

(17) ロックシェッド上のサンドクッションの同定解析について

DYNAMIC IDENTIFICATION OF A SAND CUSHION ON THE ROCK SHED STRUCTURE

園田佳巨^{*} 佐藤紘志^{**} 石川信隆^{***} 榎谷浩^{****}

Yoshimi SONODA, Hiroshi SATOH, Nobutaka ISHIKAWA, Hiroshi MASUYA

This paper presents a computational approach for the impact energy absorption of a sand cushion on the rock shed structure. At first, the relationship of rock - sand cushion - rock shed is modelled into the three-degrees of freedom and, the energy distribution factor of a rock shed is calculated as the ratio of the maximum energy absorption of a rock shed and the kinematic energy of a rock. Herein, the sand cushion is transformed into the rheology model which consists of Hooke's and Newton's elements. Secondly, the model parameters of sand cushion have been determined by the dynamic identification technique in which the quasi-Newton's method is used. Finally, the regressive formulations have been derived for the different conditions of sand cushion and falling rock by using the experimental data of impact tests.

Keywords: rock-shed, energy distribution factor, sand cushion, dynamic identification

1. 緒言

現在、落石覆工（ロックシェッド）は、落石の衝撃力を静的な力に置き換えて、許容応力度設計法によって設計されているが、設計荷重をはるかに超えるような巨岩に対して、落石覆工の破壊に対する安全性照査を行うには、エネルギー的観点による照査が有効であると考えられる¹⁾。このエネルギーによる安全性照査を行うためには、落石覆工へ伝達されるエネルギーを知ることが必要である。落石覆工に作用する外力エネルギーとしては、落石が衝突時に持つ運動エネルギーとサンドクッション等の死荷重によるエネルギーの2つが考えられるが、落石の運動エネルギーの大半が、サンドクッションによって吸収されることが実験的に確認されている²⁾。したがって、落石覆工へ伝達されるエネルギーを知るためには、落石覆工が負担すべき落石の運動エネルギーがどれくらいか、そのエネルギー分担率を明らかにしなければならない。

本研究は、このエネルギー分担率を簡易計算により解析的に算定することを試みたものである。すなわち、まず落石-サンドクッション-落石覆工という3者関係を3質点系モデルに置換したうえで、落石覆工が吸収すべきエネルギーを時刻歴応答として計算した。その際、サンドクッションを簡易なレオロジーモデルで表現し、過去の実験データ^{2), 3)}をもとに、動的同定手法を用いて各パラメータを決定した。さらに、種々の

^{*} 工修 防衛大学校助手 土木工学教室

^{**} 工博 防衛大学校教授 土木工学教室

^{***} 工博 防衛大学校教授 土木工学教室

^{****} 工博 金沢大学助手 土木建設工学科

落石条件や各種のサンドクッション（山砂、川砂、砕砂など）にも適用できるように、同定計算により決定したパラメータを用いて回帰式を導いた。

2. 解析モデルとエネルギー分担率の算定式

落石覆工のエネルギー分担率を算定するための解析モデルを提示するにあたり、以下の仮定を用いる。

- (1) 図-1 (a) のように、落石-サンドクッション-落石覆工の3者間のみでエネルギー伝達が行われ、基礎の地盤等への逸散は考えない。
- (2) 上記の3者関係を3質点系モデルに置換できるものとし、その力学的特性を図-1 (b) のように弾性または弾塑性ばねとダッシュポットを組み合わせたレオロジーモデルで表現できるものとする。

