

(2) モデル調整法を用いた2段階最適設計の橋梁構造設計への応用について

APPLICATION OF TWO-LEVEL OPTIMAL DESIGN USING MODEL COORDINATE METHOD TO DESIGN OF BRIDGE STRUCTURES

小林一郎* 三池亮次** 山田善一***

by Ichiro KOBAYASHI, Ryoji MIKE and Yoshikazu YAMADA

A technique of the multilevel optimization based on the model coordinate method (MCM) is presented to design several types of truss bridges and cable-stayed bridges. For truss bridges, the design variables on the element-level are thickness and depth of any member and the corresponding objective function is cross sectional area. The design variables on the structure-level are width for any member (a common value) and height of the structure and the objective function is the total weight of structure. For cable-stayed bridges, the element-level optimization problems are to solve thickness of main girder element and to obtain thickness, depth and width of any tower element in order to minimize the cross sectional area. The design variables of cable-stayed bridges on the structure-level are depth of main girder and cross sectional area of any stay cable. Since the optimization problem divides into two levels, each level problem is very easy to calculate in the short computational time. Several examples of optimal designs for truss bridges and cable-stayed bridges are illustrated and discussed.

Key Words : Multilevel Optimization, Model Coordinate Method, Truss Bridges, Cable-stayed Bridges, Microcomputer

1. はじめに

本論文は、大規模橋梁骨組構造の最適設計を行なうための分割解法（あるいは多段階決定法）のひとつであるモデル調整法をトラス橋と斜張橋の設計に適用することを試みるものである。

分割解法として数多くの手法が提案されている^{1),2),3)}が、ここでは、Schoeffler⁴⁾によって提案され、Kirschによって構造最適設計に適用されたモデル調整法⁵⁾を用いる。ただし、一般の不静定構造にも適用できるように基礎式の改良を行った。

多段階決定法は大規模構造の最適設計を効率よく行うことができるだけでなく、マイクロコンピュータ等の小容量の計算機による予備設計あるいは比較設計のための方法としても有効な手法であるが、本論文の計算例では一部の斜張橋を除いて16ビットのマイクロコンピュータを用いて計算する。2.においては、トラス橋への本法の応用のための定式化を行うが、部材レベルの最適化においては数理計画手法を用いずに部材断面の最適解を求めることが可能となることを示す。計算例として、ワーレントラス橋、ブラットラス橋等5種類のトラス橋の最適解の比較を行う。3.では斜張橋の最適化を試みる。ただし、計算機容量の関係から従来の変位法によるマトリックス構造解析法の使用が困難なため、応力法による斜張橋の構造解析法を用い、ケーブルの張り形状と本数の異なる各種の3径間連続斜張橋の最適設計を行う。なお、各レベルでの最適化においてはSLPを使用する。

*	工修	熊本大学助手	工学部土木環境工学科	(〒860 熊本市黒髪2丁目)
**	工博	熊本大学教授	工学部土木環境工学科	(〒860 熊本市黒髪2丁目)
***	工博	京都大学教授	工学部土木工学科	(〒606 京都市左京区吉田本町)

2. 多段階決定法によるトラス橋の最適設計⁶⁾

多段階決定法の部材レベル問題としてのトラス部材の断面決定については、Suboptimization の手法^{7),8)}や最大荷重法⁹⁾を用いるものがあるが、ここでは部材の制約条件式のうちアクティブとなるもののみを選択し連立方程式の解として部材の板厚、部材幅等の値を求める方法について述べる。すなわち、目的関数を断面積 A 、軸力を N とする。部材に作用する N の値を変化させてそれぞれの最適解を求めてみると、 N の範囲ごとに部材断面の決定に際してアクティブとなる制約条件式（応力度制限、板厚制限、細長比制限など）の組が変化することがわかる。アクティブな制約条件式の組が分かれば、それらを設計変数の関数として多元連立方程式を解くことによって最適解を得ることが可能となる。

