

(17) 柔軟宇宙構造物と制御系の同時最適化の一試み¹

AN ATTEMPT FOR THE INTEGRATED OPTIMIZATION OF FLEXIBLE SPACE STRUCTURE AND ITS CONTROLLER

小野田淳次郎* 渡辺直行**

Junjiro ONODA, Naoyuki WATANABE

A direct numerical optimization approach for the design of an optimal controller, composed of a regulator and an observer, is proposed for the integrated structure/controller optimization of flexible spacecraft. Since the approach takes into account the uncontrolled residual modes, it will not only optimize them based on an actual performance index affected by the residual modes but also suppresses the spillover instability. The approach is applied to the design of a controller for a simply supported beam, and the characteristics of the resulting system are investigated. The example demonstrates that the resulting controller is stable even when LQG controller is unstable. The approach is subsequently incorporated into a structure/controller simultaneous optimization scheme and applied to the design of a beam-like flexible spacecraft. The results demonstrate the effectiveness of the proposed approach, the importance of taking into account the effects of the residual modes, and the advantage of the simultaneous optimization.

Key Words: Active Vibration Control, Integrated Optimization, Spill Over

1. 序

柔軟宇宙構造物の能動振動制御に於て、構造物の自由度は多数（あるいは無限）なのに、搭載コンピュータの能力には限界があるので、高次モードの打ち切りが必要となるのが普通である。しかし、省略された残余モードの為に性能が大きく影響を受け、制御系がオブザーバを含む場合にはスピルオーバー不安定さを生じ得ることが良く知られている。

構造と制御系を有効に協力させて能動振動制御を行うには、構造と制御系の双方を含む系についての同時最適化が重要と考えられ、近年多くの研究が報告されている²⁻⁵。その多くではLQR制御系が用いられているが、その何れに於いても、現実にはオブザーバなどにより推定しなくてはならない状態量を、完全に知り得るものと仮定している上、残余モードが考慮されていない。この様な仮定は数学モデルからスピルオーバー不安定などの残余モードの悪影響を不当に排除するもので、構造/制御系の同時最適化に当たっては、オブザーバと残余モードを数学モデルに含め、スピルオーバー不安定などの生じない制御系の設計法の導入が重要と考えられる。

残余モードのパラメタ情報を有効に用いて、その影響を抑えた制御系の設計を行う手法に関しても多くの研究が報告されているが不十分であり、これらに代わる制御系設計手法として、残余モードの影響をも

* 工博 宇宙科学研究所助教授

** 工博 宇宙科学研究所助手

取り入れた目的関数を最小とする利得値を数値計算により直接的に捜す方法が考えられる。この場合、残余モードの影響を自由に目的関数に組み込めるので、スピルオーバー不安定などをできるだけ抑えた制御系が得られるものと期待できる他、残余モードの影響をも含めた真の性能に基づき最適化が行える利点がある。反面、数値計算により非線形最適化問題を解かなくてはならなくなり、計算量が膨大となり得る欠点がある。しかし、構造と制御系の同時最適化を考える以上、制御系の設計手法に拘らず、構造最適化の為に元々何等かの数値的非線形最適化手法の適用はほとんど不可避なのが実状なので、この欠点は構造と制御系の同時最適化問題への適用を前提とする限り希釈されるものと考えられる。

従って本報告では、上記直接的最適化手法による構造とオブザーバを含む制御系の同時最適化手法を提案しその有効性を吟味するものである。

2. 系の構成

ここでは、構造の特性は n_1 個の制御モードと n_2 個の残余モードで十分に記述できるものと仮定し、次式で与えられる系を考える。

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u + w_{11} \quad \dots (1) \quad \dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 u + w_{12} \quad \dots (2)$$

$$y = C_1 x_1 + C_2 x_2 + w_2 \quad \dots (3) \quad \hat{\dot{x}}_1 = A_1 \hat{x}_1 + B_1 u + K(y - C_1 \hat{x}_1) \quad \dots (4)$$

$$u = -G \hat{x}_1 \quad \dots (5)$$

ここに、 x_1 は制御される n_1 個のモードの状態量ベクトル、 x_2 は制御されない n_2 個の残余モードの状態量ベクトル、 $\hat{x}_1$ は x_1 の推定値、 u は制御力、 y は観測値、 w_{11} , w_{12} , w_2 は白色雑音、 G は制御利得、 K はオブザーバ利得を各々示す。更に、性能指標 J_1 、応答指標 γ 、及び制御努力 C_E を以下のよう

$$J_1 = \gamma + C_E \quad \dots (6) \quad C_E = E[u^T R u] \quad \dots (8)$$

$$\gamma = E[x_1^T Q_{11} x_1 + x_1^T Q_{12} x_2 + x_2^T Q_{12}^T x_1 + x_2^T Q_{22} x_2], \quad \dots (7)$$