以上の仮定を基にして、図-1 (c) のような力のつり合いから3質点系モデルの運動方程式は次のように表される。

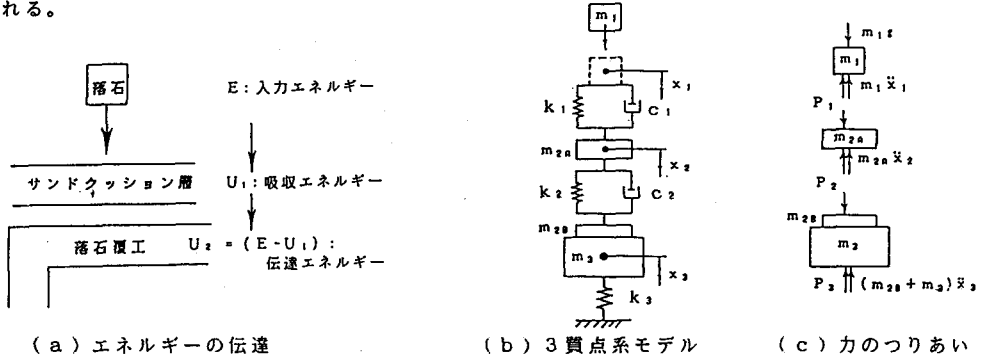


図-1 エネルギー分担率算定のための解析モデル

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1(x_1 - x_2) = m_1 g$$

$$m_{2a} \ddot{x}_2 + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + k_2(x_2 - x_3) - c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_1(x_1 - x_2) = 0 \quad (1)$$

$$(m_{2a} + m_3) \ddot{x}_3 + k_3 x_3 - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) - k_2(x_2 - x_3) = 0$$

ただし、 m_1 ：落石の質量、 m_{2a} ：サンドクッションの衝撃力伝播領域内の有効質量（図-2 (b) 参照）、

m_{2b} ：サンドクッションの衝撃力伝播領域外の有効質量、 m_3 ：落石覆工の等価質量、

g ：重力加速度、 k_1, c_1 ：落石とサンドクッションとの接触面のばね係数と減衰係数、

k_2, c_2 ：サンドクッションのばね係数と内部減衰係数、 k_3 ：落石覆工のばね係数、

式(1)を解くには、通常の Newmark- β 法 ($\beta=1/6$) を使い、落石の衝突時 ($t=0$ において $\dot{x}_1 = \sqrt{2gh}$ を与える) から落石覆工の応答が終了するまで ($\dot{x}_3=0$ になるまで) 計算する。ここで、式(1)の計算結果より、サンドクッションによって吸収されるエネルギー量 $U_{1(t)}$ および落石覆工へ伝達されるエネルギー量 $U_{2(t)}$ が各時刻ごとに次のように算定される。

$$U_{1(t)} = \sum P_{1(t)} \{ \Delta x_{1(t)} - \Delta x_{2(t)} \} + \sum P_{2(t)} \{ \Delta x_{2(t)} - \Delta x_{3(t)} \} + 1/2 m_{2a} \dot{x}_{2(t)}^2 \quad (2)$$

$$U_{2(t)} = \sum P_{3(t)} \Delta x_{3(t)} + 1/2 (m_{2b} + m_3) \dot{x}_{3(t)}^2$$

ただし、 $P_{1(t)}$ は落石の衝突部における発生衝撃力を、 $P_{2(t)}$ はサンドクッション底面での発生衝撃力を、 $P_{3(t)}$ は落石覆工の復元力を示し、それぞれ次式で表される。

$$P_{1(t)} = k_1(x_{1(t)} - x_{2(t)}) + c_1(\dot{x}_{1(t)} - \dot{x}_{2(t)})$$

$$P_{2(t)} = k_2(x_{2(t)} - x_{3(t)}) + c_2(\dot{x}_{2(t)} - \dot{x}_{3(t)}) \quad (3)$$

$$P_{3(t)} = k_3 x_{3(t)}$$

よって、落石覆工のエネルギー分担率 γ_0 は、式(2)の $U_{2(t)}$ の最大値より次式を用いて計算される。

$$\gamma_0 = U_{2(t)=max} / E \times 100 (\%) \quad (4)$$

ただし、 $U_{2(t)max}$ ：落石覆工へ伝達されるエネルギー $U_{2(t)}$ の最大値、

$E (=1/2 \cdot m_1 \dot{x}_1^2)$ ：落石が衝突時に持つ運動エネルギー

($W = 1.0t$ の場合)

$a = 0.35m$

$\beta = 0.5$

3. 動的同定法による入力パラメータの決定

図-1の3質点系モデルには、 $m_1, m_2, m_3, k_1, k_2, k_3, c_1, c_2$ の8つのパラメータが存在するが、このうち m_1, m_2, m_3, k_3 は以下のように比較的容易に決めることができる。しかし、 k_1, k_2, c_1, c_2 の値については予め与えることがかなり困難であるので、これらを動的同定法により決定するものとした。

