

(3) 地盤一構造物系の動的相互作用を 考慮した震動制御

OPTIMAL CONTROL OF STRUCTURES TAKING INTO ACCOUNT THE DYNAMIC SOIL-STRUCTURE INTERACTION

佐藤忠信* 土岐憲三** 橋本雅道*** 松島秀典****

Tadanobu SATO Kenzou TOKI Masamichi HASHIMOTO Hidenori MATSUSHIMA

A new closed-open-loop optimal control algorithm is proposed that has been derived by minimizing the sum of the quadratic time-dependent performance index and the seismic energy input to the structural system. This new control law provides feasible control algorithms that can easily be implemented for applications to seismic-excited structures. We develop optimal control algorithms, taking into account the nonlinearity of the structural system and the dynamic soil-structure interaction phenomena for applying a control force to a structural system subjected to general dynamic loads. The control efficiency affected by two weighting matrices included in the performance index is investigated in detail. The effect of time delay to apply the control force to the system is also investigated. Numerical examples are worked out to demonstrate the control efficiency of the proposed algorithms.

Key Words : Optimal Control , Soil-Structure Interaction , Time-delay

1. まえがき

近年になって土木構造物の設計思想は、より積極的に揺れを制御しようといった能動的な考え方に変わりつつある。この能動的な設計思想の一つとして、古くから機械や航空機分野で発展してきた最適制御則を用いた土木構造物の震動制御が挙げられる。しかし、これらに用いられた最適制御則の多くは、二点境界値問題であり全ての入力を既知として解かなければならず、地震動のような未知の外力に対しては、解くことができなかった。そこで、本研究ではYang等¹⁾によって、定式化された時間依存型の評価関数を用い、さらに入力する地震エネルギーを考慮し、制御量が状態量のみによって決定するのではない、いわゆる開閉ループ制御則を構築した。また、実際の制御においては、制御時間に時間遅れが生じるので、構造物の制御効果に及ぼす制御時間遅れの影響に考察を加えた。

解析においては作用荷重として地震荷重を選び、構造物を単純な多質点系にモデル化した上でシミュレーション解析により震動制御理論の適用性について検討を加える。本研究では地盤と構造物の相互作用を考慮した地盤一構造物系を考え、地盤の剛性効果は複素剛性を用いてモデル化し解析を行った。その際、評価関数の重みや制御時間遅れ等のパラメーターの変化による影響について検討を加えた。

* 工博 京都大学助教授 京大防災研究所

** 工博 京都大学教授 京大防災研究所

*** 京都大学大学院

**** 京大防災研究所 研究員

2. 入力時震動の影響を考慮した最適制御則の定式化

通常、構造物の振動の運動方程式は、二階の微分方程式であるため、これをシステム状態方程式の形に直す。運動方程式は状態量 $z(t)$ を用いて次式のように表される。

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) + W_1 \ddot{x}_0(t) \quad (2-1)$$

ここに

$$A = \begin{pmatrix} [0] & [I] \\ [-M^{-1}K] & [-M^{-1}C] \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} [0] \\ [M^{-1}H] \end{pmatrix} \quad W_1 = \begin{pmatrix} [0] \\ [-M^{-1}m] \end{pmatrix} \quad (2-2)$$

M 、 C 、 K はそれぞれ質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスを表し、系が n 質点系ならば $n \times n$ 次元マトリックスである。 $\ddot{x}_0(t)$ は入力地震加速度を表し、 m は質点の質量を表す n 次元ベクトルである。

最適化問題は、式(2-1)を制約条件として次式で表される評価関数 J を最小とする制御力を求めることになり、制御力は変分法を用いて求めることができる。式(2-3)は、前もって知ることの出来ない地震入力に対して最適制御則を導入するために、Yang等が現時刻での情報だけで制御を行えるよう評価関数を時間依存型とし定義したものに対し、さらに、構造物に入力されるエネルギー²⁾を考慮した評価関数である。従来では構造物の耐震設計において、地震応答時における安全性の基準として主として最大応力や最大応答などが用いられてきたが、地震動による繰り返し荷重の効果を表現できるように、構造物に入力されるエネルギー量、状態量と制御量とともに評価関数の中に組み込んだ。

$$J(t) = z^T(t)Qz(t) + u^T(t)Ru(t) + \alpha \int_0^t \dot{x}(\tau)Hu(\tau)d\tau \quad (2-3)$$

