

(9) 鋼斜張橋の最適ケーブルプレストレスの決定法

A DETERMINATION METHOD OF THE OPTIMUM CABLE PRESTRESSES IN STEEL CABLE-STAYED BRIDGES

大久保禎二* 谷脇 一弘** 山野 長弘***
Sadaji OHKUBO, Kazuhiro TANIWAKI, Nagahiro YAMANO

A determination method of the optimum cable prestresses for the optimum design of steel cable-stayed bridges is developed. The optimum cable prestresses are determined by the following two stage optimization processes. At the first stage, the cable arrangement and sizing variables are optimized by using approximate concept and dual method with mixed direct/reciprocal design variables. Then the sensitivities on the total cost and stresses with respect to pseudo-loads which induce the prestresses into the cables are calculated by using the first stage optimization process. The optimum values of pseudo-loads are determined so as to reduce the total cost of the bridge by utilizing the sensitivities with respect to the pseudo-loads and a modified linear programming algorithm. From the investigation of the optimum solutions for several practical scale cable-stayed bridges, it is cleared that the local peaks of the bending moment in the main girder and pylon are reduced to almost their half values and all cables are fully stressed and 3.7% ~ 2.6% reductions in the total cost of the bridges are observed by introducing the optimum cable prestresses.

Keywords : cable prestress, steel cable-stayed bridge, 2 stage optimization process, dual method, LP algorithm

1. まえがき

著者らは、これまでに鋼斜張橋の最適なケーブル配置、塔高および部材断面寸法を決定する最適設計法を開発し、鋼斜張橋の最小製作費設計を行う場合には、ケーブルの塔および主桁への定着位置を設計変数として考慮することがきわめて重要であることを明らかにしている¹⁾。

ところで、斜張橋の設計においてはケーブルに導入するプレストレス量も重要な設計量の一つであり、これまでにこの決定法に関して山田らの主桁のひずみエネルギーを最小にするようにケーブルプレストレスを決定する方法の研究³⁾、および中村らの主桁の最大・最小曲げモーメントの絶対値を最小にするプレストレスをSLP法を用いて決定する方法についての研究⁴⁾などがある。これらの研究においては、主桁の曲げモーメント分布に着目し、これを均等化あるいは絶対値を最小化するようにケーブルプレストレスを決定することに主眼が置かれている。

本研究では、考え方をもう少し広げ、鋼斜張橋の総合的な最適化の見地から、ケーブルにプレストレスを導入することにより鋼斜張橋の構造系全体にどのような影響を与えるかを検討し、総製作費などの目的関数の値を最小にするようにケーブルプレストレス量を決定する方法について検討を行ったものである。

最適なケーブルプレストレス量の決定法としては、ケーブルプレストレスによる斜張橋の力学的挙動および目的関数値への影響を明確に評価するため、二段階最適化の方法を用いている。まず第一段階の最適化において、ケーブルプレストレス以外の設計変数を考慮した最適化を行う。つぎに、第二段階の最適化におい

* 工博 愛媛大学教授 工学部土木海洋工学科 ** 工修 愛媛大学助手 工学部土木海洋工学科
*** 工修 川田テクノシステム(株)

ては、第一段階で最適化された設計諸元を有する構造系のケーブルの軸線方向に仮想の単位荷重を付加することによる総製作費および構造物の各要素の応力度および断面寸法のsensitivitiesを求め、このsensitivitiesを用いて、応力度の制約条件のもとで総製作費を最小とする線形計画問題を作成し、L Pの手法により仮想荷重および部材断面寸法の改良解を求めるこにより最適な仮想荷重および部材断面寸法を決定している。また、各ケーブルに導入すべき最適なプレストレス量は、各ケーブルの軸線方向に最適な仮想荷重を載荷することにより導入されるケーブル軸力として算定することができる。設計例として、8段ケーブルを有する実橋規模のファン型3径間連続鋼斜張橋モデルの最適設計例を示し、本論文で提案した二段階最適化手法により厳密かつ確実にケーブルプレストレスが決定できることを示すとともに、ケーブルプレストレスを考慮することにより、鋼斜張橋の製作費を3.7%～2.6%減少させ得ることを明らかにしている。

