

(5) 衝撃荷重を受けるアーチの 最適ライズ比に関する一考察

A STUDY ON THE OPTIMAL RISE RATIO OF CIRCULAR ARCH UNDER IMPACT LOADING

石川信隆・星川辰雄・香月智・飯田毅

By Nobutaka ISHIKAWA, Tatsuo HOSHIKAWA, Satoshi KATSUKI and Takeshi IIDA

The object of this study is to develop the optimal impact resistant design of the steel-made arch Sabo dam under debris flow. Firstly, the maximum energy design method is proposed to determine the optimal rise ratio, diameter and thickness of the steel pipe circular fixed arch under impact loading. Then, the minimum weight design is also formulated such that the constraints of energy and deformation may be satisfied simultaneously. It has been confirmed that the numerical results by the maximum energy design is equal to the ones by the minimum weight design on the similar premises. Finally, the relations of the optimal rise ratio and the kinetic energy are plotted by using the arch span as parameter from the viewpoint of the practical design.

Key Words : Maximum Energy Design, Optimal Rise Ratio, Circular Fixed Arch

1. 緒言

山岳地における土石流災害防止施設として、近年、屈撓性や透過性などの機能性および工期短縮や通年施工あるいは省力化などの観点から、鋼製砂防ダムが数多く建設されるようになってきた。このため、図-1に示すような鋼製アーチ式砂防ダムも考案され、検討されつつあるが、この砂防ダムは以下のような特徴を有している。

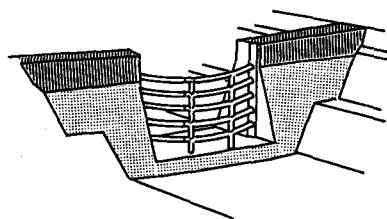


図-1 鋼製アーチ式砂防ダム

- (1) 外力を主として曲げと軸力で受け持つため、比較的少ない鋼材で大きな強度と剛性を発揮できる。
- (2) 鋼製アーチ材を短スパン化して工場製作できるため、現場への搬入が容易である。
- (3) 一面構造であるため、組立が容易である。万一損傷した場合でも容易に補修できる。

* 工博	防衛大学校教授 土木工学科	(〒239 横須賀市走水1-10-20)
**	防衛大学校理工学研究科学生	(同 上)
***	防衛大学校助手 土木工学科	(同 上)
**** 工博	住友金属工業(株)土木技術研究室室長	(〒314-02 茨城県鹿島郡波崎町砂山16番地)

(4) アーチの曲率を利用して土石流を谷の幅方向に振り分けるので、均一に堆砂させることができる。

しかし、土石流中の巨礫が衝突する際のアーチの耐衝撃性については全く不明であり、その耐衝撃設計法については未だ確立されていない。このため、著者ら¹⁾は、この鋼製アーチ式砂防ダムの耐衝撃設計法を確立するための基礎的研究として、鋼管円弧固定アーチに対する静的実験および衝撃実験を行い、衝突現象を簡単な2質点系モデルに置き換えて衝撃応答解析を行ってきた²⁾。その結果、設計段階においては衝撃吸収エネルギーを静的塑性吸収エネルギーで評価しても差し支えないことを確認した。

そこで本研究は、さらに鋼製アーチ式砂防ダムの最適な耐衝撃設計法を確立するため、中央集中荷重を受ける両端固定円弧アーチの最適アーチライズ比 (f/L) を決定する方法について、検討しようとしたものである。

すなわち、まず衝撃を受けるアーチの吸収エネルギーが最大となるような最大エネルギー設計法を考案した。つまり、鋼管アーチ全体の重量が一定のもとで、終局変位がある許容変位よりも小さくなるように(変位制約)、かつアーチの塑性変形吸収エネルギーが最大となるような、アーチライズ、鋼管径および肉厚を決定する方法を提案した。次に、アーチの塑性変形吸収エネルギーが巨礫の運動エネルギーより大きくなるようなエネルギー制約と変位制約を同時に考慮した最小重量設計法についても提示し、数値計算によって最大エネルギー設計法と最小重量設計法の等価性について確認した。さらに、アーチスパンをパラメーターとして、最適ライズ比～運動エネルギー関係を図表化して、実用設計に供しうるようにした。なお、本研究で定義する塑性変形吸収エネルギーとは、静的および衝撃実験の結果から得られる荷重～変位関係を完全弾塑性モデルとして仮定するもので、弾性解析、塑性解析および簡易な終局変形解析を用いて算定するものである。

