

(25) 繊維強化積層複合材構造の最適化

OPTIMUM DESIGN OF LAMINATED COMPOSITE STRUCTURES

福永久雄*

G. N. VANDERPLAATS**

HISAO FUKUNAGA

The paper treats an optimum design of laminated composite structures where the layer thickness as well as the layer angle are used as design variables. Intermediate design variables are introduced to reduce the degree of nonlinearity between the objective/constraints and the design variables. In the stiffness optimization problems, lamination parameters are used as design variables, while in the optimum design under strength and stiffness constraints, the transformed design variables with respect to the layer angles are used. It is shown through the numerical examples that the method using the intermediate design variables is an efficient and reliable optimization approach. The method based upon the force approximation is also applied to the optimum design of laminated composites.

Key words : Structural Optimization, Composite Structures, Transformed Design Variables, Lamination Parameters, Force Approximation

1. まえがき

炭素繊維強化複合材料に代表される高性能複合材料は、優れた比強度・比剛性を利用して軽量化が特に必要とされる航空宇宙輸送機の主要構造部材として用いられるようになってきた。通常、このような複合材料は薄いプリプレグシートを貼りあわせた積層板として用いられる。積層複合材構造は、等方性構造に比べ、各層の板厚だけでなく繊維配向角も設計できる設計自由度の多い構造であり、数値最適化手法に基づく設計法の確立が要求されている。複合材からなる補強パネルや翼構造の最適設計プログラムが米国を中心に研究開発されており、積層材の板厚の最適化に関しては等方性構造の場合とほとんど同レベルまで最適化が可能となってきたが、繊維角の最適化についてはまだ十分に機能する手法が確立されていない。このように、繊維角の最適化が層厚の場合に比べ困難であるのは、主に、目的関数あるいは制約条件と設計変数との非線形の関係に起因する。

本報告では、変換した設計変数あるいは積層パラメータを設計変数とする積層複合材の最適化の手法を紹介する。剛性最適化問題では、積層パラメータを用いることにより効率のよい最適設計を行なうことができる。積層パラメータを設計変数に用いるための基本条件を述べるとともに、積層円筒殻の座屈最適化の数値例を示す。強度及び剛性の最適化のときには、変換した設計変数を用いて最適化を行なう。また、合力の線形近似に基づく近似法を適用して、積層複合材の層厚、繊維角の最適化を行なった例を示す。

* 航空宇宙技術研究所機体部主任研究官

** カリフォルニア大学機械環境工学科教授

2. 積層パラメータを設計変数とする最適設計

図1に示すように、積層材は一方向繊維強化材料を板厚方向に重ねたもので、古典積層理論による積層板の構成方程式は次式で与えられる。¹⁾

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ M_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ B_{ij} & D_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_j \\ \kappa_j \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 N_i 、 M_i は合力、合モーメント、 ε_j 、 κ_j は中央面の歪、曲率変化である。 A_{ij} 、 B_{ij} 、 D_{ij} は面内剛性、カップリング剛性、面外剛性で、次式で定義される。

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij} (1, z, z^2) dz \quad (2)$$

($i, j=1, 2, 6$)

ここで、 $\bar{Q}_{ij}$ は繊維配向角と材料定数 U_i により表示される。

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= U_1 + U_2 \cos 2\theta + U_3 \cos 4\theta \\ \bar{Q}_{22} &= U_1 - U_2 \cos 2\theta + U_3 \cos 4\theta \\ \bar{Q}_{12} &= U_4 - U_3 \cos 4\theta \\ \bar{Q}_{66} &= U_5 - U_3 \cos 4\theta \\ \bar{Q}_{16} &= U_2/2 \cdot \sin 2\theta + U_3 \sin 4\theta \\ \bar{Q}_{26} &= U_2/2 \cdot \sin 2\theta - U_3 \sin 4\theta \end{aligned} \quad (3)$$