ここに、 Q 及び R は重み付けマトリクス、 $E[\]$ は期待値をそれぞれ示す。

3. 制御系の最適設計

構造と制御系の同時最適化について考える前に、先ず、本法による制御系のみの最適化について述べ、得られる制御系の特性について吟味する。制御系のみの設計の場合、本手法は J_1 を最小にする G と K の値を数値的に求めるものであり、本報告では NEWSUMT-A プログラム⁶により実行する。 J_1 の値は

$$J_1 = \text{tr}[PV] \quad \dots (9) \quad \text{により求められる。ここに、} P \text{ は}$$

$$PA + A^T P + Q = 0 \quad \dots (10) \quad \text{の解であり、}$$

$$V \delta(\tau) = \begin{pmatrix} v_{11}^T & v_{12} & 0 \\ v_{12}^T & v_{22} & 0 \\ 0 & 0 & v_2 \end{pmatrix} \delta(\tau) \\ = E[(w_{11}(t)^T, w_{12}(t)^T, w_2(t)^T K^T)^T (w_{11}(t-\tau)^T, w_{12}(t-\tau)^T, w_2(t-\tau)^T K^T)^T] \dots (11)$$

$$Q = \begin{pmatrix} Q_{11}^T & Q_{12} & 0 \\ Q_{12}^T & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & G^T R G \end{pmatrix} \quad \dots (12) \quad A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & -B_1 G \\ 0 & A_2 & -B_2 G \\ K C_1 & K C_2 & A_1 - B_1 G - K C_1 \end{pmatrix} \quad \dots (13)$$

である。以上をここでは 手法1 と呼ぶこととする。これに加えて、固有値の実部を小さくして安定余裕を確保する為に、目的関数 $J_1' = (1 + \epsilon \sum_i h[\text{Re}(\lambda_i) - r^*]) J_1 \dots (14)$ を用いる 手法2 をも吟味する。ここに λ_i は閉ループ固有値、 r^* 及び ϵ は各々負及び正の定数であり、 $h[z] = \begin{cases} z & \text{if } z \geq 0 \\ 0 & \text{if } z < 0 \end{cases} \dots (15)$ である。

4. 単純支持梁の例

上記制御系最適設計手法により得られる系の特性を調べるために、第1図の様な梁の制御系を設計し、その性能を吟味した。更に、得られる系のロバストネスを吟味するために、得られた系の構造パラメタ(1)~(3)式の $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$, 及び K, G の各非零要素)を $\pm 10\%$ 変化させて系の安定性と J_1 の最大増加量を調べた。表1は数値計算例に使用したパラメタ値を示す。ここに、 V_{11}, V_{22}, V_2 はそれぞれ w_{11}, w_{12}, w_2 の強度マトリクスである。表1に示した例に対して、LQG法(ここでは残余モードを無視し、 n_1 個のモードのみ考慮してLQG法を適用することを意味する)、本手法1及び2、及びFULL-ORDER LQG法(ここでは数学モデル中の全てのモード即ち $n_1 + n_2$ 個のモードを全て制御モードとしてLQG法を適用することを意味する)を用いて制御系を設計し、結果を吟味した。その結果、LQG制御系はスピルオーバーの為に不安定であったが、本法1、2、及びFULL-ORDER LQG法によれば安定な制御系が得られた。得られた系の性能指標 J_1 を n_1 次LQR制御系の性能指標 J_L で無次元化して表2に示す。同表に見るようにその値には大きな差異は見られず、本法によれば低次元制御系であるにも拘らずFULL-ORDER LQGと殆ど変わらない性能が得られている。パラメタ感度解析の結果、FULL-ORDER LQG制御系は4次モード剛性変化に極めて敏感で、安定余裕が極めて小さいことが判明した。また、本手法1による制御系設計に際して、繰り返し計算を比較的早期に打ち切ると、時として、 J_1 の値は最終値に大変近いにも拘らず安定余裕の少ない系が得られることが有るので、手法2が安全であることが判明した。