2. 塑性変形吸収エネルギー U_p の算定法

(1) 衝撃を受けるアーチの荷重～変位関係

アーチの静的および衝撃実験により得られた荷重～変位曲線を図-2に示す¹⁾。図-2(a)より、衝撃実験における荷重～変位曲線は静的実験による結果に比し、速度の増加と共に上廻る傾向となっている。よって、塑性変形吸収エネルギーは静的実験の方が衝撃実験に比し小さく、設計においては安全側となり、さらに、これを完全弾塑性型モデルと仮定しても設計においては差し支えないことが認められる。

(2) 塑性変形吸収エネルギーの定義と算定式

したがって、本解析では、塑性変形吸収エネルギー U_p を図-2(b)のようにアーチが終局変位に至るまでの外力仕事量として定義し、次式のように完全弾塑性モデルの荷重～変位曲線の面積によって算定されるものとした。

$$U_p = \frac{1}{2} P_o \delta_o + P_o (\delta_u - \delta_o) \quad (1)$$

ただし、 δ_o : 弾性限界変位、 $P_o (= \alpha P)$: 塑性崩壊荷重、 α : 崩壊荷重係数、 P : 作用荷重、 δ_u : 終局変位で、それぞれ以下のうにして求められる。

(a) 塑性崩壊荷重 P_o

アーチの塑性崩壊荷重 P_o 。すなわちその荷重係数 α は、アーチをいくつかの要素に分割したうえで、図-3に示すような曲げと

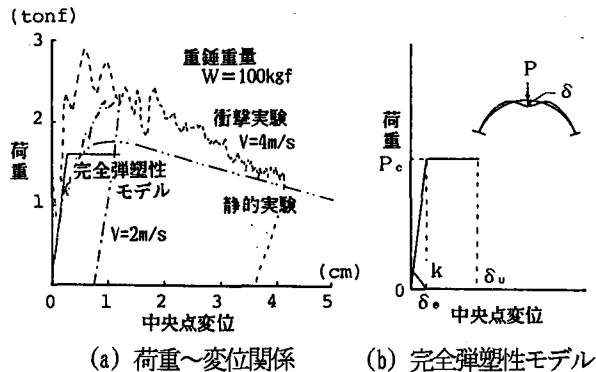


図-2 衝撃を受けるアーチの荷重～変位関係

軸力を受ける鋼管断面の線形化降伏条件を用いることにより、LP問題の解として求められる³⁾。

また、アーチが崩壊する際の塑性ヒンジ発生位置が、中央載荷点、各支点およびほぼその中間点となる⁴⁾ので、本解析ではその点にのみ着目し、アーチ全体を4分割して崩壊荷重を算定した。この解析の結果は既往の解⁴⁾と数%の精度で一致することを確認した。

(b) 弾性限界変位 δ_e 。

次に、荷重～変位関係を図-2(b)のような完全弾塑性型と仮定すると、弾性限界変位 δ_e は次式で与えられる。

$$\delta_e = \frac{P_e}{k} \quad (2)$$

ここに、 k はアーチのばね定数であり、中央集中荷重を受ける両端固定アーチの弾性解析によって次式のように求められる。

$$k = \frac{P}{\delta} \quad (3)$$

ただし、 P ：作用荷重、 δ ：両端固定アーチの中央点の弾性変位。

(c) 終局変位 δ_u

終局変位は以下に示すような簡易な方法で推定できるものとした。

ただし、ここでは次のような仮定を用いている。

(i) アーチの弾性変形は無視できるものとする。

(ii) 塑性ヒンジは、中央点、支点および1/4点の5点で形成される。

(iii) 1/4点の塑性ヒンジ回転角がある限界に達したときの中央点変位をもって終局変位とする。

まず、図-4に示すように、アーチ全体を4分割すると、部材の分割長は一定(l)のままであるので、図-4を参照して変形前の角度 ϕ_1 および変形後の角度 ϕ_2 が余弦定理を用いて次式のように表される。