積層材の最適設計問題では、設計変数として各層の板厚 h_k 及び繊維角 θ_k を用いる。²⁾ 積層板は、通常、中央面に対称に積層し、さらに $+\theta$ 層と $-\theta$ 層の割合を等しくした対称バランスト積層材として用いられることが多い。この対称バランスト積層材で、曲げと捩りのカップリング項の効果を無視すると、(1)式の剛性は次のように表示できる。

$$\begin{Bmatrix} A_{11} \\ A_{12} \\ A_{22} \\ A_{66} \end{Bmatrix} = h \begin{bmatrix} 1 & \xi_1 & \xi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_2 & 1 & 0 \\ 1 & -\xi_1 & \xi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{U}_2 \\ \bar{U}_3 \\ \bar{U}_4 \\ \bar{U}_5 \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} D_{11} \\ D_{12} \\ D_{22} \\ D_{66} \end{Bmatrix} = \frac{h^3}{12} \begin{bmatrix} 1 & \xi_9 & \xi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_{10} & 1 & 0 \\ 1 & -\xi_9 & \xi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi_{10} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{U}_2 \\ \bar{U}_3 \\ \bar{U}_4 \\ \bar{U}_5 \end{Bmatrix}$$

$$A_{16} = A_{26} = D_{16} = D_{26} = B_{ij} = 0 \quad (4)$$

ここで、 (ξ_1, ξ_2) は面内積層パラメータ、 (ξ_9, ξ_{10}) は面外積層パラメータと呼び、繊維角の $\cos$ 関数を板厚方向に積分した値である。

$$\xi_1 = \int_0^1 \cos 2\theta(u) du, \quad \xi_2 = \int_0^1 \cos^2 2\theta(u) du, \quad \xi_9 = 3 \int_0^1 \cos 2\theta(u) u^2 du, \quad \xi_{10} = 3 \int_0^1 \cos^2 2\theta(u) u^2 du \quad (5)$$

(4)式において、面内剛性は面内積層パラメータの線形関数であり、面外剛性は面外積層パラメータの線形関数である。積層材の座屈、振動、撓みのような剛性特性は、 A_{ij} と D_{ij} の比較的シンプルな関数であるので、積層パラメータを最適化の設計変数として用いることができれば、層厚と繊維角を直接に設計

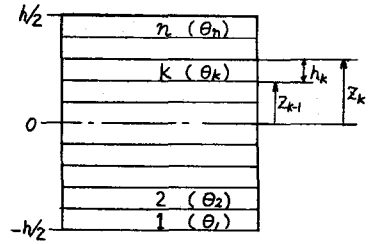
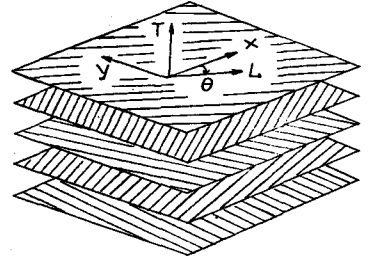


図1 積層材の形状と座標

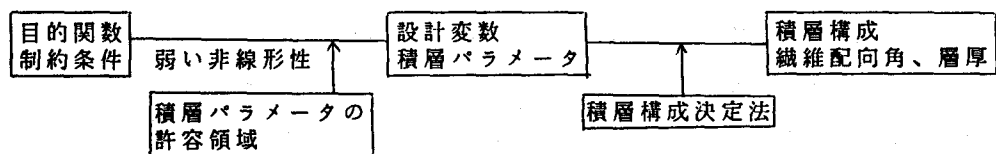


図2 積層パラメータを設計変数に用いた最適設計

変数に用いる場合に比べ、効率的で安定した解が求められる。

図2に示すように、積層パラメータを設計変数として用いるためには、積層パラメータの許容領域、及び、積層パラメータに対応する積層構成決定法を必要とし、これらは文献3)-5)で調べられている。

積層パラメータを設計変数に用いる例として、図3に示す直交異方性積層円筒殻の座屈最適化の例を示す。⁶⁾ Donnell型の座屈方程式と両端でS2境界条件をもちいると、座屈応力は次のような関数で与えられる。