2. 鋼斜張橋の最適設計問題の定式化

(1) 鋼斜張橋の設計変数

本研究では主桁および塔要素の断面形状として、それぞれ図-1の(a)および(b)に示す箱型断面を考える。これらの断面において、断面の高さおよび上・下フランジ幅は一定値とし、断面寸法に関する設計変数として、主桁および塔の各要素の上・下フランジの板厚(t_{ew} , t_{et}), (t_{eu} , t_{et})およびケーブルの断面積 A_c を考慮し、これらの断面寸法に関する設計変数を次のように Z と表現することとする。

$$Z = [Z_1^T \cdots, Z_i^T, \cdots, Z_n^T]^T \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $n = n_e + n_t + n_c$, n_e , n_t , n_c はそれぞれ主桁、塔およびケーブルの要素の数である。

主桁および塔の腹板の板厚 $t_w = [t_{ew}^T, t_{et}^T]^T$

は、各要素に作用するせん断力による応力度、軸力・曲げモーメント・せん断力による合成応力度、および最小板厚の制限のいずれかで決定される最大の板厚を用いることにしている。

つぎに、ケーブル配置、塔高に関する設計変数として、図-2に示すように、塔軸線より各ケーブルの主桁への定着点までの距離 X_c 、主桁軸線より塔の最下段ケーブルまでの高さ Y_c を考慮している。

$$X_c = [X_{c1}, X_{c2}, \dots, X_{cK}]^T \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$Y_c = [Y_{c1}, Y_{c2}, \dots, Y_{cl}]^T \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 K : X_c の変数の数、 L : Y_c の変数の数

また、ケーブルプレストレスに関する設計変数としては、図-2に示す各ケーブルの軸線方向の仮想荷重 P_L を考慮している。

$$P_L = [P_{L1}, P_{L2}, \dots, P_{Ln}]^T \quad \dots \dots \dots (4)$$

なお、各ケーブルに導入すべき最適なプレストレス量は、各ケーブルに導入する最適な仮想荷重を載荷することによりケーブルに作用する軸力として算定することができる。

(2) 制約条件

本研究では、最適化の過程において、つぎに示す道路橋示方書に規定されている応力度の制約条件を考慮している。

- ① 主桁要素のフランジの縁応力度: $g_{e1}(Z, X_c, Y_c)$ ② 塔要素のフランジの縁圧縮応力度: $g_{e2}(Z, X_c, Y_c)$
- ③ 塔要素の局部座屈: $g_{t1}(Z, X_c, Y_c)$ ④ ケーブル要素の引張応力度: $g_{c1}(Z, X_c, Y_c)$
- ⑤ 塔要素の細長比: $g_{t2}(Z, X_c, Y_c)$ ⑥ 設計変数の上・下限制約

主桁・塔・ケーブルの各要素に作用する応力度として、架設閉合時の片持ばかり系および使用時の連続ばかり系の2つの構造一荷重系における応力度を考慮している。主桁および塔の各要素に作用する応力度の計算に用い