$$\cos \phi_1 = \frac{l^2 + l^2 - d_1^2}{2l^2}, \quad \cos \phi_2 = \frac{l^2 + l^2 - d_2^2}{2l^2} \quad (4)$$

ただし、 $d_1 = \sqrt{(L/2)^2 + f^2}$, $d_2 = \sqrt{(L/2)^2 + (f - \delta_u)^2}$

よって、この変形前後の角度の差 $\Delta \phi (= \phi_1 - \phi_2)$ が塑性ヒンジ回転角に相当するので、式(4)を δ_u について解けば、終局変位は次式のように算定される。

$$\delta_u = f - \sqrt{2l^2(1 - \cos(\phi_1 - \Delta \phi))} - \frac{1}{4}L^2 \quad (5)$$

ただし、 δ_u ：終局変位、 $\Delta \phi$ ：塑性ヒンジ回転角、 l ：分割要素長、 L ：支間長、 f ：アーチライズ

ここで、終局変位は塑性ヒンジの回転角 $\Delta \phi$ がある限界回転量 $\Delta \phi_D$ に達したとき($\Delta \phi = \Delta \phi_D$)数値的に求められ、この $\Delta \phi_D$ は次のように径厚比(D/t)に反比例するものと仮定した。

$$\Delta \phi_D = \frac{\gamma}{D/t} \quad (6)$$

ただし、係数 γ は静的載荷実験⁶⁾から求められ、ここでは $\gamma=1.222$ を用いた。ちなみに実験¹⁾で用いた試験体に本法を適用すると、終局変位は1.15cmとなり、実験結果の1.26cmと概ね一致することが認められた。

以上の P_e 、 δ_e 、 δ_u を式(1)に代入して、塑性変形吸収エネルギーを算定した。

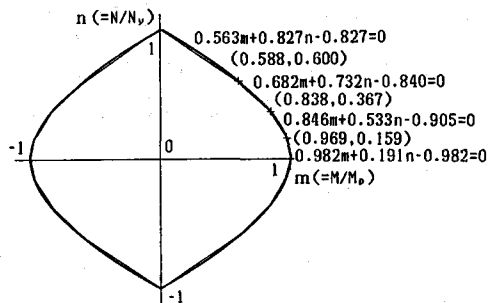


図-3 線形化降伏条件

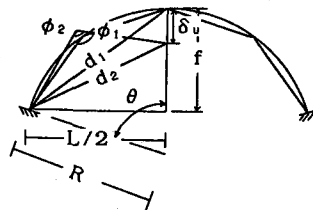


図-4 アーチの終局変位

3. 塑性変形吸収エネルギーを考慮した最適耐衝撃設計法

本研究では、アーチ構造物の塑性変形吸収エネルギーに着目した最適耐衝撃設計法を確立するため、最大エネルギー設計法ならびに最小重量設計法の2つの設計法を提案し、これらを用いて最適ライズ比を決定しようとした。

(1) 最大エネルギー設計法

ここでいう最大エネルギー設計法とは、アーチ全体の重量が一定 (式(7c)) のもとで (ただし、この重量は塑性変形吸収エネルギーが与えられた運動エネルギーを上廻る条件 (エネルギー制約) を満足する最小値) 終局変位がある許容変位以下となるように (変位制約、式(7b))、またある変数制約 (式(7d), (7e)) のもとで、塑性変形吸収エネルギーを最大とする (式(7a)) ような鋼管径、肉厚、およびアーチライズ (半中心角) を求めることをいい、次式のように定式化される。