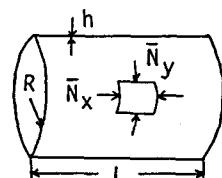


図3 積層円筒殻

$$\min_{m,n} \phi(\xi_1, \xi_2, \xi_9, \xi_{10}, m, n, k_x, k_y, R, L, h) \quad (6)$$

ここで、 k_x, k_y は x, y 方向の圧縮荷重比、 R, L, h は円筒の幾何形状、 m, n は x, y 方向の座屈波数、 ξ_i は積層パラメータである。 k_x, k_y, R, L, h は予め指定するものとする。この最適化問題は次のように定式化できる。

[目的関数] $\max \min_{m,n} \phi(\xi_1, \xi_2, \xi_9, \xi_{10})$

[制約条件] $-1 \leq \xi_1 \leq 1, \xi_1^2 \leq \xi_2 \leq 1$ (7)
 $-1 \leq \xi_9 \leq 1, \xi_9^2 \leq \xi_{10} \leq 1$

$PQ/PQ' \leq 1$ (図4参照)

最適化手法としてはADSプログラム⁷⁾の修正許容方向法を用いた。座屈導関数は、図5に示すように、座屈モードの変化する点での不連続性を避けるため中央差分により計算した。

数値例として、CFRP材を取り上げ、その材料定数を表1に示す。最適化のための初期値としては6通りの積層パラメータを用いたが、初期値による最大座屈荷重の差は2%以内にあり、初期値による差異はほとんど生じなかった。表2に3種類の荷重条件に対する最適結果

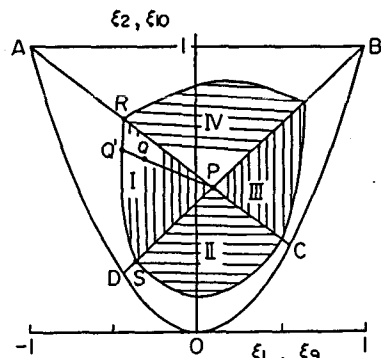


図4 積層パラメータの許容領域 ($P(\xi_1, \xi_2), Q(\xi_9, \xi_{10})$)

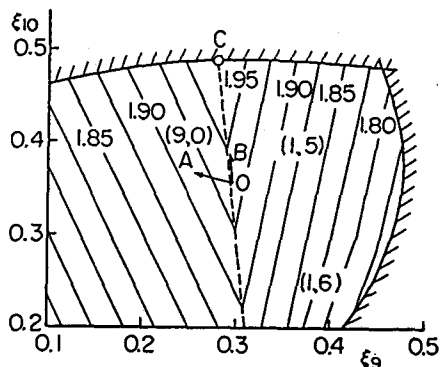


図5 座屈荷重の等高線と座屈モード (m, n)

表1 CFRP材の材料定数

$E_L = 142 \text{ GPa}, E_T = 10.8 \text{ GPa}, G_{LT} = 5.49 \text{ GPa}, \nu_L = 0.3$
$F_L = 1.568 \text{ GPa}, F_L' = 1.341 \text{ GPa}, F_T = 0.057 \text{ GPa}, F_T' = 0.212 \text{ GPa}, F_{LT} = 0.08 \text{ GPa}$

表 2 最大座屈荷重と最適積層構成

荷重比 (k_x, k_y)	座屈荷重 $\phi \times 10^4$	積層パラメータ ($\xi_1, \xi_2, \xi_9, \xi_{10}$)	積層構成
(1,0)	23.69	(0.00, 0.50, 0.00, 0.50)	$[(90^\circ)_{0.12}/(\pm 30^\circ)_{0.67}/(90^\circ)_{0.21}]_s$
$(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$	3.94	(-0.01, 0.71, -0.67, 0.90)	$[(90^\circ)_{0.42}/(\pm 22^\circ)_{0.58}]_s$
(0,1)	3.06	(-0.07, 0.74, -0.73, 0.92)	$[(90^\circ)_{0.46}/(\pm 22^\circ)_{0.54}]_s$