第3項が構造物に入力されるエネルギーを表し、 α は評価関数での入力エネルギー量に対する重みを表す。

3. 地盤—構造物系の動的相互作用を考慮した解析モデルの定式化

構造物は常に剛な基盤上に建設されるわけではない。その場合、地盤特性を複素剛性や線形バネでモデル化し、地盤と構造物との相互作用を考慮する必要が生じる。本研究では、地盤バネに複素剛性を用いることにより、地盤の剛性や震動エネルギーの逸散に起因する震動減衰を評価することにした。これは複素剛性を振動数の関数として解析を行うことを意味している。

周波数に依存する減衰係数及び剛性を、 $c(\omega)$ 、 $k(\omega)$ とし、定数部分と ω の関数である部分とに分解する。

$$\begin{cases} c(\omega) = c_0(1 + c_\omega) \\ k(\omega) = k_0(1 + k_\omega) \end{cases} \quad \begin{matrix} (3-1) \\ (3-2) \end{matrix}$$

これらの係数を用いて地盤との相互作用を考慮した運動方程式は次式のように表現される。

$$m\ddot{x}(t) + c_0\dot{x}(t) + k_0x(t) = -m\ddot{x}_0(t) - \int_{-\infty}^t k^*(t-\tau)k_0x(\tau)d\tau \quad (3-3)$$

$$k^*(t) = F^{-1}[k_\omega + i\omega \frac{c_0}{k_0}c_\omega] \quad (3-4)$$

ここに、 F^{-1} は逆フーリエ変換を表す。式((3-3))より明かであるが、複素剛性を用いたことにより、運動方程式の右辺に合積の項が余分に入る。このとき、合積項の積分区間が $(-\infty \sim t)$ となるので、 $k^*(t)$ に $(k^*(t) = 0, t \leq 0 : k^*(t) = k^*(t), t > 0)$ の制限が無いと、運動方程式を解くことが不可能となる。運動方程式を解くためには $k^*(t)$ が因果性を有すること、かつ実関数であることが必要となる。因果性を有する関数は、その実部と虚部が互いに関係し独立ではないので、ヒルバート変換を用いて実数部から虚数部を求めることができる。この場合、式(3-3)は次式のように書き直すことができる。

$$m\ddot{x}(t) + c_0\dot{x}(t) + k_0x(t) = -m\ddot{X}_0(t) - \int_0^t k^*(t-\tau)k_0x(\tau)d\tau \quad (3-5)$$

したがって、 $k^*(t)$ が式(3-5)の運動方程式を用いれば外力項に合積の項が入っているだけなので、式(2-3)を用いて、これまでと同じように最適制御則の定式化を行うことができる。

なお、今回の解析ではモデルとして図3-1に示すような上部構造物と基礎部を4質点系で同質量の集中質量系とし、変位はSwayのみを考えた。また、上部構造物は復元力特性が線形及び非線形の場合を考えた。その諸元を表3-1、表3-2に示す。非線形モデルとしては剛性劣化型の武藤モデルを用い、その履歴ループを図3-2に示す。基礎部の復元力特性は前述の通り複素剛性として解析を行った。質点番号は上部から順に1から4である。

重みとして Q, R, α を用い、それらのパラメーターの変化に対する変位と制御力の関係を図3-3に示す。図は Q を1000に固定し、 R と α を変化させた時の質点1の最大制御量と最大変位を表す。図によると α/R 10とした場合に最大変位は抑えられ、その時、制御力も小さなものとなっている。このことから α/R 10の時最も効率の良い制御が行えることが読み取れる。以下、 α/R を10、 Q/R を12.5として解析を行った。

4. 制御時間遅れに対する考察

2章における定式化では時間遅れなしに制御量が求まるが、実際に構造物の震動制御を行う際には、制御力を求める時間、および、アクチュエーターの応答時間が必要であり、作用時間遅れが生じる。そこで制御時間遅れが生じた場合の考察を行う。

時間遅れを生じる場合の運動方程式は次式で表される。

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t - \delta t) + W_1\ddot{X}_0(t) \quad (4-1)$$