例題として、図-1 に示す上路式のワーレントラス、プラットトラス、ハウトラス、垂直材付ワーレントラスと、下路式のワーレントラスの合計 5 タイプのトラスの最小重量設計より、最適解の比較を行う。

[部材レベルの最適設計]

a) 設計変数：板厚 t_w 、 t_f 、部材高 h の 3 変数とし、部材長 L 、部材幅 B は与えられているものとする（図-2 参照）。

b) 制約条件：主として「道路橋示方書」¹⁰⁾（以下「道示」と略す）に従うものとし、以下の式を用いる。

$$\text{① 応力制限：} \quad -\sigma_{ca}(\lambda) \leq \sigma \leq \sigma_{ta} \quad (1)$$

$$\text{② 細長比制限：} \quad \lambda \leq \lambda^U \quad (2)$$

$$\text{③ 面外座屈防止の条件：} \quad I_x \leq I_y \quad (3)$$

$$\text{④ 板厚の制限：} \quad \max(0.8\text{cm}, h/k_0) \leq t_w, \quad \max(0.8\text{cm}, b/k_0) \leq t_f \quad (4)$$

$$\text{⑥ 部材高の制限：} \quad h \leq L/10 \quad (5)$$

ただし、 σ_{ta} 、 $\sigma_{ca}(\lambda)$ はそれぞれ引張と圧縮の許容応力度を、 σ と λ は実応力度と細長比を表わす。 I_x 、 I_y は面内および面外まわりの断面 2 次モーメントである。

c) 目的関数：部材断面積 $A \rightarrow \min$ 。

上記の各制約条件は部材の作用する軸力によってアクティブとなる制約条件式が異なる。図-3 の箱型断面の圧縮材を例にとると、 N_a は式 (2) と式 (4) の 2 つの板厚の下限値がアクティブとなるときの値で、これより小さな軸力が作用しても断面積はこれ以上小さくできない。 N_b は正方形で両方の板厚が下限値のときの値である。 $N_a \sim N_b$ では、式 (1) と式 (4) が、 $N_b \sim N_c$ では、式 (1)、(3)、(4) がアクティブとなっている。したがって、あらかじめ各部材の $N_a \sim N_d$ の値を求めておけば、構造解析より各部材の軸力 N が算出されると、ただ

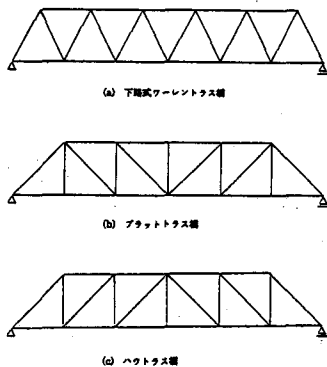


図-1 各形式のトラス橋モデル

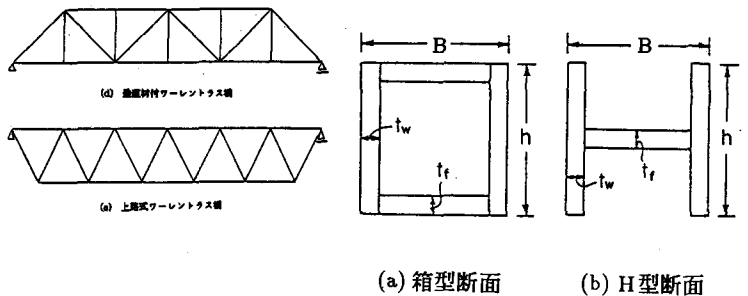


図-2 トラス橋の部材断面形状

ちにアクティブとなる制約条件式の組を知ることができる。

[構造レベルの最適設計]

- a) 設計変数: 部材幅 B と主構高 H とする。
- b) 制約条件: 設計変数の上下限値を設定する。
- c) 目的関数: $W = C \sum_{i=1}^n A_i(B, H) L(H) \rightarrow \min.$