を示す。軸圧縮の場合は、小野田⁸⁾により求められたように、等方性積層構成が最適となる。周方向にも圧縮荷重が働くと、図4に示す積層パラメータの許容領域の境界上の点Rに最適値が求まり、積層構成は表2に示すようになる。ここでは、積層円筒殻の座屈最適化の例を示したが、積層パラメータの許容領域と積層構成決定法が分かれば、この手法は他の剛性最適化問題にも適用できる。

3. 変換した設計変数を用いた積層材の強度最適化

図6に示す積層材がK種類の面内力を受けるときの最小重量設計問題は、次のように定式化できる。

〔目的関数〕 積層材の全板厚 $W = \sum h_i$

〔制約条件〕 Tsai-Wu則 ($F_{12}^* = -1/2$) に基づく強度条件

$$g_j = U_j - 1 \leq 0 \quad \text{荷重条件} \times \text{層数}$$

〔側面制約〕 各層の板厚条件 $h_i^L \leq h_i \leq h_i^U$

〔設計変数〕 各層の板厚、繊維配向角

〔最適化手法〕 ADS の修正許容方向法

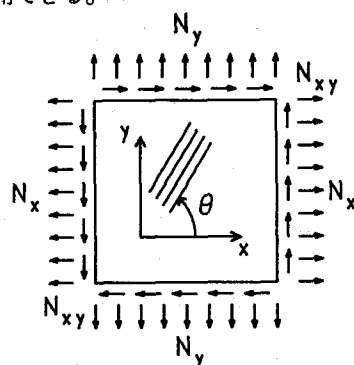


図 6 面内力を受ける積層材

強度最適化問題では強度則を各層に適用するため、積層パラメータを設計変数として用いることはできない。また、繊維角を直接に設計変数にすると、しばしば局所的な最適点で計算がストップする。(3)式において各層の剛性は繊維角の三角関数で表示されているので、図7に示すように、繊維角の値に応じて $\cos 2\theta$ あるいは $\sin 2\theta$ を設計変数に用いることにする。たとえば、繊維角が 0° のとき領域IVに割当て、設計変数として $\sin 2\theta$ を用い、move limit を $\sin 2(\theta - 4\theta)$ と $\sin 2(\theta + 4\theta)$ ($4\theta = 7.5^\circ$) とし収束するまで反復計算を行なう。

Multiple loading のときの数値例を図8に示す。ここで、繊維角を $0/90/45/-45$ と固定して層厚の最適化をする場合と繊維角も最適化する場合の比較が示されている。また、 $0/90/45/-45$ 材について、各層の最小板厚 (Lower bound) がゼロの場合とゼロでない場合の比較も示す。各荷重ケースについて4通りの初期値を用い、初期値による最終結果の差異を~~図~~で示す。繊維角について変換した設計変数を用いることに

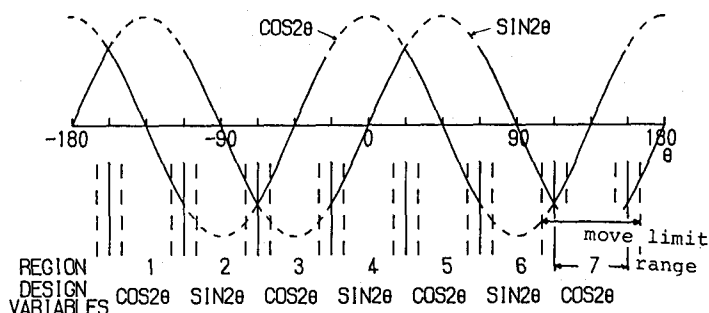


図 7 各領域における設計変数と move limit

荷重条件 (N_x, N_y, N_{xy})

- 1 - $(1, 1, 1), (2, 1, 0), (0, 0, -1.5)$
 2 - $(2, 0.5, 1), (1, 0.5, 1.5), (-1.5, 0.5, -1)$
 3 - $(1, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, 1)$