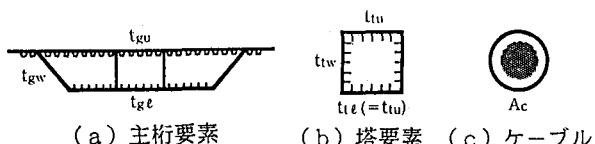


図-1 断面寸法に関する設計変数 Z

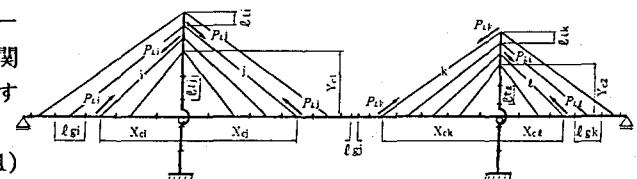


図-2 ケーブル配置、塔高、ケーブルプレストレスに関する設計変数 X_c , Y_c , P_L

る死・活荷重、衝撃係数、フランジの有効幅などは道路橋示方書に従って計算し、各構造要素の応力度の検討点における活荷重および衝撃による応力度の最大・最小値は、軸力、せん断力および曲げモーメントの最大値あるいは最小値を与える6種類の載荷状態の応力度を比較することにより決定している。また、各要素の上下フランジの板厚 t_{uu} , t_{ue} および t_{iu} , t_{ie} は、補剛しているリブの断面をも含めた換算板厚としている。なお、上記の制約条件の詳細については文献1で述べているので参照されたい。

(3) 目的関数

本研究では、目的関数としてつぎに示す鋼斜張橋の総製作費TCOSTを考慮している。

ここに、 $W_i(X_c, Y_c) = \rho_i \cdot \ell_i(X_c, Y_c)$ 、 ρ_i :単位体積当たりの製作費、 $\ell_i(X_c, Y_c)$:部材長

3. 二段階最適化による最適ケーブルプレストレスの決定法

2. で述べた設計変数および制約条件を考慮して鋼斜張橋の最小製作費を与える設計問題を解く場合、実際にケーブルにプレストレスを導入するためのコストはほとんど零であり、また P_L は荷重であるので、 Z, X_C, Y_C と同時に P_L をも設計変数として考慮し最適解を求める場合には、 P_L に対する目的関数の sensitivities が不定となり、最適解を決定することが不可能となる。 P_L の最適値は、 P_L なしの場合の最適解に対し、 P_L を付加した場合どのような影響を与えるかを正確に評価することにより初めて決定することができる。そこで本研究では、鋼斜張橋をまず P_L なしの状態で最適化し、その最適化された設計諸元を有する構造系の任意のケーブル i に単位仮想荷重 $\Delta P_{L,i}^0$ を単独に付加し、それによる目的関数、制約条件および断面寸法 Z の変化量を求めることにより、 P_L に関するこれらの sensitivities を計算し、LP の手法を用いて最適な P_L を決定することとした。したがって、各ケーブルに作用させる最適な仮想荷重 P_L 、すなわち最適なケーブルプレストレスを決定するためのアルゴリズムは、次の二段階の最適化問題を解くことにより決定することができる。

(1) 第一段階最適設計問題の定式化

ます、 Z , X_c , Y_c のみを設計変数として、次の最適設計問題を解くことにより、ケーブルプレストレスを考慮しない場合の最適なケーブル配置 X_c^* , 塔高 Y_c^* および各部材要素の断面寸法 Z^* を決定する。

$$\left. \begin{array}{l} \text{find } Z, X_C, Y_C, \text{ which} \\ \text{minimize } TCOST(Z, X_C, Y_C) = \sum_{i=1}^n W_i(X_C, Y_C) \cdot A_i(Z) \\ \text{subject to } g_j(Z, X_C, Y_C) \leq 0 \quad (j=1, \dots, m), \\ Z^{(l)} \leq Z \leq Z^{(u)}, X_C^{(l)} \leq X_C \leq X_C^{(u)}, Y_C^{(l)} \leq Y_C \leq Y_C^{(u)} \end{array} \right\} \dots \quad (6)$$

ここに、 m : 制約条件の数, $g = [g_{x_C}, g_{x_{C+1}}, g_{x_{C+2}}, g_{x_1}, g_{x_C}]^T$

ここに、 m : 制約条件の数, $\mathbf{g} = [g_{\sigma_1}, g_{\sigma_{11}}, g_{\sigma_{12}}, g_{\sigma_2}, g_{\sigma_c}]^T$

(l), (u) はそれぞれ下限値および上限値を表わす。

(2) 第一段階最適設計問題の解法

上で定式化した第一段階最適設計問題の解法として本研究では、原設計問題を原変数あるいはその逆変数を用いて変数分離形式の凸設計問題に近似し、双対法により改良解を求ることにより最適解を決定している。この方法の詳細については文献1で述べているので参照されたい。

