

(24) トンネルのスムーズブラスティング孔の最適化とその実施工への応用

OPTIMUM DESIGN OF SMOOTH BLASTING IN TUNNELLING AND ITS APPLICATION TO ACTUAL TUNNEL EXCAVATION

古川浩平*, 吉見憲一**, 鈴木雅行***, 中川浩二****

Kohei FURUKAWA, Ken-ichi YOSHIMI, Masayuki SUZUKI, Koji NAKAGAWA

This study presents the formulation of an optimum design of smooth blasting in tunnelling and the cost estimation of overbreaking and underbreaking. The proposed design method aims to minimize the total expense of the extra concrete cost in the region of overbreaking and of the labour cost required to remove the unbroken rock in the region of underbreaking. The design variables are the look angle θ and the collaring radius AR in the case of using an automatic drilling machine but in the case of using an ordinary drilling machine the variable is only the collaring radius AR . The calculated results indicate that drilling precision is the most important factor in the optimum design of smooth blasting in tunnelling.

Key Words : Optimum Design, Smooth Blasting, Tunnelling,
Drilling Precision

1. まえがき

最近、最適化理論を各種の設計問題に適用し、より合理的な設計を目指す試みが数多く行われている。特に、最適化手法は構造設計の分野で多く用いられ、設計の合理化に大きく寄与している。それに対して、岩盤工学における応用に関してはほとんどその例を見ない。それは岩盤自体の諸特性が不明確で、設計時に各種の定数が明らかでない場合が多い上、施工に伴う各種のデータが得られ難かった点が、最適化手法の適用に障害となっていると考えられる。しかし、最近岩盤工学の分野においても実施工に各種のロボットや計測機器が導入され、データの入手が容易になりつつある。

本研究は岩盤工学の一分野であるトンネルの発破におけるスムーズブラスティング（以下SBと呼ぶ）孔の設計に最適化手法を適用し、その設計の合理化、実施工における応用に関して実測データを基に論じたものである。SBの最適化に関しては、削孔機器との関連が非常に大きいため、削孔ロボットおよび通常の手動式ジャンボを用いた場合の両者について検討を行った。

2. トンネルのスムーズブラスティングの最適化問題としての定式化

(1) 最適化問題としての定式化

トンネルの上半掘削の一般図を図-1に示す。ここでは断面が半円状であるSLより上部のみを考察の対象

* 工博 山口大学教授 工学部土木工学科

** 間組 企画部 主査

*** 間組 土木本部設計部

**** 工博 山口大学教授 工学部建設工学科

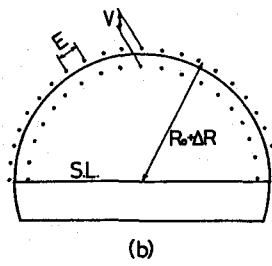
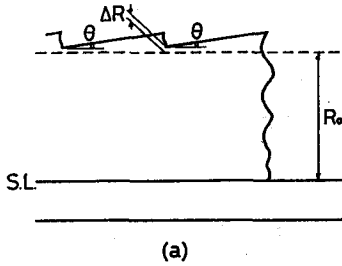


図-1 トンネルの上半掘削一般図

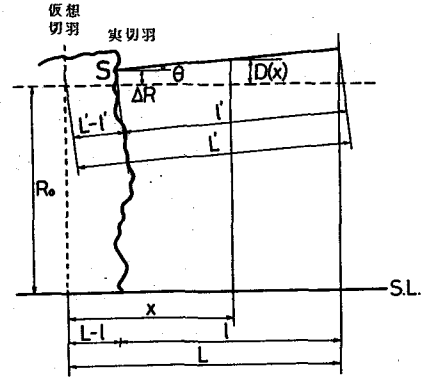


図-2 削孔ロボットによる削孔状況

とする。ここで R_0 は最小限必要な掘削半径で、必要空間に所定のコンクリート巻厚、吹付けコンクリート厚を加えたものである。これ以下の掘削が当りになり、これ以上掘削した場合余掘りとなる。