ここで は制御時間遅れを表す。式(4-1)を状態方程式として評価関数(2-3)のもとで制御力を求める。図4-1に線形の場合の質点1の変位とアクチュエーターNo. 1の制御量の時刻歴曲線を示す。図は左から、制御時間遅れが0秒、0.03秒、0.1秒の場合で、上が変位、下が制御量を表す。時間遅れが生じた場合、変位及び制御量とも増加する傾向にあり、震動制御効果の低下が見られる。また、図4-2には構造物が非線形応答をする場合の質点1の変位の時刻歴曲線、履歴ループ、アクチュエーターNo. 1の制御量の時刻歴曲線を示す。図は同じく左から制御時間遅れが0秒、0.03秒、0.1秒であり、非線形の場合も同様に制御時間遅れが大きくなると、変位、制御量とも増加する。履歴ループにおいても、制御時間遅れが大きくなると変位が大きくなり、非線形領域に入っていることがわかる。時刻歴曲線に注目すると非線形の場合の時刻歴曲線においては制御量の変動が激しく現れている。これは、上部構造物の剛性が非線形領域に入り低下するためと考えられる。しかしながら、図4-1、図4-2より、制御時間遅れが0.1秒程度であっても、十分な震動制御効果が得られることがわかる。

図4-3、4-4には、上部構造物が線形と非線形応答をする場合の基礎部の時刻歴曲線と履歴ループを示す。各々上の図が制御時間遅れが無い場合、下の図が制御時間遅れが0.1秒の場合を示す。制御時間が生じると、変位が増加する傾向がみられる。さらに、線形と非線形とを見較べると、上部構造物が非線形応答をする場合、変位により上部構造物の剛性に变化が生じるため、その影響を受けて基礎部の履歴ループに局所的な折れ曲がりが生じる傾向がある。また、上部構造物での入力エネルギーが消費されるため基礎の履歴ループが小さくなっていることも判明する。

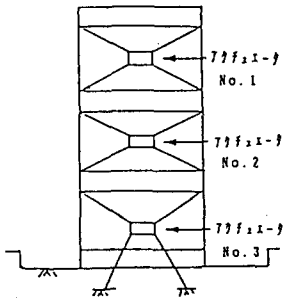


図3-1 解析モデル

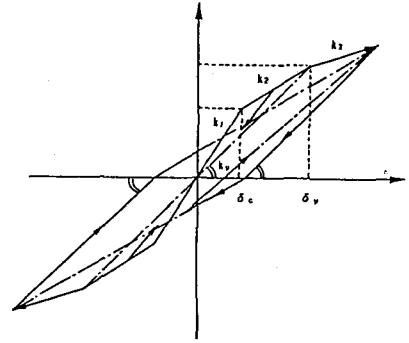
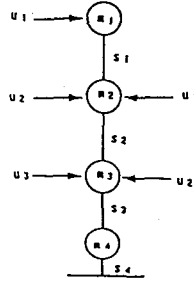


図3-2 非線形モデル(武蔵モデル)の履歴

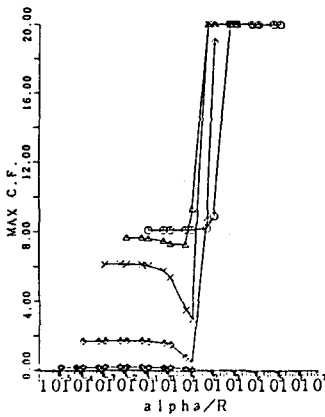
表3-1 モデルの諸元(線形モデル)

NO.	Mass(ton)	Stiffness(tonf/cm)
1	0.048	23.60 42.59 47.32 120.00*
2	0.048	
3	0.048	
4	0.048	

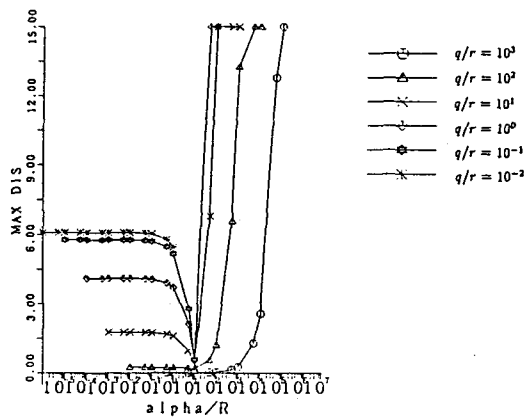
表3-2 モデルの諸元(非線形モデル)