(1) m_1, m_2, m_3, k_3 の決定法

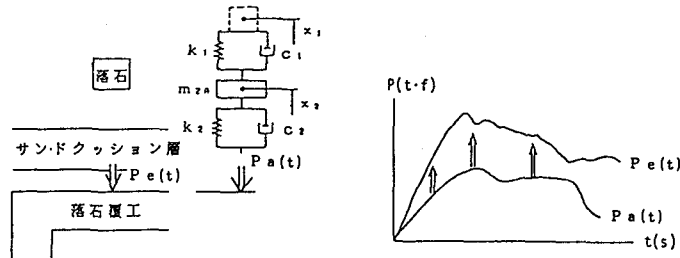
m_1 については落石の質量そのものとし、 m_2, m_3 については、まず図-2(a)に示すように落石覆工を平面骨組モデルとし、各節点にサンドクッションの死荷重を含めた集中質量を与えたときの固有周期を計算することにより、(サンドクッション+落石覆工)系の等価質量 $M = (m_2 + m_3)$ を求めることができる。このうち、落石覆工の等価質量 m_3 については落石覆工のみを集中質量とした固有値解析から求め、サンドクッションの有効質量 m_2 は $m_2 = M - m_3$ で計算される。ここで、サンドクッションについては図-2(b)のように、落石の衝突時に衝撃力の伝播を受け振動する領域(その領域の有効質量を m_{2A} とする)と、衝撃力の伝播範囲外で落石覆工とともに振動する領域(その領域の有効質量を m_{2B} とし、 $m_{2B} = m_2 - m_{2A}$ である)とが存在すると仮定し、それらを区別して取扱う。すなわち、サンドクッションとして挙動する質点の有効質量は m_{2A} であり、落石覆工側の有効質量は、 $m_3 + m_{2B}$ とした。また、落石覆工の剛性 k_3 は、平面骨組モデルの弾塑性増分解析を行い、その荷重-変位曲線の傾きを求めて与えた。

(a) 等価質量への置換 (b) 衝撃土圧の伝播

図-2 有効質量 m_2, m_3 の算定モデル

(2) 動的同定法による k_1, k_2, c_1, c_2 の決定法

ここでは、サンドクッションのモデル化に必要なパラメータ k_1, k_2, c_1, c_2 の4つを、落石衝突実験²⁾で得られる土圧衝撃力 $P_{a(t)}$ と図-3(a)に示す2質点系モデルによる衝撃力 $P_{a(t)}$ とが、ほぼ一致するように(図-3(b)参照)、最適化手法による動的同定法を採用して決定する。すなわち、その基本式は以下になる。



(a) 2質点系モデル (b) 土圧衝撃力の同定

図-3 動的同定法による K_1, K_2, C_1, C_2 の決定

未知数： k_1, k_2, c_1, c_2

目的関数： $Z = \sum \{P_{a(t)} - P_{e(t)}\}^2 \rightarrow \min$ (5a)

制約条件： $m_1 \ddot{x}_1 + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1(x_1 - x_2) = m_1 g$ (5b)

$m_{2A} \ddot{x}_2 + P_{a(t)} - c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_1(x_1 - x_2) = 0$ (5c)

$P_{a(t)} = k_2 x_2 + c_2 \dot{x}_2$ (5d) ただし、 $P_{a(t)}$ ：落石衝突実験で測定された土圧衝撃力、

$k_1 \geq 0, k_2 \geq 0, c_1 \geq 0, c_2 \geq 0$ (5e) $P_{a(t)}$ ：2質点系モデルで計算される土圧衝撃力、

式(5c)において、目的関数が時刻歴な応答値の関数として表されるため、各パラメータによる1次偏導関

数が解析的にしか得られない。したがって、ここでは以下に示すような計算手順に基づいて目的関数の1次偏導関数を求めたうえで、準ニュートン法⁴⁾を用いることとした。

① まず時刻 $(t+\Delta t)$ における運動方程式は、次式で表される。

$$M \cdot \ddot{x}(t+\Delta t) + C \cdot \dot{x}(t+\Delta t) + K \cdot x(t+\Delta t) = P(t+\Delta t) \quad (6)$$