既知量 : M, V, ρ, L, α_0

未知量 : θ, D, t, W

目的関数 : $U_0 \rightarrow \max$ (7a)

制約条件 : $\delta_u \leq \delta_0$ (7b)

$\rho A s = W_0 (= \min W | U_0 \geq E)$ (7c)

$D/t \geq 30$ (7d)

$0^\circ < \theta \leq 90^\circ$ (7e)

ただし、 $E (= \frac{1}{2} MV^2)$: 運動エネルギー、 M : 巨礫の質量、 V : 巨礫の衝突速度、 ρ : 鋼材の単位体積重量、 L : 支間長、 W : アーチの重量、 θ : 半中心角、 D : 鋼管径、 t : 肉厚、 $U_0 (= U_0 / \alpha_0)$: 許容吸収エネルギー、 U_0 : 塑性変形吸収エネルギー、 α_0 : 安全率、 A : 鋼管の断面積、 s : アーチの軸線長、 δ_u : 終局変位、 δ_0 : 許容変位量、 $|$: 制約を意味する記号。

なお、許容変位量 δ_0 は、土石流を谷の幅方向に振り分けるという特徴をもたせるため、変形後の中央点の高さが1/4点の高さと等しくなる際の変位量とした。すなわち、 δ_0 は次式によって与えられるものとした。

$$\delta_0 = f - \sqrt{2L - \frac{1}{4}L^2}$$

ただし、 2 : アーチの分割要素長

上記の式(7)の解法に当たっては、式(7c)の $W_0 (= \min W)$ を探す作業と、式(7)全体の $\max U_0$ を求める作業の2段階設計となり、以下のような手順によって行われる。

(i) まず初期条件として、支間長 L 、安全率 α_0 および巨礫の持つ運動エネルギー $E = \frac{1}{2} MV^2$ を与える。

(ii) 次に、任意の鋼材重量 W_0 を与える。

(iii) 式(7)全体を、最適化問題としてADSプログラム⁷⁾を用い、設計変数であるアーチライズ比 (f/L)、鋼管径 D および肉厚 t を求める。

(iv) 求めた塑性変形吸収エネルギー U_0 を安全率 α_0 で除することにより、許容吸収エネルギー U_0 を求める。

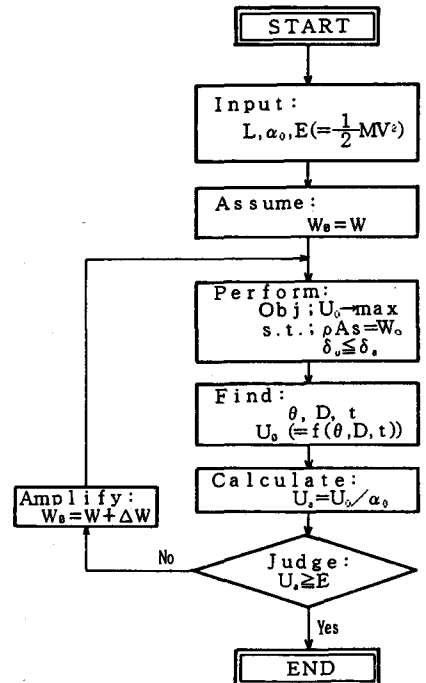


図-5 最大エネルギー設計法

(v) (iv)で求めた許容吸収エネルギー U_0 が(i)で与えた運動エネルギー E に比べ大きいかな否かをすなわち式(7c)のエネルギー制約を照査する。

(vi) エネルギー制約照査の結果、満足しない場合は鋼材重量を増して($W_0=W+\Delta W$)再び(iii)の最適化問題を解く。

(vii) エネルギー制約を満足したとき、そのときのアーチライズ比、鋼管径および肉厚を最適解とする。

以上の最大エネルギー設計法の解析手順を示すと図-5のような設計フローチャートになる。

(2) 最小重量設計法

ここでいう最小重量設計法とは、エネルギー制約 (式(8b))、変位制約 (式(8c))、変数制約 (式(8d)、式(8e)) のもとでアーチ全体の構造重量を最小にする (式(8a)) ようなアーチライズ (f/L or θ)、鋼管径 D 、肉厚 t を求めることをいい、次のように定式化される。