ただし、 C は鋼種によるコスト比を表す。

静定トラスについては、構造レベルの設計変数 B と H が与えられると、各部材ごとに独立に最適設計を行えばよい。不静定構造については、軸力 N が設計変数の関数になっているので、構造レベルの設計変数が変化する度に繰り返して影響線解析を行いながら、構造レベルと部材レベルの問題を交互に最適化することになる。

多数の異なる形式のトラス橋の最適設計を取り扱う場合、本解法を用いれば効率よく、しかも手軽に解を求めることができる。各種の形式の橋梁についての概略的な最適解が容易に得られれば、それらの解をデータとして蓄積して行くことによって、予備設計の段階で利用できるようデータベースの作成も可能である。

各モデルの計算にあたっては、設計荷重を設定するため図-4 に示す幅員 9.3m の 7 本主桁の床版について、あらかじめ最適設計を行った結果と文献 11) を参考にして、死荷重強度 p_d を S ($=$ スパン / 100) とパネル数 n の関数として次式のように定めた。

$$p_d = 5(i + j \times n + k \times n^2)$$
 (6)

ただし、

$$\begin{aligned} i &= 9.783 \times 10 - 9.102 \times 10^{-2} \times S + 9.531 \times 10^{-4} \times S^2 \\ j &= -4.848 \times 10^{-1} + 1.197 \times 10^{-2} \times S - 1.263 \times 10^{-4} \times S^2 \\ k &= 1.703 \times 10^{-2} - 3.362 \times 10^{-4} \times S - 3.526 \times 10^{-6} \times S^2 \end{aligned}$$
 (7)

また、 $n = 2, 4, 6, 8, 10, 12$ 、 $S = 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4$ とする。活荷重強度は集中荷重 $P_t = 20641 \text{ kgf}$ 、分布荷重 $p_t = 14.45 \sim 12.39 \text{ kgf/cm}$ とする。各形式ごとにスパンとパネル数をパラメータとして、それぞれ 6 ケース、合計 36 ケースの最適設計を行った。なお使用鋼材はすべて SM41 とした。

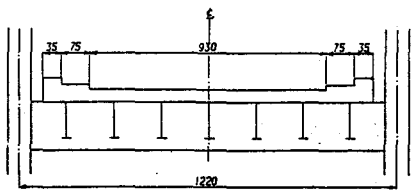


図-4 床組の横断面図 (単位: cm)

表-1 各スパンにおける最適トラス形式と最適主構高 H^* 、最適部材幅 B^*

スパン (m)	最適トラス形式	最適パネル数	H^* (cm)	B^* (cm)
40	上路式ワレントラス橋	4	850	30
60	上路式ワレントラス橋	4	1250	40
80	下路式ワレントラス橋	4	1500	50
100	垂直材付ワレントラス橋	8	1650	50
120	垂直材付ワレントラス橋	12	1650	50
140	垂直材付ワレントラス橋	14	1600	45