SB孔設計の最適化を考える場合、制御できる設計変数について検討する必要がある。従来のSBの研究においては図-1(b)に示す最外周の孔間隔(E)や抵抗線距離(V)、薬量(W)について検討したことが多い。これらは主として発破技術としてのSBに大きな影響を及ぼす要因と考えられる。それに対しここで対象とするのは、当り、余掘りの確率をも含めたSB孔設計の最適化による総費用の最小化である。SB結果の良否により経費として大きく影響を受けるのは当り取りの費用と余掘りを埋めるための余分に必要となるコンクリートの費用と考えられる。これらのことより、図-1(a)に示す切羽において削孔のためにスプレーで描く円周の半径 $R = R_0 + \Delta R$ とさし角 θ を設計変数とし、上記の当り取り費用と余分に必要となるコンクリート費用の和を目的関数とした最適化問題として以下のように定式化する¹⁾。

設計変数 $\Delta R, \theta$

目的関数 $C_T = (C_A \cdot P_A \cdot A_A + C_B \cdot V) / L_c \rightarrow \min$ (1)

制約条件 $P_c \leq P_{0.0}$

ここに、 C_T は掘削長1m当りの総費用、 C_A は 1m^2 の当りを除去するに必要な費用、 P_A は1サイクルにおける平均の当りになる確率、 A_A は1サイクルの壁面の延面積、 C_B はコンクリート 1m^3 の費用、 V は1サイクルの余掘り量、 L_c は1サイクルの進行長、 P_c はドリフターの作業性に関する当りの確率、 $P_{0.0}$ はドリフターの作業性に関する当りの許容確率である。

(2) 当りの確率と余掘り量の定式化

a) トンネル軸方向の断面形状

図-2に本研究で用いた削孔ロボットによる削孔状況を示す。削孔ロボットを用いた削孔は、仮想切羽でさし角 θ が自動設定され、削孔開始位置(図-2のS点)にブームを移動後、自動的に削孔される。削孔される長さは、仮想切羽から有効ロッド長分である。この時、仮想切羽から $x\text{cm}$ 離れた断面において、最小掘削半径 R_0 と実掘削半径との差 $D(x)$ は θ が小さい領域で、 $\tan \theta = 0.01754\theta = b\theta$ 、 $\cos \theta \approx 1$ より次式となる。

$$D(x) = \Delta R + (x - L) b \theta + b l \theta \quad (2)$$

b) 当りの確率 P_A および余掘り量 V の定式化

$l, \theta, \Delta R$ は各々独立な確率変数とすると $D(x)$ の平均値 $\bar{D}(x)$ および標準偏差 $\sigma(x)$ は次式となる。

$$\bar{D}(x) = \Delta \bar{R} + (x - L) b \bar{\theta} + b l \bar{\theta} \quad (3)$$

$$\sigma^2(x) = \sigma_R^2 + (x - L)^2 b^2 \sigma_\theta^2 + b^2 \{ (\sigma_l^2 + \bar{l}^2) (\sigma_\theta^2 + \bar{\theta}^2) - \bar{l}^2 \bar{\theta}^2 \} \quad (4)$$

ここに、 $\Delta \bar{R}$, $\bar{\theta}$, $\bar{l}$ は各々 ΔR , θ , l の平均値、 σ_R , σ_θ , σ_l は ΔR , θ , l の標準偏差である。 ΔR , θ , l および $D(x)$ に関しては実測の結果、ほぼ正規分布で近似できると考えられる¹⁾。そこで、 $D(x)$ を正規分布と考え、その平均値、標準偏差は式(3),(4)で評価できるとすると、 x の位置において $D(x)$ が y となる確率密度関数 $f_D(x, y)$ は次式で表される。

$$f_D(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma(x)} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{y - \bar{D}(x)}{\sigma(x)} \right)^2 \right\} \quad (5)$$

当りを $y < 0$ と考えれば、1サイクルでの当りの確率の平均値 P_a は次式で求められる。

$$P_a = \int_{L-L}^L \int_{-\infty}^0 f_D(x, y) dx dy / l \quad (6)$$

式(6)により求めた当りの確率は実測結果とよく合うことが明らかにされている¹⁾。また、別の現場においても同様な測定を行った結果も、実測結果とよく合致し、式(6)で当りの確率を求めても何ら問題がないと考えられる。