(3) P_t に対する目的関数、各構造要素の応力度および各部材断面寸法のsensitivitiesの計算

仮想荷重 P_L の最適解を決定する過程において必要となる $P_{L,i}$ に対する目的関数、各構造要素の応力度および部材断面寸法の sensitivities T_i , d_{ij}, e_{ik} は次のようにして求める。すなわち、 X_c および Y_c の値を(2)で得られた最適な X_c^*, Y_c^* 、あるいは X_c^*, Y_c^* を参考にして決定した実際に使用する X_c, Y_c の値に固定し、図-3に示すごとく実荷重に加えてさらに任意のケーブル i の軸線方向に単独に

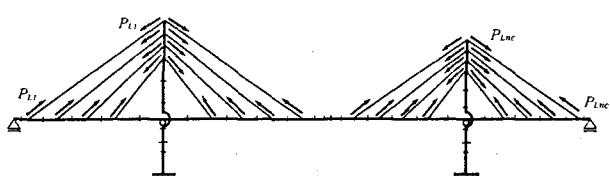


図-3 ケーブルプレストレスの計算

単位仮想荷重 $\Delta P_{L,i}^0$ を載荷した場合の次の最適設計問題を、(2)で述べた解法を用いて \bar{Z} について解く。本研究では、 $\Delta P_{L,i}^0$ の大きさを実荷重によるケーブル*i*の最大張力の5%とした。

上式の最適設計問題を解いて得られた総製作費 $\overline{\text{TCOST}}(\overline{Z}(\Delta P_i, ?))$ 、制約条件 $g_{ij}(\overline{Z}(\Delta P_i, ?))$ および部材断面寸法 $Z(\Delta P_i, ?)$ の値を用いて差分法により T_i, d_{ij}, e_{ik} を計算する。

(4) 第二段階最適設計問題の定式化およびその解法

(3)で求めたsensitivities $T_{i,j}, d_{i,j}, c_{i,k}$ を用いて、 ΔP_L を変数とする次の線形計画問題を作成する。

$$\left. \begin{array}{l} \text{find } \Delta P_L, \text{ which} \\ \text{minimize } \Delta TCOST(\Delta P_L) = \sum_{i=1}^{n_c} T_i \cdot \Delta P_{L,i} \\ \text{subject to } \bar{g}_i(\Delta P_L) = \sum_{i=1}^{n_c} d_{i,j} \cdot \Delta P_{L,i} + g_j(P_L^0) \leq 0 \quad (j=1, \dots, m), \\ \quad |\Delta P_{L,i}| < \xi \Delta P_{L,i}^0 \quad (i=1, \dots, n_c) \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (8)$$

ここに、 δ は $\Delta P_{1,1}$ の改良幅を規定するパラメータであり、本研究では4.0としている。

式(8)の線形計画問題を LP の手法を用いて解く過程において、 ΔP_L が負の値をも取り得るよう、 ΔP_L のかわりに新しい非負の変数 $\Delta P_L'$ および $\Delta P_L''$ を導入して解いている。

$$\Delta P_L = \Delta P_L^+ - \Delta P_L^- \quad \text{ただし、} \quad \Delta P_L^+ \gtrapprox 0, \quad \Delta P_L^- \gtrapprox 0 \quad \dots \quad (9)$$

このようにして得られた ΔP_L を用いて P_L および Z を次式により改良する。

上式により改良された P_L および Z を用いて再び構造解析、sensitivitiesの計算、線形計画問題を解くことを繰り返すことにより各ケーブルに作用させる最適な仮想荷重 P_L^* および最適な部材断面寸法 Z^* を決定することができる。各ケーブルに導入すべき最適プレストレス量は、 P_L^* をケーブルの軸線方向に荷重として作用させ構造解析を行うことにより、各ケーブルに作用する軸力として求められる。