既知量 : M, V, ρ, L, α_0

未知量 : θ, D, t

目的関数 : $W \rightarrow \min$

制約条件 : $U_0 = \frac{U_0}{\alpha_0} \geq E = \frac{1}{2} MV^2$

$\delta_u \leq \delta_s$

$D/t \geq 30$

$0^\circ < \theta \leq 90^\circ$

(8a)

(8b)

(8c)

(8d)

(8e)

式(8)の解法に当たっては、図-6に示す設計フローチャートのような手順によって行われる。

4. 数値計算例

(1) 計算例1：本設計法の妥当性と等価性

本設計法の妥当性を確認するために、支間長20mのアーチ型構造物の支間中央部に鋼製防衝突構造物設計便覧⁹⁾の計算例に示してある条件、すなわち直径2mの巨礫 (質量 $M=1.026\text{ts}^2/\text{m}$) が衝突速度 $V=7.5\text{m/s}$ で衝突するときのアーチ型構造物を設計した。なお、ここでは、安全率は $\alpha_0=1.0$ とした。

最大エネルギー設計により得られた解は表-1のとうりで、工学的に判断して概ね妥当な値が得られている。一方、式(8)の最小重量設計による解も表-1の右欄のようになり、ほぼ同一の解が得られることがわかり、2つの設計法のいずれを用いても同じ解が得られる。しかし、計算効率の観点からは最小重量設計の方が優れている。

(2) 計算例2

次に、衝撃を与える巨礫の持つ運動エネルギー E を30tonf・m, 50tonf・m, 100tonf・m, 150tonf・m, 200tonf・mと変化させた場合、および支間長 L を10m, 20m, 30mと変化させた場合の最適形状を求めた。図-7に、各支間長における最適ライズ比～運動エネルギー関係を示す。また、図-8に、最適鋼管径 (または肉厚) ～運動エネルギー関係を示す。

図より、巨礫の運動エネルギーが大きくなるにし

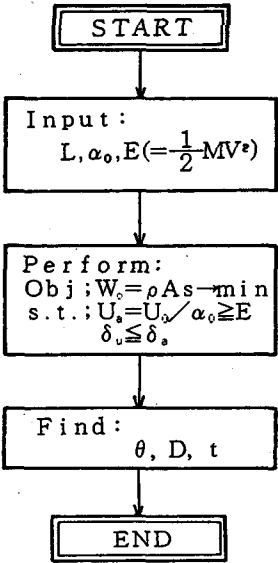


図-6 最小重量設計法

表-1 両設計法の結果

	最大エネルギー設計法	最小重量設計法
未知数	$D=66.31\text{cm}$ $t=2.21\text{cm}$ $\theta=43.6^\circ$ ($f/L=0.200$) $W_0=7.71\text{tonf}$	$D=66.31\text{cm}$ $t=2.21\text{cm}$ $\theta=43.6^\circ$ ($f/L=0.200$)
目的関数	$U_0=28.84\text{tonf}\cdot\text{m}$	$W_0=7.71\text{tonf}$
制約条件	① $U_0=E=28.84\text{tonf}\cdot\text{m}$ ② $\delta_u=12.13\text{cm}$ $\leq \delta_s=88.87\text{cm}$ ③ $D/t=30$ ④ $\theta<90^\circ$	① $U_0=E=28.84\text{tonf}\cdot\text{m}$ ② $\delta_u=12.13\text{cm}$ $\leq \delta_s=88.87\text{cm}$ ③ $D/t=30$ ④ $\theta<90^\circ$