ただし、 M ：質量マトリックス， C ：減衰マトリックス， K ：剛性マトリックス

$\ddot{x}(t)$ ：加速度ベクトル， $\dot{x}(t)$ ：速度ベクトル， $x(t)$ ：変位ベクトル， $P(t)$ ：外力ベクトル

次に、これをNewmark- β 法($\beta=1/6$)を用いて加速度ベクトルについて解くと、次式(7)が得られる。

$$\ddot{x}(t+\Delta t) = [M + \Delta t/2 \cdot C + \Delta t^2/6 \cdot K]^{-1} \cdot \{P(t+\Delta t) - C[\dot{x}(t) + \Delta t/2 \cdot \ddot{x}(t)] - K[x(t) + \Delta t \cdot \dot{x}(t) + \Delta t^2/3 \cdot \ddot{x}(t)]\} \quad (7)$$

したがって、式(7)をサンドクッションに関する各パラメータ(ここでは、各パラメータ $k_1 \sim c_2$ の代りに y_1 として表示した)について偏微分すると、次式のような時刻 $(t+\Delta t)$ における加速度ベクトルの1次偏導関数が求められる。

$$\begin{aligned} \partial \ddot{x}(t+\Delta t) / \partial y_1 = & -[M + \Delta t/2 \cdot C + \Delta t^2/6 \cdot K]^{-1} \cdot \{ \partial K / \partial y_1 \cdot x(t) + [\partial C / \partial y_1 + \Delta t \cdot \partial K / \partial y_1] \\ & \cdot \dot{x}(t) + [\Delta t/2 \cdot \partial C / \partial y_1 + \Delta t^2/3 \cdot \partial K / \partial y_1] \cdot \ddot{x}(t) + K \cdot \partial x(t) / \partial y_1 + [C + \Delta t \cdot K] \\ & \cdot \partial \dot{x}(t) / \partial y_1 + [\Delta t/2 \cdot C + \Delta t^2/3 \cdot K] \cdot \partial \ddot{x}(t) / \partial y_1 + [\partial M / \partial y_1 + \Delta t/2 \cdot \partial C / \partial y_1 \\ & + \Delta t^2/6 \cdot \partial K / \partial y_1] \cdot \ddot{x}(t+\Delta t) \} \end{aligned} \quad (8)$$

② 続いて、時刻 $(t+\Delta t)$ における速度ベクトル、変位ベクトルの1次偏導関数が次式のようにそれぞれ算定される。

$$\partial \dot{x}(t+\Delta t) / \partial y_1 = \partial \dot{x}(t) / \partial y_1 + \Delta t/2 \cdot \{ \partial \ddot{x}(t) / \partial y_1 + \partial \ddot{x}(t+\Delta t) / \partial y_1 \} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \partial x(t+\Delta t) / \partial y_1 = & \partial x(t) / \partial y_1 + \Delta t \cdot \partial \dot{x}(t) / \partial y_1 + \Delta t^2 \cdot \{ 1/3 \cdot \partial \ddot{x}(t) / \partial y_1 \\ & + 1/6 \cdot \partial \ddot{x}(t+\Delta t) / \partial y_1 \} \end{aligned} \quad (10)$$

③ よって、式(5a)の目的関数の1次偏導関数は、次式のように求められることになる。

$$\partial Z / \partial y_1 = \sum 2 \cdot \{ P_{s(i)} - P_{s(i+1)} \} \cdot (-\partial P_{s(i)} / \partial y_1) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし、} \partial P_{s(i)} / \partial y_1 = & \partial k_2 / \partial y_1 \cdot x_2(t) + \partial c_2 / \partial y_1 \cdot \dot{x}_2(t) + k_2 \cdot \partial x_2(t) / \partial y_1 + c_2 \cdot \partial \dot{x}_2(t) / \partial y_1 \end{aligned} \quad (12)$$