第2図は(8)式中の R の値を変え、LQG法及び本法1により得られる系の応答指標と制御努力の関係をそれぞれプロットしたものである。同図は、LQG制御系ではたとえ制御努力を惜しまずともスピルオーバー不安定のために高精度制御が不可能であるが、本法の制御系によれば応答の大きさを遙かに小さい値に抑えることが出来ることを示している。

5. 構造と制御系の同時最適化

構造と制御系に対する要求条件は、与えられた擾乱(w_{11}, w_{12}, w_2)に対する応答 γ を許容値 γ^* 以下に抑えることとし、最小化すべきは広い意味での構造と制御系のコストの総和とする³⁾。ここでは、総コストは $J_2 = C_E + (\text{normalized structural mass}) \cdots (16)$ で近似する。ここに、 α は制御系のコストから定まる定数である。以上から本最適化問題は $g_2 = \gamma^* - \gamma \geq 0, \cdots (17)$ の拘束条件の下に、 J_2 を最小化する G, K 及び構造設計変数の値を求めることである。以上は前節で述べた手法1に対応するもので、ここでも手法1と呼ぶ。手法2は(14)式と同様に変形した目的関数

$$J_2' = (1 + \epsilon \sum_i h_i [\operatorname{Re}(\lambda_i) - r^*]) J_2, \cdots (18) \text{を用いるものである。}$$

6. 梁型宇宙飛翔体

柔軟宇宙飛翔体の構造と制御系の同時最適化に上記の手法が有効に適用できることを示すために、梁型の飛翔体を第3図に示す様な両端自由の梁で近似し、その最適化を考える。飛翔体は対称で、単位長さ当りの質量 ρ_P の様に分布したペイロードを搭載し、トルクアクチュエータと角度センサが中央に搭載されている(即ち u はトルク、 y は角度信号)。構造の断面積は等幅階段状に変化しているものとし、 i 番目の区間の無次元断面積を f_i とする。曲げ剛性は $EI_i = EI_N f_i \cdots (19)$ 、単位長さ当りの総質量は

$$\rho_i = \rho_P (1 + \rho_i) \cdots (20) \text{で、宇宙飛翔体は単位長さ当りの擾乱力}$$

$$f_D(x, t) = \sqrt{3}(x/L)\rho(x)f_w(t) + (|x| - L)\operatorname{sign}(x)f_t(t) \cdots (21) \text{に晒されるものとする。ここに、}$$

$f_w(t)$ 及び $f_t(t)$ は各々強度 V_w 及び $0.01V_w$ の無相関白色雑音で $\text{sign}(z) = \begin{cases} 1 & \text{if } z \geq 0 \\ -1 & \text{if } z < 0 \end{cases} \dots(22)$

である。宇宙飛翔体は対称で、擾乱が逆対称なので、逆対称モードのみ、

しかも、構造物の半分の部分のみ考える。以下の数値例では J_2 を $J_2 = \alpha C_E + \sum_{i=1}^{n_s} \xi_i / n_s \dots(23)$ で近似し、構造設計パラメタは ξ_i のみとする。ここに、 n_s は一樣構造区間数である。即ち最適化問題は(17)式の拘束条件の下に、 J_2 または J_2' を最小化する G 、 K 及び ξ_i の値を求めることである。 Q_{11} 、 Q_{12} 及び Q_{22} の値は、 γ が変位のRMSを表すように選び、その他については下記の値を用いる。

$$n_1=3, \quad n_2=2, \quad R=1, \quad \bar{V}_2=10^{-3}, \quad \xi=10^{-3}, \quad \bar{p}^*=0.5, \quad \bar{\alpha}=0.1, \quad n_s=10, \quad r^*=-0.5, \quad \epsilon=0.05$$

$$\text{ここに} \quad \bar{p}^* \equiv \gamma^* EI_N^{3/2} \rho_P^{1/2} / (V_w L^6) \quad \dots(24) \quad \bar{\alpha} \equiv \alpha V_w L^5 EI_N^{1/2} / \rho_P^{3/2} \quad \dots(25)$$

$$\bar{V}_2 \equiv V_2 EI_N^{3/2} \rho_P^{1/2} / (V_w L^4) \quad \dots(26)$$

である。

本手法1及び2により得られた結果例を表3に、その構造断面積最適分布を第4図に、パラメタ感度解析結果を表4に各々示す。ここに記号 ∞ に続く括弧内の数値は該当パラメタ値変動に関する安定余裕を示す。手法2によれば総コストは手法1に比べて18%増加するものの、固有値の実部は動きにくい1組を除き r^* 以下になっている。また表4は手法2により得られる結果の方がより不感で、安定余裕が大きいことを示している。