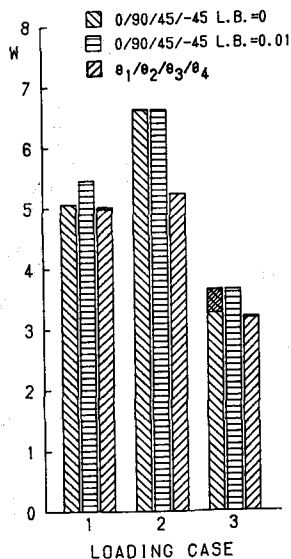


図 8 Multiple loading のときの最小重量の比較

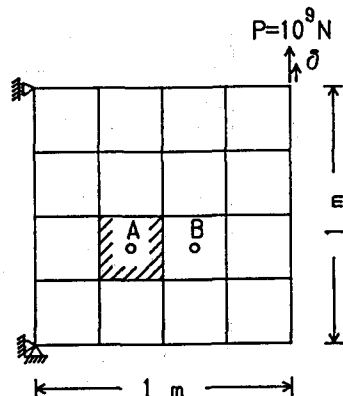


図 9 面内力を受ける積層板

より安定した解が得られており、層厚に加え繊維角の最適化の重要性は荷重ケース 2 において顕著に示されている。

4. 近似法に基づく積層板の強度・剛性最適化

図 9 に示す積層板の端末に荷重がかかるときの最小重量設計を行なう。16 の四角形要素に分割し各要素は 4 種類の層からなる。

[目的関数] 積層板の全板厚 $W = \sum \sum h_{ij}$
 (i : 要素番号、 j : 層番号)

[制約条件] 最大応力説に基づく強度条件
 $q_0 = \sigma/F - 1 \leq 0$

荷重点での変形拘束

$$q_\delta = \delta/\delta_0 - 1 \leq 0$$

(F : 基礎強度、 δ_0 : 許容変位)

[側面制約] 各層の板厚 $h_{ij}^L \leq h_{ij} \leq h_{ij}^U$

[設計変数] 各層の板厚、繊維配向角

[最適化手法] A D S の修正許容方向法 or S U M T

[近似の方法] 面内力を設計変数の線形近似によって表し、各層の応力は近似した面内力より求める。⁹⁾ 変位についても線形近似を用いる。最適化のフローチャートを図 10 に示す。