NO.	Mass (ton)	Stiffness (tonf/cm)			Crack point (cm)	Yield point (cm)
		K_0	K_1	K_2		
1	0.048	23.60 42.59 47.32 120.0*	$K_0/3$	$K_0/10$	0.25	0.5
2	0.048					
3	0.048					
4	0.048					

* Frequency dependent



最大制御力



最大変位

図3-3 重みによる最大制御力及び最大変位の変化(質点1)

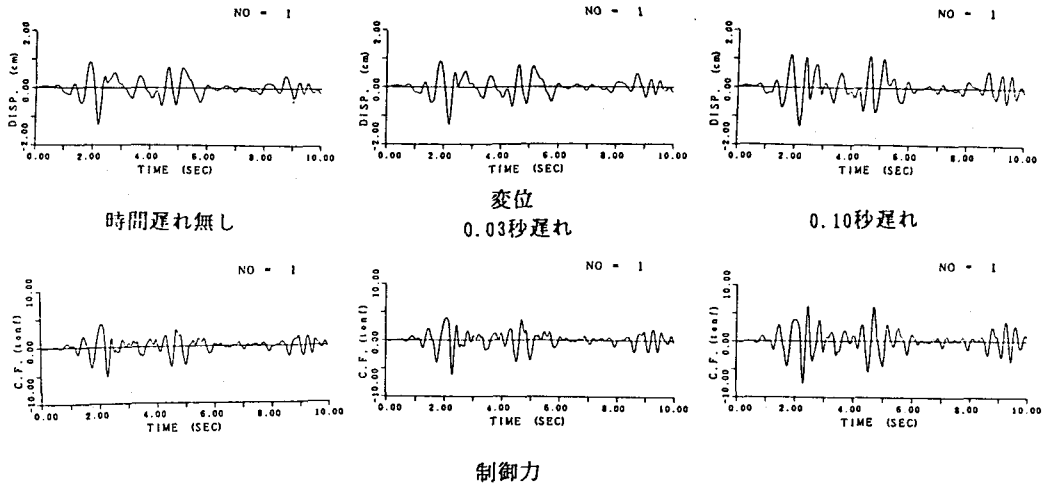


図4-1 質点1における制御力と変位(線形モデル)

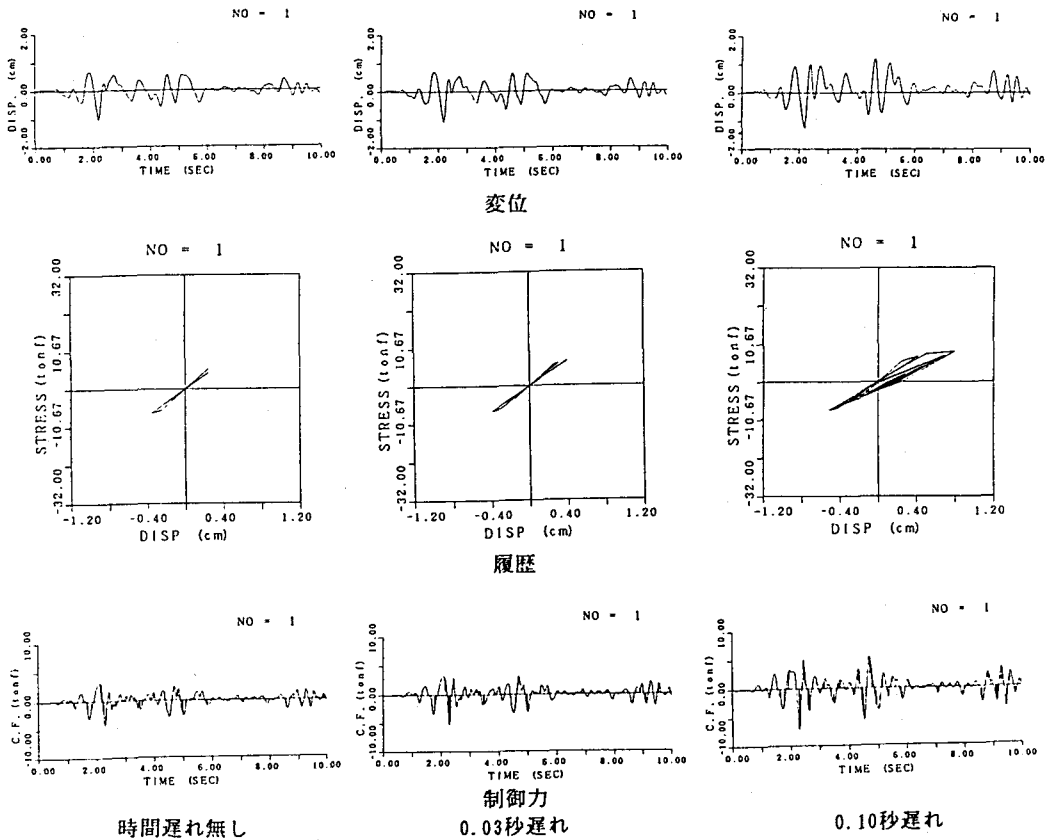
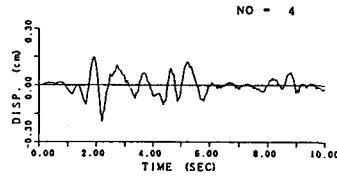


