶ2本の直線である、この直線部分は設計の過程では固定される。曲線部分は図-2に示すように、直線、1/4 円弧、スプライン曲線の3種類の線分を組み合わせで作られる。それらの線形を決定する代表点は、直線の場合は始点 (x_1, y_1) と終点 (x_2, y_2) の座標になる。1/4 円弧の場合は、原点を中心とする半径 R の円を、 XY 座標軸で分割したときにできる4種類の円弧を用いる。象限を指定した後、始点の座標 (x, y) と半径 R で決定される。スプライン曲線の場合、

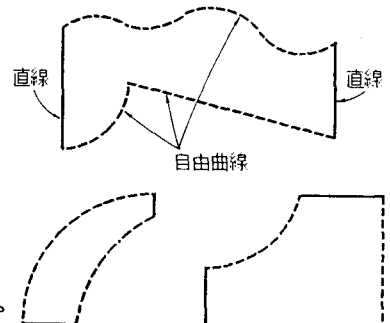
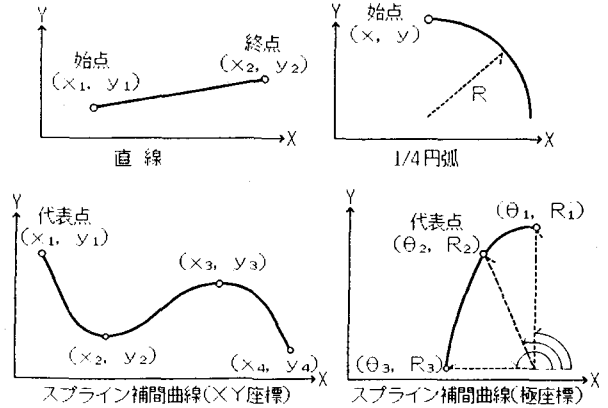


図-1. 基本形状

指定した数の代表点の座標になり、XY座標系なら座標値 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 $\dots$ で、極座標系なら中心座標を指定した後代表点の角度と半径 (θ_1, R_1) 、 (θ_2, R_2) 、 $\dots$ で決定する。これらの値はそのすべてを設計変数にする必要はなく、問題に応じて適宜に選ばれる。例えば、図-2に示すXY座標によるスプライン曲線の場合、始端と終端および、 x_2, x_3 を固定し、 y_2, y_3 だけを設計変数にすることもできる。



4. 自動メッシュ

生成された形状は、四辺形の要素に分割される。その方法は、採用する線分ごとに、分割数を指定する。図-3の例では、上側の線形は直線と第4象限の円弧を組み合わせた線形で、それぞれ2分割、3分割した。下側の線形はスプライン曲線で5分割した。左右両側の直線は、分割数を指定した後、等分割または不等分割を定める。図は上側が狭く、下側が広い不等分割である。これら分割数は、設計の過程で変わらず、要素の数(図では15)は増減しない。また、積分点は各要素に4または9個与えられる。