更に、構造と制御系の同時最適化の効果を調べるため、手法1により、構造だけの最適化と制御系だけの最適化を交互に行ってみた。総コストの履歴を第5図に示す。ここに、記号S及びGは各々構造及び制御ゲインについてのみの最適化を意味する。同図は個別最適化があまり有効ではないことを示している。

次に、構造と制御系の同時最適化に残余モードの与える影響を吟味するために、まず残余モードを数学モデルに含めずに($n_2=0$ と仮定して)構造と制御系の同時最適化を行ったところ得られた系の固有値は第5表の左欄に示すときであった。次にこの構造と制御系の特性を、残余モード2つを数学モデルに加えて評価したところ、表5右欄のような固有値を得た。同表は残余モードを無視して最適化した構造と制御系がスピルオーバーにより不安定であったことを示しており、残余モードの考慮が構造と制御系の同時最適化に重要であることを例証している。

また、LQG制御系と構造の同時最適化を試みたところ、要求条件(17)式を満たす解を得る事すら出来ず、本手法の有用性が示された。更に、全てのモードを制御するFULL-ORDERのLQG制御系と構造の同時最適化を行うことにより、総コストは本手法の約3/4にまで低減できるものの、パラメタ変動に極めて敏感である(5次モード剛性の0.5%低下が系を不安定化)ことが判った。

7. まとめ

宇宙飛翔体の構造と制御系の同時最適化法として、数値計算による直接最適化手法を提案した。本手法によれば制御しないいわゆる残余モードの影響も容易に加味出来るので、真の性能指標に基づいて最適設計ができるばかりでなく、スピルオーバー不安定の生じにくい不感系が求められることが示された。また、構造と制御系の同時最適化の有効性、残余モードを考慮することの重要性などが示された。

参考文献

1. Onoda, J., Watanabe, N., "Integrated Direct Optimization of Structure/Regulator/Observer for Large Flexible Spacecraft," AIAA 89-1313
2. Hale, A.L., Lisowski, R.J., and Dahl, W.E., "Optimal Simultaneous Structural and Control Design of Maneuvering Flexible Spacecraft," Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol.8, Jan.-Feb. 1985, pp.86-93.

3. Onoda, J. and Haftka, R.T., "An Approach to Structure/Control Simultaneous Optimization for Large Flexible Spacecraft," AIAA Journal, Vol.25, No.8, August 1987, pp.1133-1138.

4. Belvin,W.K, Park,K.C., "Structural Tailoring and Feedback Control Synthesis: An Interdisciplinary Approach," 29th SDM, AIAA 88-2206

5. Rao,S.S., Venkayya,V.B., Khot,N.S., "Game Theory Approach for the Integrated Design of Structures and Controls, AIAA Journal, Vol.26, No.4, April 1988, pp.463-469.

6. Thareja,R. and Haftka,R.T., "NEWSUMT-A: A General Purpose Program for Constrained Optimization Using Constraint Approximations," ASME Journal of Mechanics, Transmission and Automation in Design, Vol.107, March 1985, pp.94-99.

表 1 数値計算例として
用いたパラメタ値

$n_1=3, n_2=1, Q_{11}=V_{11}=\text{diagon}(\omega_1^2, \dots, \omega_{n_1}^2, \omega_1^2, \dots, \omega_{n_1}^2)$
$Q_{12}=0, Q_{22}=\text{diagon}(\omega_{n_1+1}^2, \dots, \omega_{n_1+n_2}^2, \omega_{n_1+1}^2, \dots, \omega_{n_1+n_2}^2)$
$V_{12}=V_{22}=0, \quad \zeta=10^{-4}, R=0.2, r^*=-1.0, \varepsilon=C.01$