[設計変数の変換] 繊維角については図 7 の変換した設計変数を用いる。

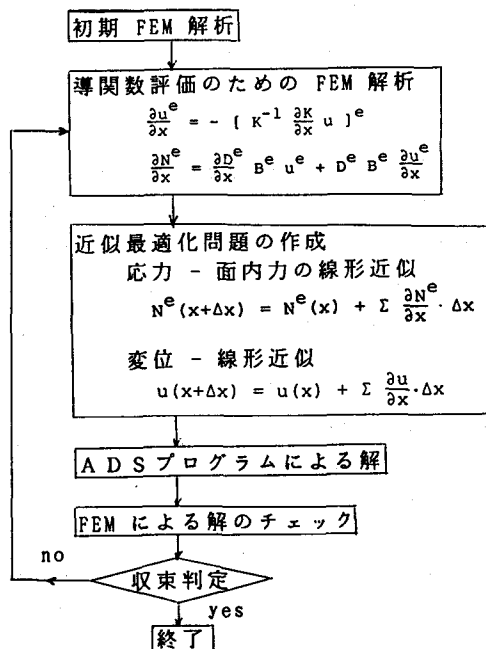


図 10 最適化フローチャート

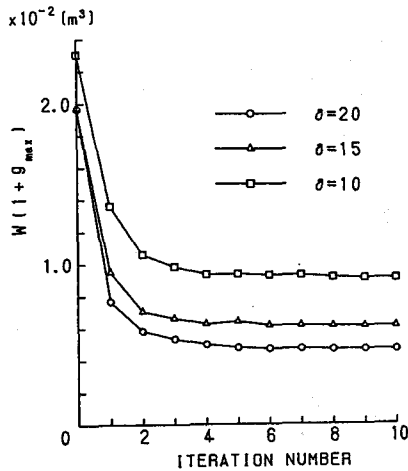


図 1.1 0/45/-45/90材の層厚最適化の収束状況

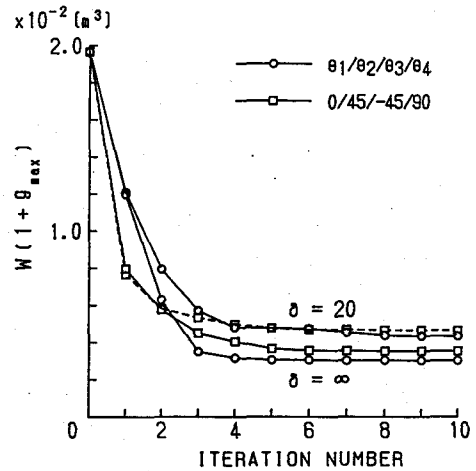


図 1.2 層厚及び繊維角最適化の収束状況

図 1.1 に許容変位をパラメータにして 0/45/-45/90材の層厚最適化の収束状況を示す。数種類の初期値を用いて最適結果の変動を調べたが、初期値による差異は非常に小さく安定した最適解が得られた。一方、許容変位が小さくなるにつれ強度条件より変位条件が厳しくなるが、このときには move limit を用いて安定化を図った。変位条件に拘らず 6 回程度の iteration で収束しており、各 iteration においては 1 回の FEM 解析と 1 回の導関数評価 (ほぼ 1 回の FEM 解析に相当) を行なっている。図 1.2 に層厚に加え繊維角を最適化したときの収束状況を示す。この場合は、繊維角の初期値によっては local minimum に陥りやすく、最適化手法として SUMT 法を用いた。図 1.2 は、初期繊維角として 0/45/-45/90 を用いた場合の例であり、層厚のみの最適化に比べ、 $\delta=20$ では 6 %、 $\delta=\infty$ では 14 % の軽量化となっている。

5. 結論

積層複合材について、繊維角及び層厚の最適化を行なった。剛性最適化問題では、積層パラメータを中間変数として用いることにより効率的な最適化ができることを示した。また、強度最適化問題では、繊維角に関し変換した設計変数を用いて安定化を図った。この方法は、単一要素からなる積層材ではうまく機能したが、多要素からなる積層板では初期値により最適解が変動する場合があった。この要因の 1 つは繊維角に対する近似最適化問題の精度が余りよくないためと考えられ、より安定した解を得るために更に手法を改良する必要がある、今後の検討課題としたい。

参考文献

- 1) Tsai S.W. and Hahn H.T. : Introduction to Composite Materials, Technomic Publ., (1980).
- 2) Hirano Y. : AIAA J., Vol. 19, pp.1017-1019 (1979). J. Comp. Mater., Vol. 13, pp. 329-334 (1979).
- 3) 三木光範 : 機械学会論文集, Vol. 48, pp.1407-1414 (1982). Vol. 50, pp. 448-453 (1984).
- 4) 福永久雄 : 航空学会誌, Vol. 30, pp. 482-489 (1982). 複合材料学会誌, Vol. 11, pp. 27-33 (1985).
- 5) 福永久雄 : 複合材料学会誌, Vol. 13, pp. 107-115 (1987). AIAA 29th SDM Conf. pp. 983-991 (1988).
- 6) 福永久雄 : 機械学会盛岡地方講演会, pp. 35-36 (1989).
- 7) Vanderplaats G.N. and Sugimoto H. : Computer & Structures, Vol. 24, pp. 13-21 (1986).
- 8) Onoda J. : AIAA J., Vol. 23, pp. 1093-1098 (1985).
- 9) Vanderplaats G.N. and Salajegheh E. : AIAA J., Vol. 27, pp. 352-358 (1989).