1サイクル当りの余掘り量 V は SL より上部のみを対象として考える場合次式で表現される。

$$V = \int_{L-L}^L \frac{\pi}{2} [\{ R_0 + \bar{D}(x) \}^2 - R_0^2] dx \quad (7)$$

c) ドリフターの作業性を考慮した当りの確率 P_c の定式化

削孔ロボットを用いて削孔する場合、ドリフターが後方から順に前方に移動し削孔する。この時、ドリフターが地山に接触せずに削孔が可能となる作業性を確保するため、ロッドの軸線と岩盤との間に15cm程度の距離を置く必要がある。実際の削孔では、上記の作業性に問題があると、削孔ロボットを半自動にして作業性に問題がない位置で削孔を行うことが多い。しかし作業性が問題となる頻度が多くなると削孔ロボットを用いた自動削孔そのものに意味がなくなり、かつ作業も煩雑となって設計パターンを変更することになる。従ってドリフターの作業性を考慮した当りの確率 P_c はある許容確率 P_{c0} の制約を受け

$$P_c < P_{c0} \quad (8)$$

となる。また、このドリフターの作業性を考慮した当りの確率 P_c は次式で表される。

$$P_c = \int_{-\infty}^{15} f_D(L, y) dy \quad (9)$$

3. 当り除去費用の算出

式(1)で示した最適化問題を解くにあたり、最も問題となるのが当り除去費用である C_a の見積りである。 C_a の見積りに際し、直接工費は比較的簡単に求めることができるが、当り部が多く、当り取りのために工期が遅れる場合、その効果を積算することは非常に難しい。ここでは、発破を用いた当り取りに要する直接工費に加え、工期に影響する場合の間接工費の算出を試みる。

(1) 直接工費の算出

a) A現場における結果

A現場において、SBによる掘削後断面測定機により精密な断面測定を行った結果、本研究で検討の対象とした12スパン126mの区間で SL より上部の壁面面積の約16%である348 m^2 に当りが生じていた。この当り取りに要した費用の内訳を表-1に示す。当り取りに10日を要し、計1,416,400円の費用がかかった。

次に当りを取る場合、当りの厚みだけを除去するのが理想であるがそれは事実上困難であり、実際上は当り部以上に岩盤を除去することになる。この当りを除去することにより余掘りとなった量を断面測定結果等より求めると86.8 m^3 であり、これにコンクリートの単価12,700円/ m^3 を掛け合わせると、当りを除去することにより余掘りとなり、その結果余分に必要となるコンクリートの費用は1,102,360円となる。結局、壁面1 m^2 の当りを取ることに要する費用は上記の1,416,400円と1,102,360円を加えた2,518,760円を当り部面積である348 m^2 で除した7,238円/ m^2 であった。

b) B現場における結果

当り取りに要した直接工費を表-2に示す。この時の区間延長は85m, 当り部の面積は262.3㎡であった。当り取りは断面測定結果に基づき, 吹付けコンクリート面にマーキングを行った後に削孔・発破にて当り取りを行い, その後再吹付けを行った。この当り取りには3方を要し, 表-2に示すように1,655,195円の費用がかかった。

既に述べたように, 当りを取る場合当りの厚みだけを除去するのが理想であるが, それは事実上不可能であり, 実際上は当り部以上に岩盤を除去することになる。この当り部以上に除去した量を測定した結果, 17.4㎡となった。これにコンクリート単価14,000円/㎡を掛け合わせると, 余分に必要となるコンクリートの費用は244,020円となる。

以上から, 1㎡の当りを除去するのに要する費用は7,241円/㎡となる。A, B両現場における結果はほぼ等しい解となり, 7,240円/㎡程度が当り取りに要する直接工費と考えられる。

(2) 間接工費の算出

以上の計算結果は当り除去に要した直接的経費のみであり, 工事の進行や能率性は全く考慮していない。

当り取りが工期面に影響を与える場合の金額を算出するために, B現場において1ヶ月当りに要する間接工費を算出した。結果を表-3に示す。各費用の項目は, 現場の機械・仮設備・仮設建設物費およびその他の現場経費を示している。表-3より1ヶ月当り30,149,524円となり, 1方当りの費用としては1ヶ月当りの稼動日数22日, 1日2方とすると, 全て工期に影響する場合は685,216円/方となる。

上記の結果を基に, 間接工費を考慮した場合の当り取りに要する費用を求めると, 工期に影響する場合は15,079円/㎡となり, 直接費用との比率では2.08倍となる。

A現場においては, 間接工費の見積りは行わず, 工期

表-1 当り取りに要した直接工費 (A現場)

分類 費用	内 訳	単 価	数 量	費 用
労 務 費	—	17,000円/人	32人	544,000
材 料 費	爆 薬	800円/kg	23kg	18,400
	雷 管	200円/本	230本	46,000
	吹付けコンクリート	14,000円/㎡	52㎡	728,000
	消耗品	10,000円	1式	10,000
機械使用料	コンプレッサー	6,000円/日	10日	60,000
	レッグドリル	10,000円	1式	10,000
合 計				1,418,400