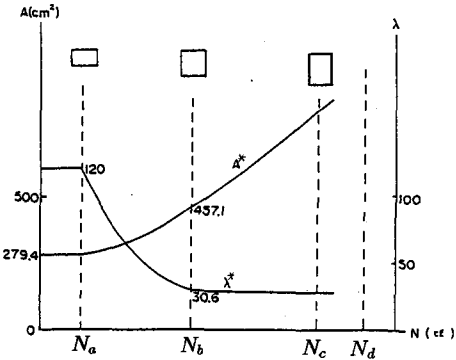


図-3 圧縮材における軸力 N と最適断面積 A^* 、細長比 λ^* の関係

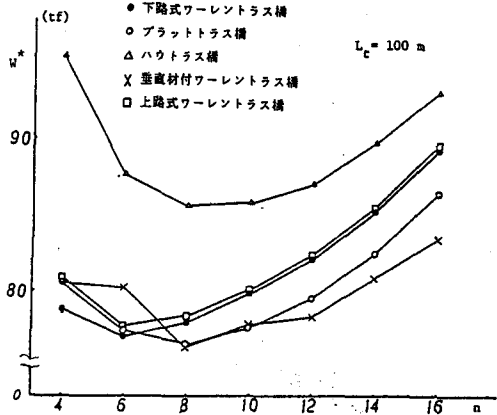


図-5 各形式のトラス橋のパネル数 n と最適重量 W^*

図-5はスパン100m ($S=1.0$)における各形式のパネル数と最適解の関係を示したものであり、上路式および下路式ワーレントラス橋は6パネル、その他の形式においては8パネルが最適解となる。また、8パネル垂直材付ワーレントラ橋がスパン100mにおける最適形式で、このときの主構高とスパンの比は約1/6となっている。表-1は各スパンごとの最適形式とそのときの最適解のデータである。この結果によればスパンが比較的短いときは下路式ワーレントラス橋、長スパンに対しては垂直材付ワーレントラス橋が最小重量を与える形式となっている。

3. 斜張橋の最適設計

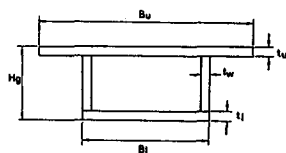
斜張橋は高次の不静定構造であるうえに設計においては、①塔、主桁、ケーブルといった異なる部材要素の断面量の決定と、②ケーブルのプレストレスの決定という2種類の性格の違う最適化を同時に行わなければならないため、最適設計を行う場合、設計変数の低減、制約条件式の選択等の最適計算を効率良く行うための工夫が必要になる。ここでは、マイクロコンピュータ等の小容量の計算機を用いた斜張橋の最適設計への多段階決定法の適用について述べる。一般的な骨組構造物の最適設計では、状態変数としては全部材の応力が必要であり、変位については1、2の節点の情報があれば十分である。従って、構造解析法としては応力を未知数とする応力法を用いる方が感度解析等の計算効率が良い。斜張橋はケーブルと一部の支承を取り除くことによって容易に静定基本系が得られるため、ラーメン等の剛結合部材のみで構成される不静定構造に比べ不静定次数は大きくならない。さらに、静定基本系の解析において節点法を用いれば、小容量の計算機でも最適設計が可能となる¹²⁾。

以下の仮定に基づき解析を行う。①斜張橋を平面骨組系とみなし、微小変位理論に従うものとする。②せん断変形による影響は無視する。③動的な問題は考慮しない。④死荷重、活荷重(分布荷重と線荷重)を考慮し、活荷重については影響線解析を行って各部材の最大応力度を算出するものとする。

本論文では、全部材で共通の設計変数である主桁の桁高 H_g とケーブル断面積 A_c を構造レベルの設計変数とし、主桁および塔の板厚を部材レベルの設計変数として最小重量設計を行う。部材レベルの問題においては全応力設計解が得られるため常に全域解に収束するという保証はないが、部材レベルの解は構造レベルの変数の値の改善に伴い逐次改良されるため、十分に実用に供しうる結果が得られる¹³⁾。各レベルの最適設計問題を次のように定める。

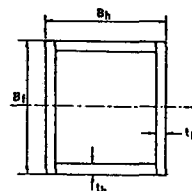
[部材レベルの問題]

a) 設計変数: 主桁については図-6(a)に示す t_u 、 t_l 、 t_w の板厚とする。塔に関しては、図-6(b)に示す板厚 t_f 、 t_h および部材幅 B_f 、 B_h とする。ただし、主桁の上下フランジの幅 B_u 、 B_l は、定数とし、ウェブ高 H_g は、主桁の全部材について1個の変数(構造レベルの変数)とする。図-6(b)の一点鎖線は橋軸方向であることを示す。