表 2 得られた系の性能指数

	L Q G	本手法 1	本手法 2	FULL-ORDER LQG
J_1/J_L	∞	1.061	1.064	1.058

表 3 梁型宇宙飛翔体の構造／制御系
同時最適化結果例

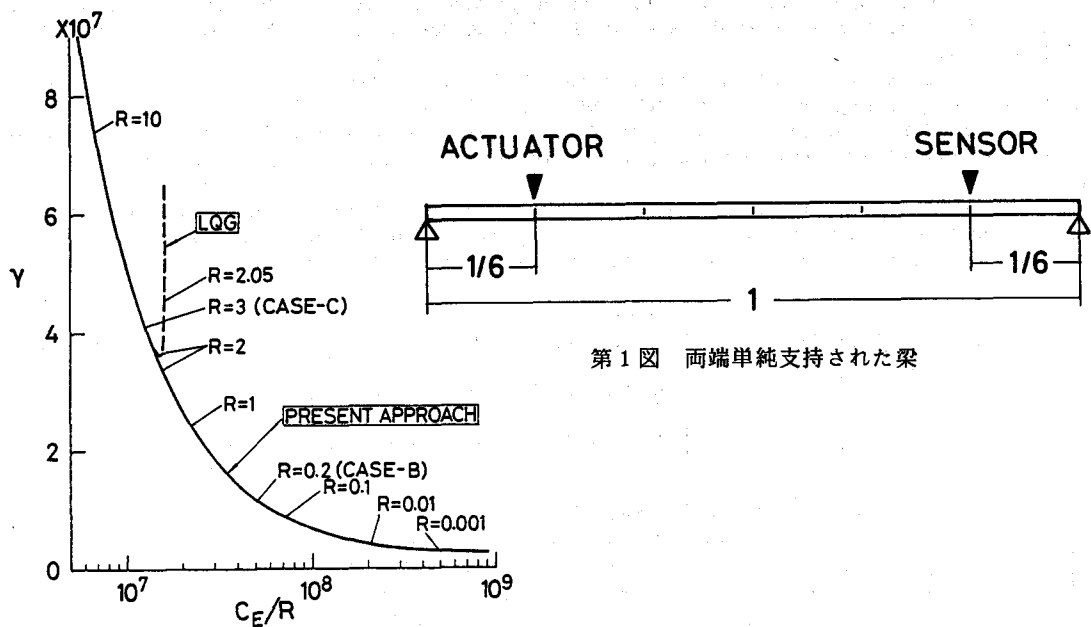
	手法 1	手法 2
TOTAL COST (J_2)	0.239	0.283
STRUCTURAL COST	0.122	0.151
CONTROL COST (αC_E)	0.116	0.132
RESPONSE INDEX (γ)	0.500	0.500
EIGENVALUES	-1.024+j1.090 -1.796+j3.450 -0.521+j5.165 -1.067+j6.095 -1.842+j11.27 -0.283+j15.30 -0.012+j32.37 -0.008+j53.70	-1.937,-11.02 -1.242+j1.487 -0.670+j4.720 -0.500+j6.591 -2.645+j11.53 -0.559+j16.26 -0.500+j35.78 -0.354+j59.49

表 4 得られた系のパラメタ値変動（5%）に対する感度

	手法 1		手法 2	
	J_2	γ	J_2	γ
Original Value	0.239	0.500	0.283	0.500
	ΔJ_2	$\Delta \gamma$	ΔJ_2	$\Delta \gamma$
Parameters				
A1(4,1)	0.0	0.0	0.0	0.0
A1(5,2)		(2.7%)	0.020	0.127
A1(6,3)	0.008	0.008	0.016	0.008
A2(3,1)	0.001	0.003	0.001	0.004
A2(4,2)	0.001	0.002	0.0	0.002
B1(4,1)	0.0	0.041	0.003	0.043
B1(5,1)	0.007	0.022	0.009	0.021
B1(6,1)	0.002	0.006	0.001	0.006
B2(3,1)	0.001	0.004	0.001	0.004
B2(4,1)	0.001	0.002	0.001	0.002
C1(1,4)	0.007	0.038	0.008	0.041
C1(1,5)	0.006	0.019	0.008	0.019
C1(1,6)	0.001	0.006	0.001	0.006
C2(1,3)	0.001	0.004	0.001	0.004
C2(1,4)	0.001	0.002	0.0	0.002
G(1,1)	0.003	0.009	0.003	0.009
G(1,2)	0.007	0.023	0.012	0.030
G(1,3)	0.014	0.044	0.016	0.043
G(1,4)	∞	∞ (3.1%)	0.004	0.020
G(1,5)	0.0	0.0	0.001	0.002
G(1,6)	∞	∞ (-3.6%)	0.002	0.011
K(1,1)	0.0	0.001	0.001	0.003
K(2,1)	0.001	0.002	0.001	0.001
K(3,1)	0.0	0.0	0.0	0.002
K(4,1)	∞	∞ (3.1%)	0.001	0.006
K(5,1)	0.0	0.0	0.0	0.0
K(6,1)	∞	∞ (-4.0%)	0.005	0.002