図-2. 形状生成のための線形の種類

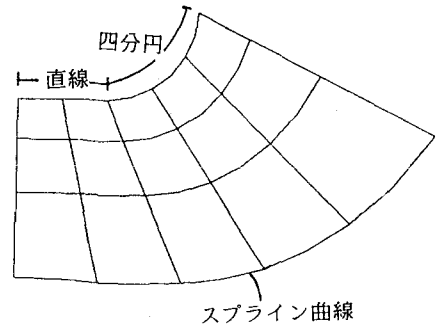


図-3. 要素分割例

5. 形状最適化プログラムの構成および概要

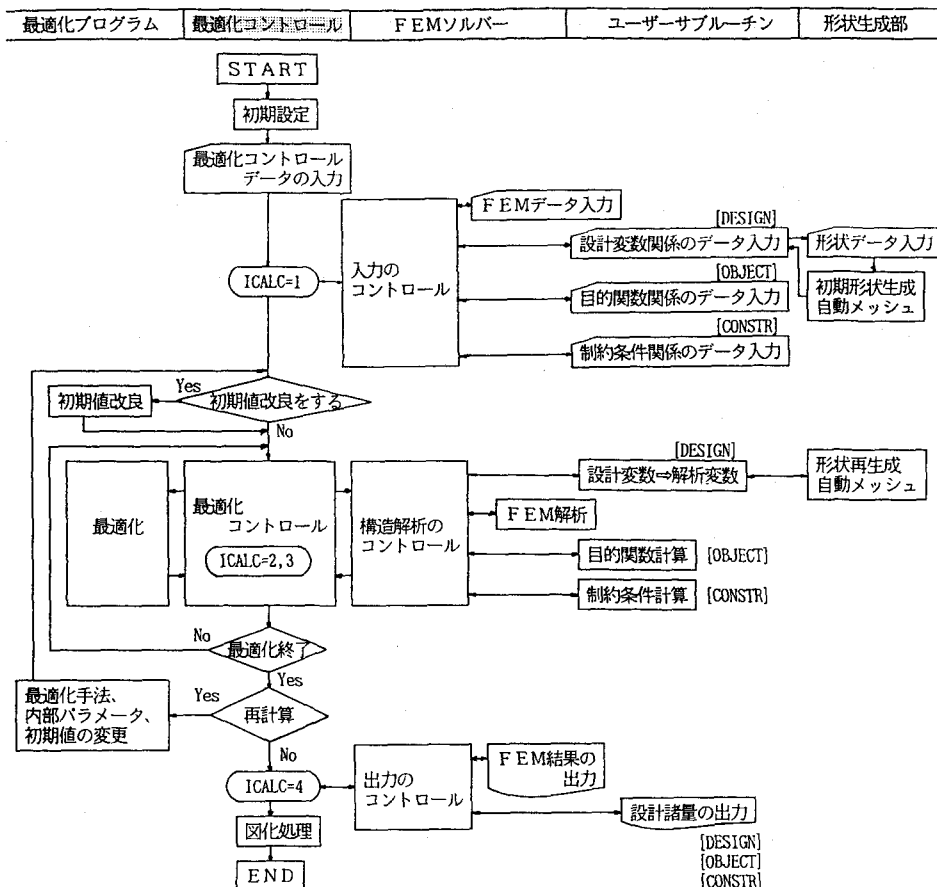
このプログラムは、最適化手法を使うためにすでに開発されていた支援システムが基本になっており、その時々色々な経験を参考にして、ユーザーの負担ができるだけ少なくなるように配慮されている。プログラムの基本的な構成を図-5に示した。全体は、[最適化プログラム]⁴⁾、[最適化コントロール]、[FEMソルバー]、[ユーザーサブルーチン]、[形状生成部]の5つから構成されている。[ユーザーサブルーチン]以外のプログラムはすべて組み込まれており、ユーザーが用意しなければならないのは、[DESIGN]、[CONSTR]、[OBJECT]の3つのユーザーサブルーチンおよび、「最適化コントロールデータ」、「FEMデータ」、「形状データ」の3つのデータである。プログラムとサブルーチンには、(ICALC)という引数を持っているが、ICALC=1の場合は関連の入力、ICALC=4の場合は、関連の出力をするように作成される。

入力データの内容について説明すると、「最適化コントロールデータ」は、最適化手法の選択、設計変数の初期値と上下限值、およびリンクの関係等のデータであり、「FEMデータ」は、解析のタイプ、材料特性、荷重条件、境界条件のデータ、「形状データ」は、採用する線分の種類とその分割数のデータである。

ICALC=2あるいは3の場合は、各サブルーチンごとに次のような処理がなされる。

[DESIGN]では、「最適化」から返される設計変数を「FEM解析」のためのデータ(解析変数)に変換し、形状を生成するサブルーチン、および自動メッシュするサブルーチンがコールされる。ここで設計変数である代表点の座標値から表面形状の線形が求められ、リメッシュと節点座標が発行される。この後「FEM解析」がなされ、この結果から[OBJECT]では、式(1)の目的関数の値を、[CONSTR]では、式(2)の制約条件の値を計算する。

次に、本プログラムによる形状最適化例をあげる。



図－４．プログラムの基本的な構成

6. 数値計算例

図－５（a）に示すコンクリート構造物の形状最適化を試みた。左右対称の橋脚の右半分をモデル化したものである。荷重と境界条件は図のように設定した。左側の線形は、直線と第1象限の半円を組み合わせたもので固定されている。最適化の対象となるのは右側の側面形状で、スプライン曲線を用いている。□で示した①～⑨が代表点であり、それらのX座標は固定し、Y座標のみ設計変数としている。図では、節点と代表点が一致しているが、これらは一致する必要はない。制約条件は各要素内の応力が許容値以下という条件であり、目的関数は全体の容積とした。（a）において⊗で示されている点は、初期形状において許容応力度を越えている点である。（b）は初期形状における応力分布を表した。（c）は最適化の結果であり、●は応力がアクティブになった点である。（d）に応力分布を表した。