たがい、用いる鋼管径（肉厚も）が大きくなり、かつ最適アーチライズ比も大きくなることが認められる。また、支間長が長くなると用いる鋼管径は小さくなり、かつ最適アーチライズ比も小さくなるのがわかる。すなわち、本計算例の範囲内においては、アーチライズ比が0.18~0.35（半中心角40°~70°）程度が最適となる。よって、設計条件に応じて図-8および図-9を利用すれば、アーチの最適形状および断面寸法をほぼ推定することができ、実用上極めて便利であると思われる。ただし、本設計図表は固定アーチ中央に衝撃を受ける場合に限られる。

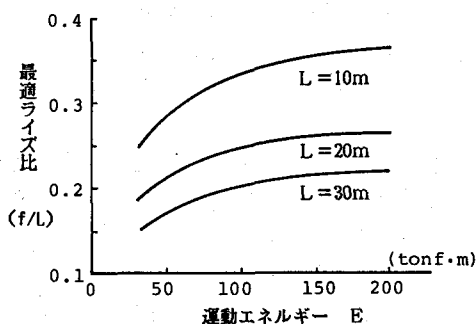


図-7 最適アーチライズ比～運動エネルギー関係

5. 結言

本研究は、巨礫の衝突を受ける鋼製アーチ式砂防ダムの最適な耐衝撃設計法を開発するため、まず中央集中荷重を受ける鋼管円弧固定アーチを対象としてアーチの最適形状を求めたもので、本研究の成果を要約すると次のようになる。

- (1) エネルギーを設計基準とした新しい最大エネルギー設計法と最小重量設計法を提案することができた。
- (2) 両者を同じ設計条件の下で設計した結果、数値的に全く同じ解が得られることが判明し、両者の等価性を確認した。
- (3) 最適ライズ比～運動エネルギー関係をアーチ支間長をパラメーターとして図表化することができ、実際の設計の便に供しうるようにできた。

なお、本研究では巨礫の形状や衝突速度の影響などは無視し、巨礫の持つ運動エネルギーとして評価した。また、局部的な応答は無視し、アーチの全体的な応答として評価した。これらの問題点については、今後逐次検討していく予定である。

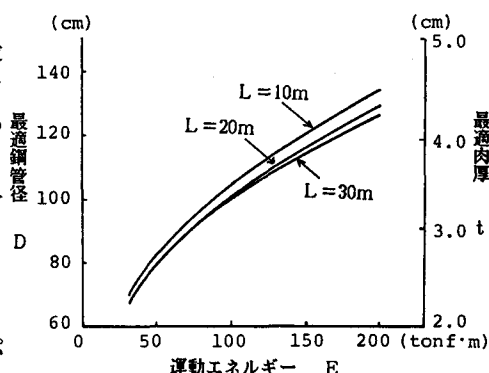


図-8 最適鋼管径、肉厚～運動エネルギー関係

参考文献

- 1) 星川辰雄、柚山昌秀、石川信隆、飯田毅：鋼管固定円弧アーチの衝撃実験に関する一考察、第16回関東支部技術研究発表会講演概要集、pp.30~31、平成元年3月
- 2) 星川辰雄、石川信隆、香月智、飯田毅：鋼管円弧固定アーチの衝撃応答解析に関する一考察、第44回土木学会年次学術講演概要集、平成元年10月
- 3) 北小路雅倫、三原徹治、石川信隆：最適化手法を用いた組合せ応力を受ける構造物のホロノミック弾塑性解析、土木学会第41回年次学術講演会講演概要集第1部、pp.261~262、1986年11月
- 4) 横尾、山肩：建築構造物のリストナリス、日本建築学会、第4章アーチ、技報堂、1963年7月
- 5) 日本建築学会：鋼構造塑性設計指針、p.79、昭和50年11月
- 6) 建設省土木研究所砂防部砂防研究室：鋼製砂防施設部材の衝撃応答実験報告書、土木研究所資料第2600号、pp.28~51、昭和63年2月
- 7) Vanderplaats, G.N. and Sugimoto, H.: General Purpose Optimization Program for Engineering Design, Journal of Computers and Structure, pp.13~21, Vol.24, No.1, 1986
- 8) 砂防・地すべりセンター、鋼製砂防構造物委員会：鋼製砂防構造物設計便覧、昭和62年10月