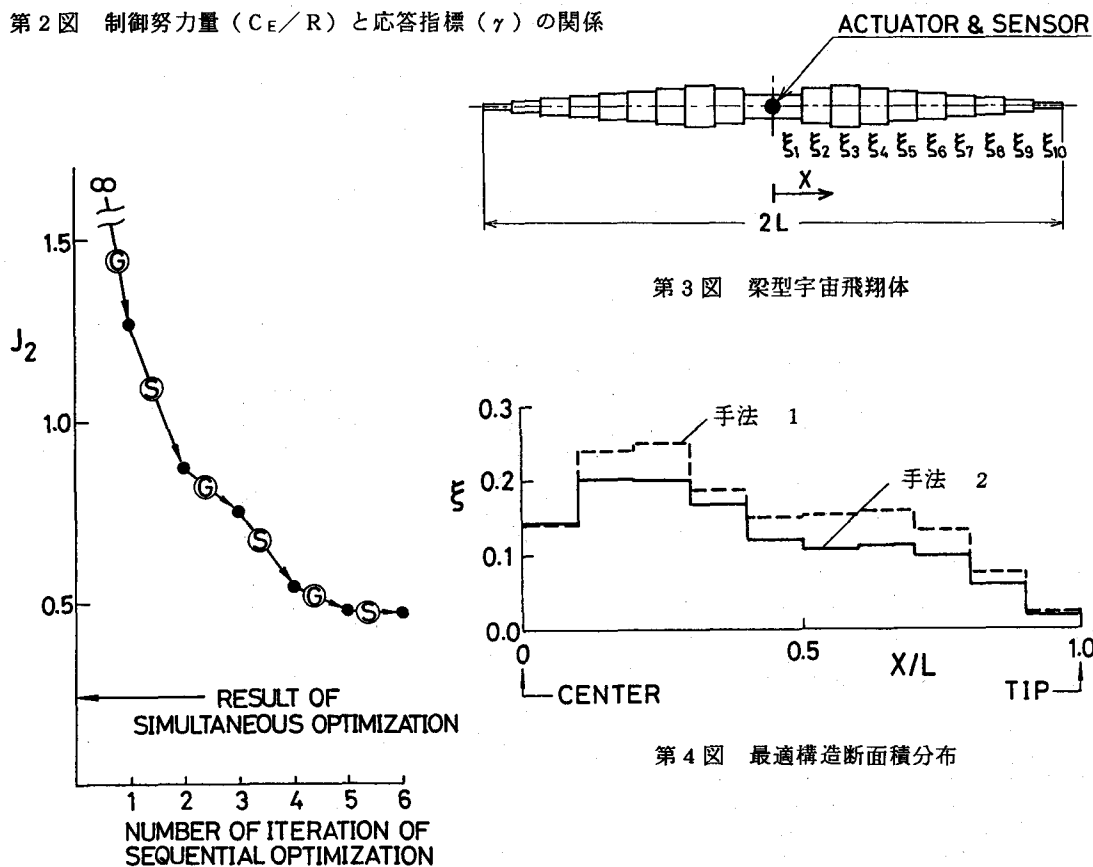
表 5 残余モードを考慮しないで
最適設計された系の固有値

WITHOUT RESIDUAL MODES	WITH RESIDUAL MODES
-0.707±1.092	-1.933, -20.75
-0.246±4.132	-0.801±1.327
-1.554±4.495	-0.507±4.510
-0.718±5.190	-0.461±5.408
-0.034±13.10	-0.048±13.75
-0.153±13.46	-0.538±14.28
	1.915±31.29
	1.714±50.04

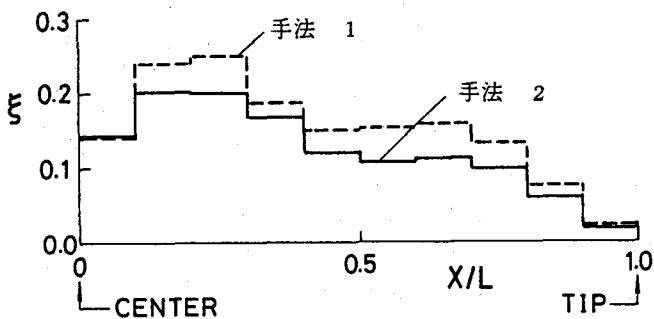


第 1 図 両端単純支持された梁

第 2 図 制御努力量 (C_E/R) と応答指標 (γ) の関係



第 3 図 梁型宇宙飛翔体



第 4 図 最適構造断面積分布

第 5 図 構造と制御系の個別最適化結果