表-2 当り取りに要した直接工費 (B現場)

分類 費用	内 訳	単 価	数 量	費 用
労 務 費	—	90,000円/方	3方	270,000
材 料 費	雷管・爆薬	200円/個	500個	100,000
	ビット・ロッド	500円/㎡	17.43㎡	8,715
	吹付けコンクリート	3,500円/㎡	262.28㎡	917,980
機械使用料	ブレーカ使用料	70,000円/方	3方	210,000
	油圧ジャンボ	38,000円/方	3方	114,000
	パワーショベル	7,000円/方	3方	21,000
	ずり出しダンプ	4,500円/方	3方	13,500
合 計				1,655,195

表-3 1ヶ月当りのB現場における間接工費

項 目	金 額	項 目	金 額
仮設建物費	401,000	安全対策費	290,000
仮設備資	1,853,000	現場経費	8,668,667
機械等経費	413,000	現場経費計	8,958,667
機械工具費	1,388,000		
機械損料	4,700,000		
技能員給与	735,000		
動力光熱費	2,590,000	総 経 費	21,104,667
運搬費	49,000	技術経費 一般管理費	9,044,857
物品保管費	21,000		
間接費計	12,148,000	総 計	30,149,524

面での影響を工費として換算する際に熟練技術者の判断により当りの費用として直接工費の1.6倍と2.0倍を考慮し、実際的には2.0倍程度になると考えた¹⁾。これに対し、現場での厳密な費用の算定結果からは、直接工費に対し工期に影響する場合は2.0倍程度となり、熟練技術者の判断がほぼ正しかったことが明らかになった。

従って、当り取り費用の算出を行う場合は、工期に大きく影響すると考えた場合は、直接工費を求めたものの2.0倍程度と考え、コスト最小化の検討をすれば良いことになると考えられる。

4. 最適化結果及び考察

トンネルのSB孔の最適化を行う場合、削孔に用いる削孔機の性能が設計変数の決定に大きく関係する。従来の手動式削孔機の場合、さし角 θ は自動設定できず作業員の経験に任されることになる。さし角を指示することは可能であるが、作業員がその指示を守るかどうかは明かでない。また、作業員は指示を守る意思があったとしても、現場で指示された通りのさし角になっていたかどうか不明かでない。そのため、用いた削孔機により設計変数が異なることになる。ここではさし角の自動設定が可能な削孔ロボットを用いた場合と、一般の手動式削孔機を用いた場合に分けて最適化を試みる。

(1) 削孔ロボットを用いた場合の最適化(2変数問題)

ΔR および θ を設計変数とし、最適化サブルーチンCOPEs²⁾を用いて最適設計を行った結果を表-4に示す。表-4の中で実験No.とあるのは、削孔精度が異なった実験を3種行った結果のデータを用いて計算を行ったことを示す。なお、 $P_{0.0}$ としては0.35を用いた。これは現場において削孔予定位置の1/3程度で削孔が難しくなれば、作業性から見て設計変更を行うことから定めたものである。設計変数以外の変数は実験番号毎に表-5に示した実測値を用いた。

表-4の最適コストは最適化の結果求めた ΔR_{opt} 、 θ_{opt} の値を用いて計算されたコストであり、実績計算コストは実施工で行われた表-5に示す ΔR 、 θ の値を用いて計算したコストである。差は最適コストと実績計算コストの差を%で示している。なお、表-4の最適解はいずれも式(8)の制約がアクティブとなった解である。

表-4から次のような考察が行える。 C_a の値のいかんにかかわらず実験1、2、3の順に最適コストが小さくなっている。実験1、2、3では ΔR の値およびビットの口切り位置の精度の向上を順に意図しているが¹⁾³⁾、結果としてその順にコストが下がっている。このことは本研究で試みた程度に削孔精度を上げるだけで、6.5~9.5%ものSBに関するコスト低減が可能であることを示している。

当り取り費用として、工期に影響を及ぼすと考えたケース2の $C_a=14,480$ 円/m²の場合、実験番号にかか

表-4 2変数の場合の最適化計算結果

ケース	C_a (円/m ²)	実験 No.	ΔR_{opt} (cm)	θ_{opt} (度)	最適コスト (円/m)			実績計算 コスト (円/m)	差 (%)
					当り取り コスト	余分に必要となる コンクリートコスト	合計		
1	7,240	1	3.07	5.15	22,158	91,213	113,371	116,655	2.9
		2	3.53	4.80	18,128	91,822	109,950	128,735	15.7
		3	3.58	4.58	15,252	91,226	106,478	110,711	4.0
2	14,480	1	11.15	5.21	17,359	108,431	126,790	138,933	9.6
		2	10.23	4.55	14,474	106,496	120,970	132,009	9.1
		3	9.21	4.52	12,383	103,423	115,816	127,555	10.1