したがって、上記①、②の手順で計算した各応答量の1次偏導関数を用いて、目的関数の同時刻における1次偏導関数値が計算されるので、その値を各時刻毎に加算していくことによって、最終的に目的関数の1次偏導関数が求められる。以上のような手順で計算した1次偏導関数を用いて、衝撃力の同定を行うために最適な各パラメータの値を探索していくが、このとき各パラメータの修正方向に対するステップ幅の決定には黄金分割法を用いている。この動的同定法の計算手順を示すと図-4のようになる。以上で得られた8つの入力データを用いて、式(1)~(4)を計算すれば、エネルギー分担率 γ が算定される。

4. 数値計算例

(1) エネルギー分担率算定法の妥当性の検討

まず、本法の妥当性を検討するために、金沢大学の落石衝突実験²⁾(重錘重量 $W=1.0t$ ，落下高さ $H=10.0m$)で得られた図-5に示すような土圧衝撃力-時間曲線 $P_{s(i)}$ に対する同定計算を行っ

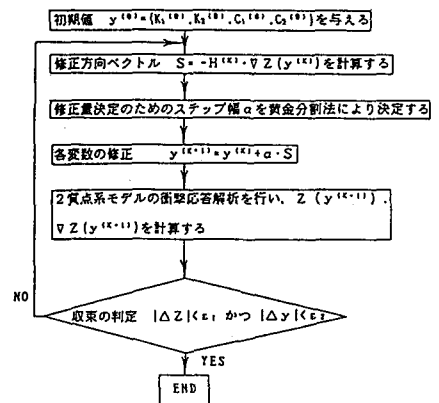


図-4 動的同定法の計算手順

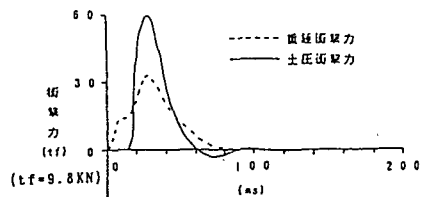


図-5 落石衝突実験による土圧衝撃力

た。式(5)を用いてサンドクッションのパラメータ k_1, k_2, c_1, c_2 を求めると、図-6に示すような衝撃力-時間曲線の同定結果が得られ、ほぼ良くシミュレートしていることがわかる。ただし、実際には重錘がサンドクッションに衝突してからサンドクッションの底部に衝撃土圧が伝播するまでには約10ms程度のタイムラグがあるが、ここではこれを考慮していない。このとき得られたサンドクッションのパラメータ値を表-1に示すが、この表よりサンドクッション内のばね定数 k_2 が非常に小さく、 c_2 がやや大きいことが注目される。これは、衝撃荷重が作用した時のサンドクッションの状態を粘弾性体として評価した方がよいことを示しており、落石対策便覧の評価式⁵⁾のように弾性体と仮定することにはやや無理があると思われる。次にこの値を用いて、実際の衝突実験における落石-サンドクッション-落石覆工(H型钢による単純梁)系のエネルギー分担率の算定を行った。図-7は、落石の運動エネルギー E 、サンドクッションの吸収エネルギー $U_1(t)$ 、落石覆工の吸収エネルギー $U_2(t)$ の時間的変化を示したもので、時刻約30(ms)において、落石覆工への伝達エネルギーは、 $U_2(t) = 0.64$ (tf・m)と最大になり、したがって、このときのエネルギー分担率は $\gamma_0 = 6.4\%$ と算定される。一方、衝突実験においてH型钢梁のたわみから求めたエネルギー分担率は $\gamma_0 = 6.9\%$ ²⁾であり、本法による値と極めて良く一致しており、本法の妥当性が確認される。

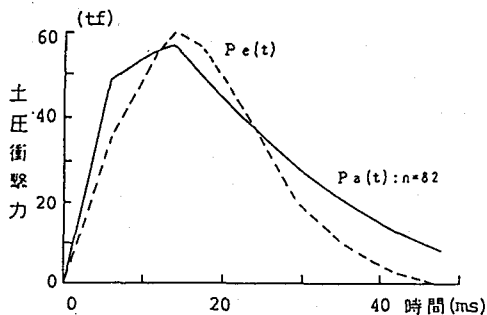


図-6 動的同定計算結果

表-1 動的同定法による同定パラメータ

n	k_1 (tf/m)	k_2 (tf/m)	c_1 (tf・s/m)	c_2 (tf・s/m)
1	200.0	200.0	5.0	5.0
82	309.0	4.9	9.1	27.2

n: 繰返し計算数 (tf=9.8KN)