(a) 主桁

b) 制約条件: 使用鋼材は、主桁についてはSS41、塔についてはSM58とし、①主桁と塔の部材の応力度および安定の照査による制約(「道示」(3.3))、②主桁と塔の合成応力度の照査式による制約(「道示」(8.2.4))、③塔の各部材の細長比制約、④板厚制限(文献14)、「道示」(8.4)、「道示」(3.2)) ⑤塔の部材幅の制限を用いる。



(b) 塔

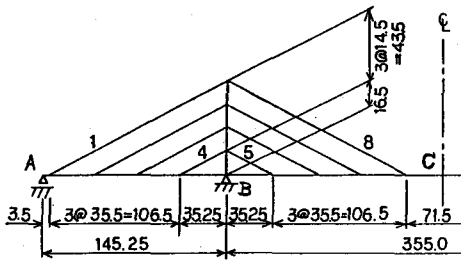
c) 目的関数: 部材断面積 $A \rightarrow \min$ 。

[構造レベルの問題]

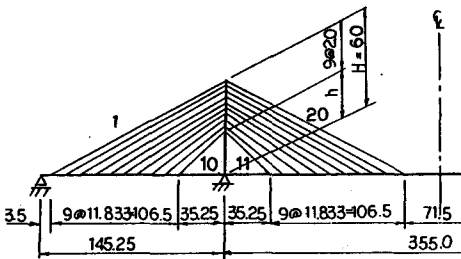
a) 設計変数: ケーブルの断面積 A_c 、および桁高 H_g とする。

b) 制約条件: ①ケーブルの応力度の制限、②ケーブル断面積および桁高の上下限值。

図-6 斜張橋の部材断面形状



(a) ハープ形式



(b) ファン形式

図-7 斜張橋の解析モデル

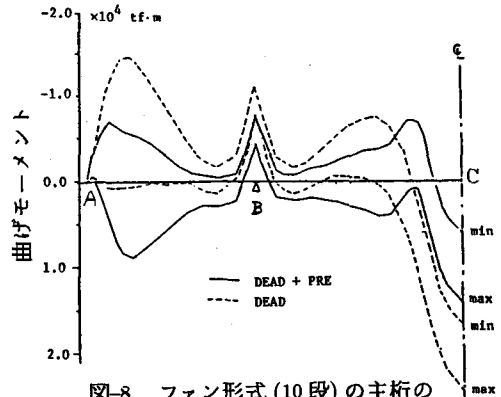


図-8 ファン形式(10段)の主桁の曲げモーメントMの分布図

表-2 各形式の斜張橋の最適解の比較

形式	段数	塔高 (m)	最適解 ($\times 10^4 f$)					主桁高 (cm)
			W_g	W_t	W_c	W	W^*	
ハープ	3	50	4.955	0.447	1.300	6.702	6.817	445.0
		60	4.710	0.582	1.162	6.453	6.385	421.5
		70	4.570	0.734	1.061	6.366	6.220	393.1
	4	50	4.844	0.457	1.132	6.366	6.849	414.4
		60	4.612	0.589	1.211	6.412	6.487	388.0
		70	4.458	0.739	1.219	6.417	6.296	372.9
ファン	3	50	4.678	0.534	1.251	6.464	6.515	418.0
		60	4.468	0.714	1.128	6.309	6.296	364.8
		70	4.348	0.921	1.103	6.411	6.206	342.2
	4	50	4.483	0.535	1.444	6.463	6.600	356.7
		60	4.377	0.713	1.192	6.281	6.397	335.0
		70	4.321	0.916	1.134	6.372	6.304	324.1
	10	60	4.292	0.711	1.183	6.187	6.624	310.6

注: W^* は文献 14) の値を引用

c) 目的関数: $W = \rho C_g \sum_{i=1}^{m_g} A_{gi} L_{gi} + C_t \sum_{i=1}^{m_t} A_{ti} L_{ti} + C_c \sum_{i=1}^{m_c} A_{ci} L_{ci} \rightarrow \min.$