4. 設計例および考察

2.～3.で述べた最適設計法により種々の鋼斜張橋について最適なケーブルプレストレスを求めるとともに、ケーブルプレストレスが全体の最適化に及ぼす効果について検討を行ったが、ここでは、図-4に示す死・活荷重を受ける2面吊りの8段ケーブルを有する左右対称の3径間連続鋼斜張橋の設計例について述べる。ケーブル、主桁、塔を含めた斜張橋断面の半分が負担すべき架設閉合時・使用時の死荷重および活荷重強度を表-1に、また、この設計問題で使用した設計条件を表-2に示す。なお、この設計問題の最適化過程において決定すべき設計変数および制約条件の数は、それぞれ102個および201個となった。

最適ケーブルプレストレスが鋼斜張橋全体の最適化にどのような効果を与えるかを検討するため、設計変数として Z のみ、 Z, X_c, Y_c のみ、さらに Z, X_c, Y_c, P_L すべてを考慮した場合の 3 ケースについて最適解の比較を行った。その結果を表-3 に示す。また、各ケースの最適ケーブル配置、主桁の最大・最小曲げモーメント (M_{max}, M_{min})、最大・最小軸力 (N_{max}, N_{min}) および上・下フランジ板厚 ($t_{k,u}, t_{k,d}$) の分布の比較を図-5 に、塔の断面積、 $M_{max}, M_{min}, N_{max}, N_{min}$ の分布の比較を図-6 に示す。

表-3より明らかなように、設計変数として Z のみおよび Z, X_C, Y_C を考慮した場合の最適解を得るための改良反復回数は、それぞれ6回および19回と能率的に最適解が得られている。また、 P_L および Z を設計

変数として考慮した場合の最適解 P_L^* および Z^* は 10 回の反復改良により得られている。

第一段階の最適化において、 X_c, Y_c を固定し Z のみを設計変数として考慮した場合には、側径間の端支点付近の主桁に局所的に大きな負の曲げモーメントが発生し、さらに他の位置に生ずる極大曲げモーメントも大きくなる。 X_c, Y_c を設計変数として考慮した場合には、側径間の上二段のケーブルは桁端に集中し、中央径間では等比級数的にバランスよく分散して配置されている。また、上段のケーブルの断面積は中段の