わらず最適コストと実績コストには約10%程度差がある。すなわち、本報で示した最適化により、平均10%程度のコスト削減が可能であることを示している。また実験1の実績計算コスト138,933円/㎡と実験3の最適コスト115,816円/㎡を比べると、約20%最適コストの方が小さい。上で述べた削孔精度を上げることと最適化を行うことによって、当り取りと余分に必要となるコンクリート費用を20%近く削減できる可能性のあることがわかる。

ケース1, 2の ΔR_{opt} , θ_{opt} の値を見ると、いずれも ΔR_{opt} の値が表-5に示す実施工より大きく、 θ_{opt} の値は小さい。すなわち、切羽に描く円の半径をより大きくし、かつさし角 θ は小さい方が最適であることがわかる。また、その状況はケース1よりケース2の方が顕著である。すなわち、当り取り費用が大きくなると、さし角 θ を大きくするのではなく、 ΔR を大きくすることによって当りになる確率を小さくする方が有利であることを示している。このことは可能ならば平行削孔が有利であることを意味する。しかし、実際上はPcで表現されるドリフターの作業性面からの制約があり、これを避けるため5度前後のさし角をとるのが最適解と考えられる。以上の結果から、さし角は次サイクルの削孔に関する作業性が確保できる必要最小限の角度とし、 ΔR の値をうまく制御する方がコスト削減に結び付くことを示している。

(2) 従来の手動式ジャンボを用いた場合の最適化 (1変数問題)

(1)の最適化では設計変数として、 ΔR と θ を用いたが、ここで用いた手動式削孔機ではさし角 θ を自動設定できず、作業員の経験に任せざるを得ない。

ここでは θ として7°を指定しているが、D(x)を実測した結果、削孔結果のばらつきは大きく、この主要原因として θ がばらついていると考えられる。そのため、この検討では θ を設計変数から除いている。また、 θ がばらつくことにより結果としてDがばらつくが、このDのばらつきを示す σ として、実測値の平均値である $\sigma=14.5\text{cm}$ を用いた。

これに対し、 ΔR はマーキング装置により任意に設定することが可能で、かつ、実施工でもスプレーマーキング上から削孔をはじめればよい制御は可能である。表-6に ΔR を設計変数と考えて1変数最適化を行った結果の ΔR_{opt} および最適コストを示す。

ケース1は、 C_0 として直接工費のみを考えた場合であるが、実績コストと最適コストはほとんど同じである。また ΔR_{opt} の値はほぼゼロとなる。これは当り取りの費用が小さいため、当りが少々多くなっても、余掘りを小さくした方が、コストを小さくできることを意味する。これに対し、当り取りコストが高くなれば当りが小さくなる方が有利であり、 ΔR を大きくすることによって総コストは小さくなると考えられる。最

表-5 実験番号毎の3要因の平均値と標準偏差

実験番号	1	2	3
$\bar{I}$	253.5cm	257.4cm	269.5cm
σ_I	22.3cm	18.2cm	18.5cm
$\bar{\theta}$	7.64°	7.37°	6.74°
σ_θ	1.23°	0.85°	0.87°
$\Delta \bar{R}$	(-0.376cm)	12.60cm	0.27cm
σ_R	(11.04cm)	10.22cm	8.30cm

表-6 1変数の場合の最適化計算結果

			ケース1	ケース2
当り取り費用 (円)			7,240	14,480
平均余掘り厚 (cm)			12.2	12.2
実績コスト (円)			48,021	70,081
最適コスト おとよ び比 実績	$\sigma=14.5$ (cm)	ΔR_{opt} (cm)	-0.3	8.7
		最適コスト(円)	47,905	60,871
		コスト差 (%)	0.2	13.1
	$\sigma=10.0$ (cm)	ΔR_{opt} (cm)	-0.3	4.7
		最適コスト(円)	38,199	45,985
		コスト差 (%)	20.5	34.4
	$\sigma=8.0$ (cm)	ΔR_{opt} (cm)	-1.3	2.7
		最適コスト(円)	32,629	38,535
		コスト差 (%)	32.1	45.0