(2) 各種の砂のパラメータ値の回帰式

ここで、落石の条件(重量 W や落下高さ H の値)が異なるとサンドクッションの応答性状も変わるため、同じ種類の砂であっても当然パラメータは異なった値になることが予想される。また、砂の種類が異なれば、当然パラメータ値も異なった値をとるものと考えられるので、ここでは各種の砂のパラメータ k_1, k_2, c_1, c_2 を、落石の条件(重量 W 、落下高さ H)およびサンドクッションの層厚 h の3変数が多少変化しても、任意の状態にも適用しうるように一般式として表わすことを試みる。砂の種類としては、表-2に示すような粒径特性値を示す3種類の砂(山砂、川砂、砕砂)について検討を行うこととする。すなわち、落石重量 W 、落下高さ H 、サンドクッションの層厚 h がそれぞれ異なる過去の実験データ³⁾(山砂、川砂、砕砂ともに表-3に示す12ケースを選んだ)をもとに、次に示すような非線形最小2乗法により各パラメータの回帰式を求めることとする。

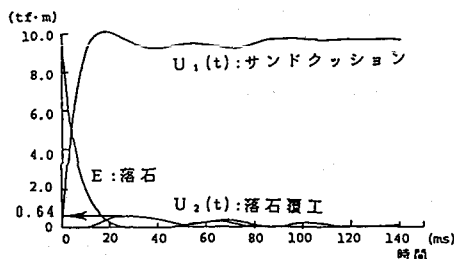


図-7 各エネルギーの時間的変化

表-2 各種の砂の粒径特性値

緩衝材	D 10 (mm)	D 30 (mm)	D 60 (mm)	均等係数
山 砂	0.095	0.125	0.145	1.530
川 砂	0.180	0.330	0.780	4.330
砕 砂	0.620	1.900	3.300	5.320

表-3 回帰分析に用いた実験ケース

NO	落石重量 W (t)	落下高さ H (m)	サドクッション層厚 h (m)
1	0.3	5.0	0.9
2	0.3	10.0	0.9
3	0.3	15.0	0.9
4	0.3	20.0	0.9
5	1.0	5.0	0.9
6	1.0	10.0	0.9
7	1.0	15.0	0.9
8	1.0	20.0	0.9
9	3.0	5.0	1.2
10	3.0	10.0	1.2
11	3.0	15.0	1.2
12	3.0	20.0	1.2

未知係数 a, b, c, d

$$\text{目的関数 } Z = \sum (x_i - y_i)^2 \rightarrow \min \quad (13a)$$

$$\text{回帰式 } y_i = a \cdot W_i^b \cdot H_i^c \cdot h_i^d \quad (13b)$$

ここに、 y_i : それぞれ各パラメータ k_1, k_2, c_1, c_2

の回帰式の値、 x_i ：同定計算により得られるパラメータ値、

i ：計算に用いた落石条件のケース数 ($i=1\sim 12$)、

なお、実際の衝突実験では、同じ落石条件およびサンドクッション層厚でも計測される衝撃土圧波形のばらつきが大きい³⁾ので、ここでは同一の落石・サンドクッション層厚の条件下で行われた多数回の実験データの平均波形を用いた。以上の計算手順により、各種の砂について求めた各パラメータの回帰式を次に示す。ただし、本回帰式の適用範囲は、 $0.3t \leq W \leq 3.0t, 5.0m \leq H \leq 20.0m, 0.9m \leq h \leq 1.2m$ である。