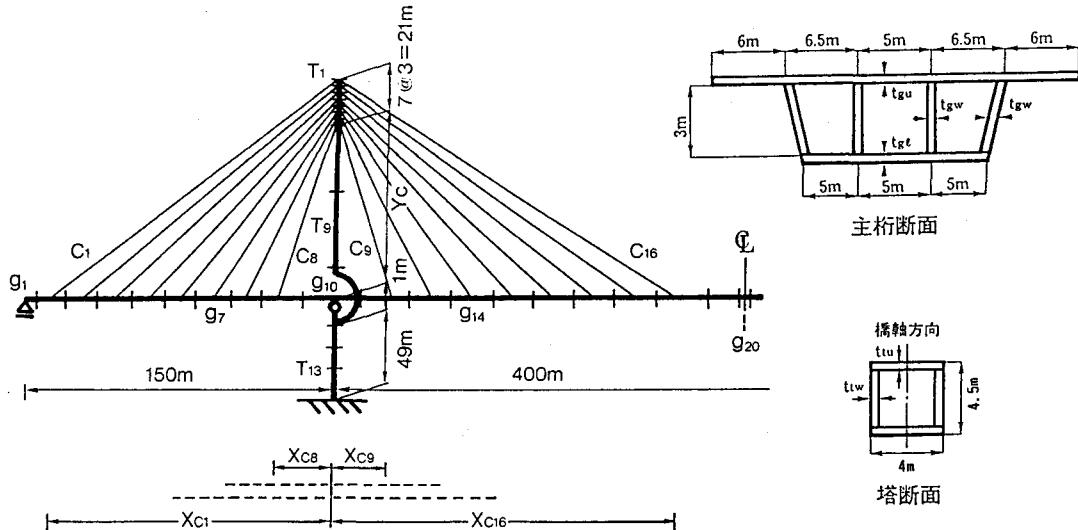


図-4 8段ケーブルを有する3径間連続鋼斜張橋

表-1 架設閉合時および使用時の荷重強度

架 設 時	死荷重	主桁 ¹⁾	4.0 tf/m
		塔 ¹⁾	2.0 tf/m
	鋼重	7.85 tf/m ³	
使 用 時	死荷重	主桁 ²⁾	3.4 tf/m
	等分布活荷重	2.25 tf/m	
	線活荷重	54.1 tf	
	衝撃係数	0.11	

1)主桁および主塔断面以外の死荷重(ケーブル定着部の重量など)

2)アスファルト舗装などの死荷重

表-2 主桁・塔・ケーブル要素の設計条件

要素番号	¹⁾ $E(\text{kg}/\text{cm}^2)$	²⁾ $\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$	³⁾ $\sigma_{u.s}$	⁴⁾ $t_{u.s}^*(\text{mm})$	⁴⁾ $t_{u.s}^*(\text{mm})$	⁴⁾ $t_w^*(\text{mm})$
$g_1 \sim g_8$						
g_9						
g_{10}	2.1×10^6	500	1400	18.5 (51)	15.3 (38)	12.0
g_{11}						
$g_{12} \sim g_{20}$						
$T_1 \sim T_7$						
$T_8 \sim T_{10}$	2.1×10^6	700	1900 2600 2600	26.0 28.0 28.0 * (7) * (7) * (8)	26.0 28.0 32.0	26.0
$T_{11} \sim T_{13}$						
$C_1 \sim C_{16}$	2.0×10^6	900	5100	$A_c^* = 0.00001 (\text{m}^2)$		

1)弾性係数 2)単位体積当りの製作費 3)許容引張応力度(Kg/cm^2)

4)補剛リブの断面積をも含めた最小板厚(補剛材による分割数)

5)ケーブルの最小断面積

表-3 8段ケーブルを有する鋼斜張橋の最適解の比較

変数	Z only			Z, X _c , Y _c			Z, X _c , Y _c , P _L			
	X _c ⁰ , Y _c ⁰ (m)	A _c (cm ²)	$\sigma / \sigma_{u.s}$	X _c , Y _c (m)	A _c (cm ²)	$\sigma / \sigma_{u.s}$	A _c (cm ²)	P _L (tf)	P _s (tf)	$\sigma / \sigma_{u.s}$
C ₁	140.00	483	1.00	149.00	432	1.00	508	982.8	42.3	1.00
C ₄	92.00	39	0.99	103.66	141	1.00	163	273.1	-41.0	1.00
C ₆	60.00	110	0.80	53.18	126	0.74	96	259.4	48.4	1.00
C ₇	44.00	96	0.58	36.16	116	0.47	78	285.2	143.6	1.00
C ₁₀	48.00	93	0.68	28.01	58	0.37	20	80.5	54.3	1.00
C ₁₁	68.00	102	0.86	43.63	109	0.64	100	300.4	126.8	1.00
C ₁₄	128.00	75	1.00	103.45	140	1.00	170	55.2	-25.7	1.00
C ₁₆	168.00	289	1.00	172.67	328	1.00	350	-123.8	13.0	1.00
Y _c	85.00	—	—	56.48	—	—	—	—	—	—
¹⁾ ITE	6			19			19 + 10			
TCOST(万円)	707234.3 (1.000) ²⁾			651918.9 (0.922) ²⁾			635109.9 (0.898) ²⁾			