適化の結果もこれと同じく、ケース1では ΔR_{opt} が負の値、ケース2では8.7cmと大きくなっている。

表-6のコスト差は実績コストと最適コストの差を百分率で示している。いずれも最適コストの方が実績コストより小さい。当たり取り費用として直接経費のみを考慮したケース1では、既に述べたように ΔR_{opt} が非常に小さい。 ΔR_{opt} を小さくして当たりが多くなっても当たり取りコストが低いため、総コストはあまり大きくならず、反面余掘り量を減少させることが大きく総コストを減少させるためであろう。当たり取り費用が大きくなるケース2ではケース1と異なり ΔR_{opt} の値が大きくなり、最適コストが実績コストよりかなり小さくなっている。すなわち、 $\sigma=14.5\text{cm}$ の条件下では当りの確率にある最適値のあることがわかる。その結果が表-6の ΔR_{opt} である。

表-6の $\sigma=10.0\text{cm}$ の欄はさし角 θ をうまく制御でき、削孔精度が上がったと考えた場合の結果である。既に述べたように本実験では手動式削孔機を用いたため、さし角 θ の制御は非常に難しく、結果的に θ が大きくばらついたと考えられる。しかし、手動式削孔機の中にもさし角調整機能を有した機種もあり、このような手動式削孔機を用いた場合削孔精度を大きく向上させることは可能と考えられる。この $\sigma=10.0\text{cm}$ の場合は $\sigma=14.5\text{cm}$ の場合に比べて ΔR_{opt} が少し小さくなり、コスト差（実績コストとの差）は20～35%程度と大きくなっている。すなわち、削孔精度 σ を $\sigma=14.5\text{cm}$ から $\sigma=10.0\text{cm}$ へ上げるだけで、平均的に20%以上コストを下げられる可能性があることがわかる。

さらに削孔精度が上がった場合として、 $\sigma=8.0\text{cm}$ の計算結果を次の欄に示す。実績コストに比べると、32～45%ものコストを減少させられることがわかる。また、 ΔR_{opt} は $\sigma=14.5\text{cm}$ の場合よりかなり小さく、ケース2の場合はわずか3cm程度となっている。削孔精度（この場合さし角制御）が上がれば、ほぼ削孔予定半径どおりに削孔すればコストが最も少なくなることがわかる。

これらの結果を見てもわかるように、コストを大きく減少させるには削孔精度を上げること、すなわち第2段階のSB³⁾が非常に重要であることがわかる。すでに何度か述べたように、 ΔR はマーキング装置の改良により精度を大きく向上させることが可能であるが、現在の手動式削孔機ではさし角 θ の精度は作業員個々人の技術に任されている。トンネルのSBにおいてはさし角をいかに制御するかが現状では最も重要であり、簡単にさし角制御ができる削孔機の開発が何より望まれるといえる。

5. あとがき

本研究において従来ほとんど試みられなかった岩盤工学の一分野であるトンネルのSB孔設計における最適化手法の応用を試みた。本研究の結果、トンネルのSB孔設計のようなばらつきが大きく従来経験的にしか行われてこなかった問題に対しても最適化手法を適用することにより、大幅なコスト改善が可能であることを明らかにした。しかし、トンネルの実施工を考えた場合、利用できる削孔機の性能の差や作業員の能力および協力度により結果が大きく左右される。作業員の能力に関係なく、かつさし角調整機能を有した安価な削孔機の開発が、SB孔設計の最適化では重要な鍵となると考えられる。このような削孔機が開発され、各現場に導入されれば、本研究で試みたような最適化を各現場で簡単に行うことが可能になると考えられる。それにより、経済的な施工が行えると共に、建設業の合理化に大きく寄与できると考えられる。

参考文献

- 1) 古川浩平・吉見憲一・瀬戸口博昭・中川浩二：硬岩トンネルのスムーズプラスティング孔設計の最適化に関する研究，土木学会論文集，第379号，pp.107-115，1987年。
- 2) Madsen, L.E. and Vanderplaats, G.N. : COPES-A FORTRAN CONTROL PROGRAM FOR ENGINEERING SYNTHESIS, Users Manual, Naval Postgraduate School, Monterey, March, 1982.
- 3) 中川浩二・古川浩平・鈴木宏平・吉見憲一：削孔ロボットを用いた硬岩トンネルのスムーズプラスティングに関する研究，土木学会論文集，第367号，pp.52-61，1986年。