山 砂

$$C_1 = 7.70 \cdot W^{0.313} \cdot H^{0.410} \cdot h^{-0.146}$$

$$C_2 = 4.30 \cdot W^{0.317} \cdot H^{0.412} \cdot h^{-0.104}$$

$$k_1 = 20.6 \cdot W^{0.251} \cdot H^{0.296} \cdot h^{-0.273}$$

$$k_2 = 2.90 \cdot W^{0.214} \cdot H^{0.416} \cdot h^{-0.090}$$

川 砂

$$C_1 = 5.33 \cdot W^{0.304} \cdot H^{0.497} \cdot h^{-0.080}$$

$$C_2 = 15.4 \cdot W^{0.571} \cdot H^{0.433} \cdot h^{-0.833}$$

$$k_1 = 72.6 \cdot W^{0.427} \cdot H^{0.205} \cdot h^{-1.080}$$

$$k_2 = 1.70 \cdot W^{0.412} \cdot H^{0.138} \cdot h^{-0.100}$$

砕 砂

$$C_1 = 6.79 \cdot W^{0.256} \cdot H^{0.483} \cdot h^{-0.100}$$

$$C_2 = 11.4 \cdot W^{0.515} \cdot H^{0.428} \cdot h^{-0.937}$$

$$k_1 = 80.7 \cdot W^{0.354} \cdot H^{0.166} \cdot h^{-0.935}$$

$$k_2 = 2.20 \cdot W^{0.779} \cdot H^{0.098} \cdot h^{-0.910}$$

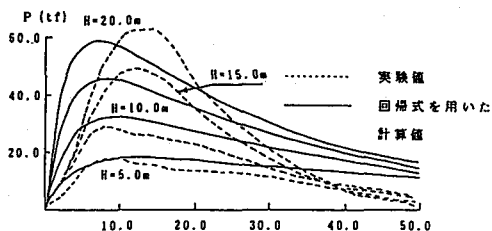


図-8 山砂を用いた場合の衝撃土圧波形

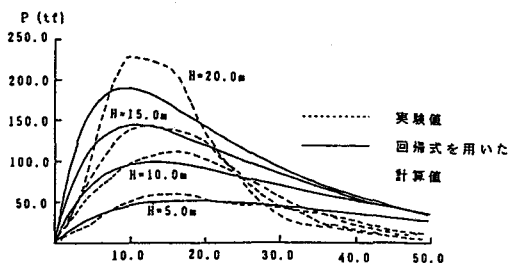


図-9 砕砂を用いた場合の衝撃土圧波形

図-8および図-9は、それぞれ山砂および砕砂を用いた場合の衝撃土圧波形について、回

帰式による各パラメータを用いた場合と、実験で得た衝撃土圧の平均波形との比較を示したもので、これらより、回帰式によるパラメータを用いた計算値は、実験で得られた衝撃土圧波形を比較的良好にシミュレートしているものと考えられ、これらの回帰式はほぼ妥当であると思われる。

5. 結 論

本研究は、落石覆工のエネルギー分担率を算定するために、これまでモデル化が困難であったサンドクッションに対して、衝撃土圧の応答量に関する同定計算を行うことによりモデル化を可能とした。本手法により得られた成果を再度列挙すると以下のようになる。

- (1) サンドクッションの力学的パラメータを最適化手法による動的同定法を用いて、ほぼ良くシミュレートできることが認められた。
- (2) 3質点系モデルにより計算されたエネルギー分担率は、衝突実験において求められたエネルギー分担率と極めて良く一致することが確認された。
- (3) 12ケースの実験データと同定計算結果を基に、山砂、川砂、砕砂に対する力学的パラメータの回帰式を、 $W \leq 3.0t$ 、 $H \leq 20.0m$ 、 $h \leq 1.2m$ の範囲で導くことができた。

参 考 文 献

- 1) 園田佳巨、佐藤紘志、石川信隆：エネルギー基準による落石覆工上のサンドクッション厚の算定法に関する一考察、構造工学論文集、Vol.37A, pp.1617-1625, 1991年3月
- 2) 梶谷浩、前川幸次、水木彰、吉田博：鋼製ロックシェットの落石による衝撃力、構造工学論文集、Vol.36A, pp.41-49, 1990年3月
- 3) 吉田博、竹島忠、古市進作、石塚賢吉：ロックシェット上の落石による衝撃力の推定に関する実験、道路、No.428, pp.35-41, 1976年10月
- 4) 土木学会：構造システムの最適化～理論と応用～, pp.269-270, 昭和63年9月
- 5) 日本道路協会：落石対策便覧, 1983年7月