1) 最適解を得るまでの反復改良回数

2) Z only の総製作費に対する比

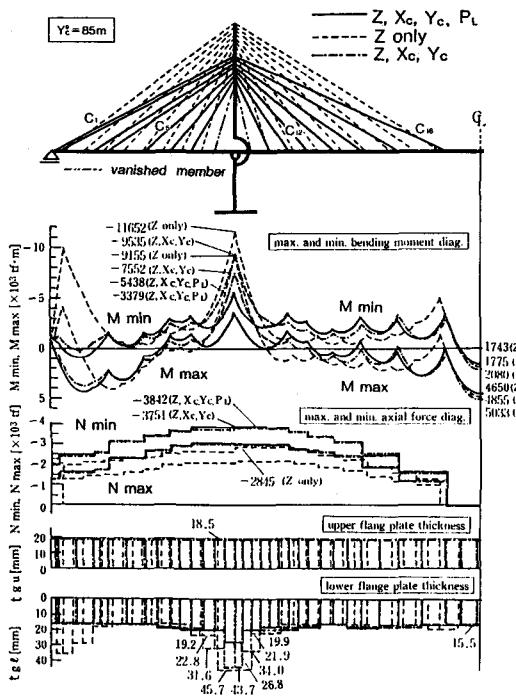
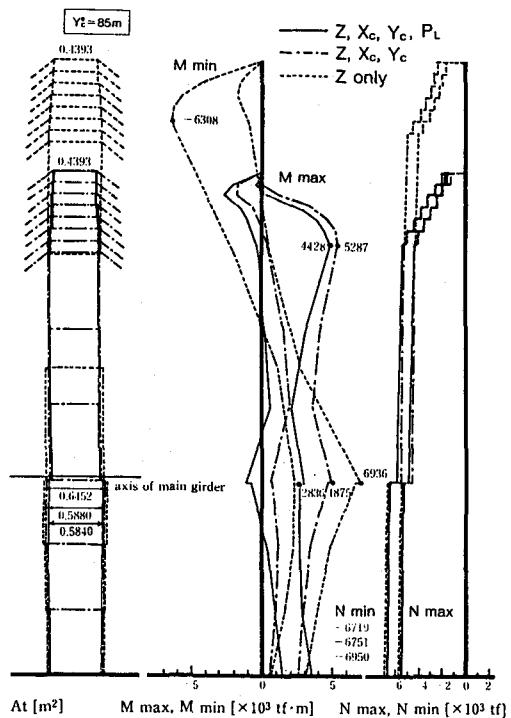


図-5 最適ケーブル配置、主桁の最大・最小曲げモーメント、軸力分布およびフランジ板厚の比較



を10回程度の反復改良により、理論的にきわめて厳密に、かつ能率的に決定できることが明らかとなった。

② 本論文の計算例で示した規模の鋼斜張橋では、ケーブルに最適プレストレスを導入することにより総製作費を3.7%～2.6%程度、減少させ得ることが明らかとなった。

③ 主桁の曲げモーメント分布については、ケーブルに最適プレストレスを導入することにより、中間支承上の突出した負の曲げモーメントが6.4%～4.3%程度大きく減少し、曲げモーメント分布は桁全体にわたって完全に平均化され、かつ絶対値も最小化され、板厚の分布もほぼ一様な分布とすることができる。

④ ケーブルの断面積は、最適プレストレスを導入することにより、プレストレスを考慮しない場合の+5.5%～-6.5%と大きく変化しており、かつすべてのケーブルはfully stress状態となっている。

参考文献

1. 大久保禎二・谷脇一弘：鋼斜張橋のケーブル配置および部材断面の最適設計法、土木学会論文集 No.428/I-15, pp.147～156, 1991.4.
2. 大久保禎二・谷脇一弘・山野長弘：鋼斜張橋の最適化におけるケーブルプレストレス量の決定法、土木学会論文集（投稿中）
3. 山田善一・古川浩平・江草 拓・井上幸一：斜張橋ケーブルの最適プレストレス量決定に関する研究、土木学会論文集、第356号/I-3, pp.415-423, 1985年4月.
4. Nakamura, S. and Wyatt, T.A.: A Parametric Study on Cable-Stayed Bridges by the Limit States Design, Proc. of JSCE, No.398/I-10, pp61-69, 1988.