ただし、 W は使用鋼材の単価を勘案しコスト係数を掛けたものである。添字 g 、 t 、 c は主桁、塔、ケーブルを表すものとし、 A は各部材の断面積、 L は部材長、 ρ は部材の単位体積重量である。また、単位重量当りのコスト評価係数は $C_g : C_t : C_c = 1.0 : 1.2 : 2.0$ とした。上記の問題では、はじめにケーブルの断面積 A_c 、桁高 H_g を与えて主桁と塔の断面決定を行い、次に全体の目的関数が改善されるように、 A_c 、 H_g を変化させて全域的な最適解を求める。

計算例として文献 14) に示された大和川橋梁モデルを基本にして、図-7 (a) のハープ形式 (3、4 段) と図-7 (b) のファン形式 (3、4、10 段) の 3 径間連続斜張橋を用いた。橋長は 645.5m で主径間 L_c と側径間 L_s の比は $L_c/L_s = 2.44$ とした。部材断面力の算出は影響線解析により求めるものとし、構造レベルの変数の値が改善されるたびにプレストレス量の決定を含めた応力の再計算を行った。設計荷重としては、死荷重強度 $p_d = 18.18 \text{ tf/m}$ 、活荷重は等分布荷重 $p_l = 4.635 \text{ tf/m}$ 、線荷重 $P_l = 108.622 \text{ tf}$ を設定した。衝撃を考慮したが、ケーブルについては定数とし衝撃係数 $i = 0.2$ を与えた。応力度の算出に必要な有効座屈係数 β は、塔については、面内では上端ピン、下端固定より $\beta = 0.8$ とし、面外については上端自由、下端固定より $\beta = 2.1$ としたが、ハープ形式のときは軸力を台形分布として β を算定した。主桁については、面内はケーブル定着点間隔、面外は軸圧縮力の作用範囲でその全長を座屈長とした。塔高 H は 50、60、70m の 3 ケースについて解析を行った。なお、プレストレス量の決定については死荷重載荷時 (完成系) を想定し、①センタースパン側のケーブル定着点鉛直方向変位をゼロとし、②塔基部に曲げモーメントが生じないよう、各段のセンタースパン側のケーブル張力の水平方向分力とサイドスパン側のケーブル張力の水平方向分力との和をゼロとする。

ファン形式 (10 段) の最適解における主桁の曲げモーメント図を図-8 に示す。図中の DEAD はプレストレス導入

前の死荷重のみによるものであり、DEAD+PRE はプレストレス導入後の完成系のものであることを示している。表-2 は各モデルの最適解の比較を行ったものである。文献 14) に同様のモデルについての最適解があるので比較のために表中に併記した。文献 14) では最適性基準設計法を用い、各部材の断面決定はあらかじめ Suboptimization によって求めている等、本計算例とは設計条件が多少異なっている。しかし、最適解はほぼ同じ傾向を示し、ファン形式 (10 段) の重量が最小となった。また、ケーブル本数の少ない場合は、塔高 60m 付近に最適解があるものと考えられる。ケーブル本数が増えるに従って桁高 H_g は減少している。ハープ形式とファン形式の比較では、文献 14) の結果と同様にファン形式の値が小さくなる傾向にあるが、この程度のスパンにおいては、両形式の優劣はつけられない。