初期形状における総容積は 15.36m^3 、最適形状における総容積は 10.02m^3 であった。

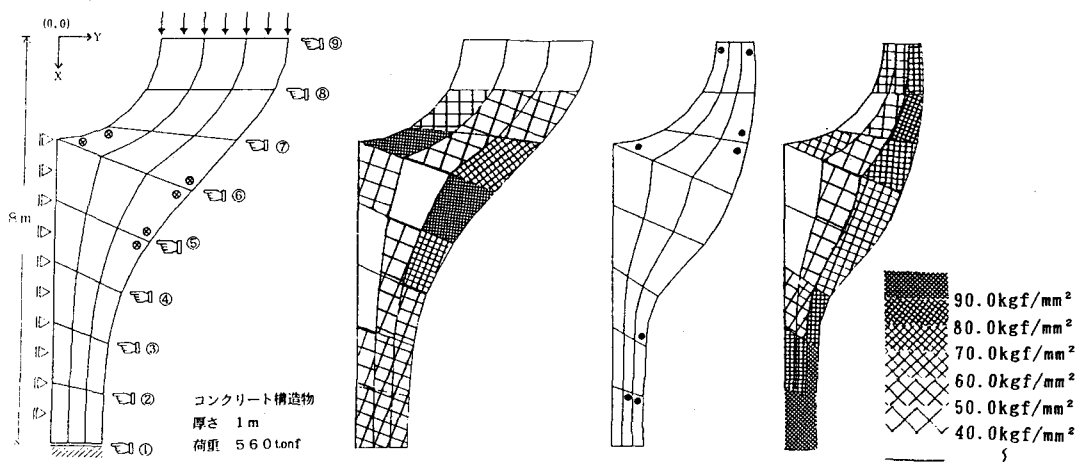
問題の定式化は次のようにおこなった、

目的関数 : 容積最小

制約条件 : 各要素内の応力が許容値 ($\sigma_c=94.5\text{kgf/cm}^2$) 以下

設計変数 : 代表点のY座標

コンクリート構造物、弾性係数 $E=2.7 \times 10^6 \text{kgf/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.2$ 、平面応力状態を想定。



(a) 初期形状 (b) 応力分布 (c) 最適形状 (d) 応力分布
図-5 橋脚の形状最適化

次に、図-6 (a) に示す部材に図のような荷重を繰り返しかけると、編みかけの部分に応力が集中しクラックが発生することがある。そこで、この部分の応力集中の緩和を試みた。目的関数は、図-6 (a) の編みかけ部分の要素に関して計算された応力の内、最大値と最小値との差が最小となるようにした。制約条件は、各要素内の応力が許容値以下という条件と、容積が初期形状の容積以下となるようにした。最適化の対象となるのは部材の内側の形状であり、外側の線形は固定されている。(a) では内側の曲線部を1/4 円弧を用いている。(b) と (c) では直線とスプラインイン曲線を用い、(d) ではスプライン曲線のみを用いた。スプライン曲線は、3つの代表点を極座標で与えている。設計変数は、代表点の半径である。