図4-2 質点1における制御力と変位及び履歴(非線形モデル)

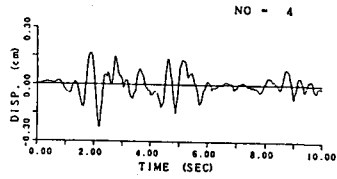
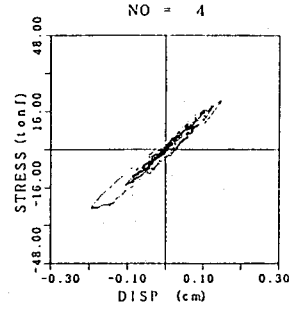
参考文献

1) J. N. Yang, M. ASCE., A. Akbarpour and P. Ghaemmaghami : New Optimal Control Algorithms for Structural control, Journal of Engineering mechanism Division ASCE, Vol. 113, No. 9, pp. 1369-1387, Sep. 1987.

2) 家村浩和、芽野茂 : 多自由度履歴構造物における地震入力エネルギーの分担率と耐震設計、土木学会第41回年次学術講演会概要、pp. 1113-1114, 1986.



時間遅れ無し



0.10秒遅れ

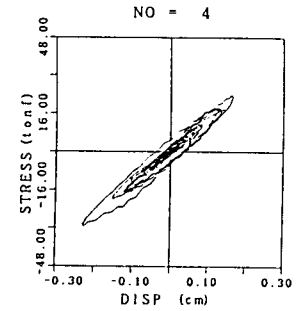
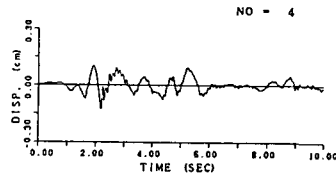
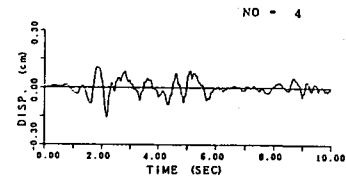
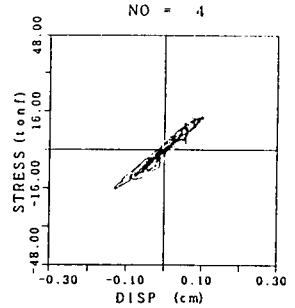


図4-3 質点4(基礎)
における変位と履歴(線形モデル)



時間遅れ無し



0.10秒遅れ

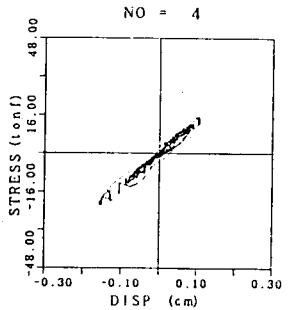


図4-4 質点4(基礎)
における変位と履歴(非線形モデル)