4. 結論

- 1) 多段階決定法の一つであるモデル調整法を用い、橋梁構造の構造レベルと部材レベルの 2 段階の最適設計を試みた。モデル調整法は静定構造については全域解が求められるが、適切に選択された部材レベルの変数に対して全応力設計を、構造レベルの変数に対して最小重量設計を適用することにより、高次の非静定構造に対して十分に精度の良い解が得られる。
- 2) 例題として取り上げたトラス橋と斜張橋の例では、各レベル問題は、いずれも設計変数の数が 2、3 個の最適設計問題でありマイクロコンピュータで十分解析可能である。ただし、計算時間の大半は感度解析を含めた構造解析に費やされるため、小容量の計算機を用いるときには、対象とする構造物の解析に最も適した構造解析法の選択について検討すべきである。特に、斜張橋の最適設計においては応力法が最適な方法であり、さらに静定基本系の解析に節点法を用いれば通常規模の斜張橋の構造解析も十分可能であることを指摘した。
- 3) トラス橋の最適設計に関しては、部材レベルの最適設計問題である箱型および H 型の各部材断面決定において、アクティブとなる制約条件式の選択が可能となることを述べた。計算例として、5 種類の静定トラス橋のスパンとパネル数をパラメータとして最小重量設計を行い、最適解の比較を行った。たとえば、スパン 100m においては 8 パネルの垂直材付ワーレントラス橋が最小重量となった。
- 4) 斜張橋の解析例として、ハープ形式とファン形式の 5 種類の 3 径間連続斜張橋の最適設計を行った。このとき、構造レベルの設計変数としては主桁高とケーブル断面積を、部材レベルの設計変数としては主桁では箱型断面について上下フランジおよびウェブの板厚、塔では 2 軸対称の正方形断面について部材幅と板厚を用いた。橋長 646.5m の解析モデルでは 10 段のマルチケーブルが最小重量となったが、ハープ形式では段数の増加と重量の減少には相関があるかどうかは明確な結果は得られなかった。

参考文献

- 1) Carmichael, D.G.: Structural Modelling and Optimization, John Wiley & Sons, 1981.
- 2) Vanderplaats, G.N.: Numerical Optimization Techniques for Engineering Design: with Applications, McGraw-Hill, pp.269-271, 1984.
- 3) Haftk, R.T. and Kamat, M.P.: Elements of Structural Optimization, Martinus Nijhoff, pp.227-230, 1985.
- 4) Schoeffler, J.D.: Static Multilevel Systems, Optimization Methods for Large-Systems with Applications (Ed. Wismer, D.A.), McGraw-Hill, pp.1-16, 1979.
- 5) 山田善一、大久保慎二監訳: 最適構造設計—概念・方法・応用—、丸善、pp.193-209, 1983. (Kirsch, U.: Optimum Structural Design, McGraw-hill, pp.198-215, 1981.)
- 6) 小林一郎、杉野朗、三池亮次: Two Level Method を用いたトラス橋の最小重量設計、熊本大学工学部研究報告、第 3 3 巻、第 1 号、pp.31-36, 1984.
- 7) 大久保慎二: トラス構造物の最適設計法に関する研究、土木学会論文報告集、第 1 7 7 号、pp.9-19, 1970.
- 8) Konishi, Y. and Maeda, Y.: Optimum Design of Trusses using Suboptimization, JSCE, No.333, pp.173-181, 1983.
- 9) 杉本博之: トラス構造物の最小重量設計の一般化、土木学会第 40 回年次学術講演会講演概要集第 1 部、pp.327-328, 1986.
- 10) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 II 鋼橋編、1980.
- 11) 山崎利文、新延泰生、松井邦人: 下路トラス橋の最小重量設計、土木学会第 3 7 回年次学術講演会講演概要集 I、pp.431-432, 1983.
- 12) 小林一郎、宮本宏一、三池亮次: マイクロコンピュータを用いた斜張橋の多段階最適設計、土木構造・材料論文集 第 2 号、pp.95-102, 1987.
- 13) 小林一郎、佐々木高、三池亮次、大塚久哲: 主桁支持方式の異なる斜張橋の多段階最適設計、土木学会論文集、第 392 号/I-9、pp.317-325, 1988.
- 14) 山田善一、大宮 尚: 斜張橋の最適性基準設計に関する研究、土木学会論文報告集、第 253 号、pp.1-12, 1976.