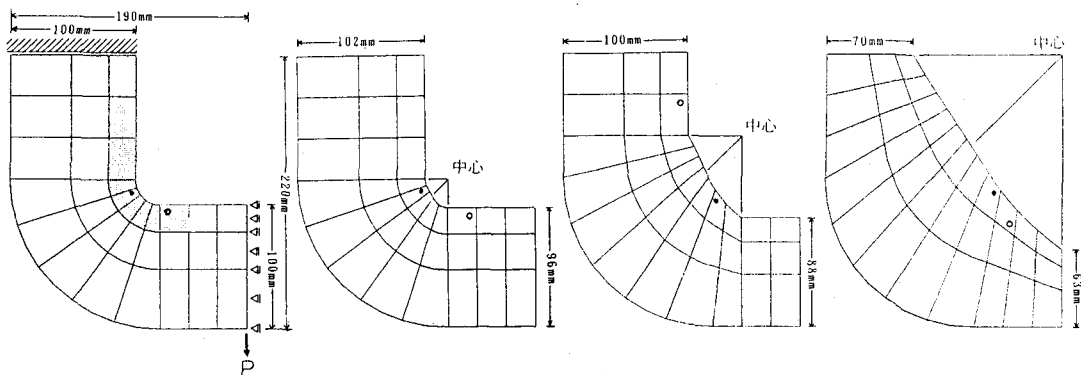
問題の定式化は次のようにおこなった、

目的関数 : $F = (|\sigma_{\max}| - |\sigma_{\min}|) \rightarrow \min$

制約条件 : (1) 各要素内の応力が許容値 ($\sigma_s = 14.0 \text{ kgf/mm}^2$) 以下

: (2) 容積が初期形状の容積 (279950 mm^3) 以下

設計変数 : 代表点の半径



(a) 初期形状 (b) 最適化① (c) 最適化② (d) 最適化③

図-6. 応力集中の緩和

材質は鋼材SS41とし、弾性係数 $E=2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、荷重 $P=3 \text{ tonf}$ 、板厚 1 cm 、平面応力状態を想定した。

スプライン曲線の中心を、図で示した3つの図の位置に変えて、それぞれ形状最適化を行ってみた。
(b)、(c)、(d)が得られた結果である。(c)、(d)において形状が非連続となっているが、この方法による設計変数の仮定では仕方のないものである。

図において●は、応力度が最大になった点、○は応力度が最小になった点である。

その数値を表-2に示した。これによると、初期形状で応力が許容応力に近い値であったが(b)では約8%、(c)では約28%の応力集中が緩和しており、(d)では約42%も緩和していた。

表-2. 応力度の最大値、最小値

		初期形状	最適化①	最適化②	最適化③
応力度 (kgf/mm^2)	$\sigma_{\max}$	13.08	12.08	9.48	7.55
	緩和率	—	7.65%	27.52%	42.29%
	$\sigma_{\min}$	2.99	3.29	4.48	5.75
$ \sigma_{\max} - \sigma_{\min} $		10.09	8.80	5.00	1.09
総容積 (mm^3)		279950.	279950.	279950.	279940.

7. あとがき

日常生活のなかで、丸みを帯びたものや流線形のものが数多く見られる。これらの中には、アートのデザインの側面からばかりでなく、機能的に最適な形として得られたものも多い。流体力学を重視したスポーツカーのボディ、携帯性と機能性を重視したカメラ等々。従来、寸法の最適化に比べ形状最適化は、計算機のハードの面および構造解析のソフトの面から、非常に難しい問題として扱われてきた。しかし、近年の電子計算機や有限要素法などの計算力学の発展により、形状最適化はニーズの多様化とともにますます需要が増してくると思われる。

2次元連続体の形状最適化を中心に説明したが、プログラムそのものは、骨組構造物の寸法決定問題、厚肉シェルの複合材料の最適化にも対応するもので、技術者が最適設計法を身近なツールとして自由に使い、より合理的な設計が可能になるように、構造設計のための汎用的なプログラムとしてその開発を試みた。前処理から最適化の実行、そして後処理まで対話形式で簡易にでき、また、目的関数、制約条件、設計変数の設計モデルが容易に作成できるサブルーチンを提供するなどユーザーの負担をできるだけ軽減させる工夫が種々考えられており、まえがきに上げた初期の目標(実用性、機能性、使用性)は達成されたように考えている。

今後、本研究では要素数の多い構造物の形状最適化を効率よく行うため、近似法の応用⁵⁾についての検討を加えるとともに、このプログラムをより良いものにしていきたいと考えている。

参考文献

1) 杉本・杉村：連続体の形状最適化プログラムに関する基礎的研究、構造工学における数値解析法シンポジウム論文集、p.579-584、1991。
2) 山田善一編著：構造工学シリーズ1 構造システムの最適化、土木学会、pp.8-11、1988。
3) 杉本・山村：対話形式による数値最適設計の前処理および後処理について、システム最適化に関するシンポジウム講演論文集、pp.67-72、1989。
4) Vanderplaats, G.N. and Sugimoto H.; A GENERAL-PURPOSE OPTIMIZATION PROGRAM FOR ENGINEERING DESIGN, Computers and Structures, Vol. 24, No. 1, 1986。
5) 杉本・大塚：2次近似を用いるトラス構造物の形状最適化、構造工学論文集、vol. 37A、pp.531-542、1991。