

(1) 複合アプローチによる トラス構造物の総合的最適設計法

A HYBRID TOTAL OPTIMUM DESIGN METHOD FOR TRUSS STRUCTURES

大久保 禎二* 浅井 一浩** 中嶋 毅***
Sadaji OHKUBO, Kazuhiro ASAI, Tsuyoshi NAKAJIMA

In this paper a hybrid total optimum design method is presented for truss structures in which the coordinates of the panel points, discrete mechanical and economical properties of the materials and cross-sectional areas of member elements are optimized simultaneously. The design method is developed by combining convex and separable approximation, dual method, discrete material sensitivity analysis and 2-stage optimization process.

The design algorithm proposed can avoid the inherent combinatorial complexity associated with the material selection problem and it can solve the mixed discrete material/continuous variable optimization problem quite systematically and efficiently.

The design method is applied to the minimum cost design problems of large scale statically indeterminate trusses in which the stress and displacement requirement are taken into consideration. Examples are given to demonstrate the reliability, convergence and efficiency of the method.

Key Words: Hybrid total optimum design method, Truss structures, Shape, Material, Sizing variables

1. まえがき

構造物の最適設計を行う場合、最も基本的で重要な設計変数として部材の配置をも考慮した構造形状、各部材の使用材種および断面寸法が考えられる。従来、構造最適化の研究においては、主として構造要素の断面寸法のみを最適化する研究が行われ、近年、幾何形状をも最適化する方法の研究が活発に行われるようになって来ている。しかし、各部材要素に使用する材種をも設計変数として考慮し、構造形状、材種、断面寸法を同時に最適化する構造物の総合的な最適化の方法に関する研究はきわめて少ないのが現状である。ところで、使用材種として市販の材料を使用する場合には材料の強度、弾性係数、重量、単価などが離散的な値をとることから、構造物の各部材の使用材種をも設計変数として考慮する設計問題は、連続的に変化する構造形状や断面諸元と、離散的に変化する材料特性の両方を考慮しながら、それぞれの最適値を決定する連続-離散混合形の最適設計問題となる。

本論文は、トラス構造物の計画および設計段階において上記の三種類の設計変数すべてを考慮し、目的関数として製作費を最小とするように総合的な最適化を行う方法について述べるものである。

2. 原設計問題の定式化

* 工博 愛媛大学工学部 土木工学科 ** 住友重機械工業(株) *** 世紀東急工業(株)

本研究ではトラス構造物の設計変数として各部材要素の断面寸法変数、具体的には断面積A、使用材種の物理的および経済的性質を決定する材料変数M、および構造物の幾何形状、具体的には各節点の高さを決定する形状変数Yを考慮し、トラス構造物の製作費W、部材応力や節点のたわみに関する制約条件gをこれらの設計変数の関数として表現することにより、最適設計問題を次のように定式化する。

$$\begin{aligned} &\text{Find} \quad A, Y, M, \quad \text{such that} \\ &\text{minimize} \quad W(A, Y, M) = \sum_{i=1}^n \rho_i(M_i) \cdot \ell_i(\tilde{Y}_i) \cdot A_i \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad g_j(A, Y, M) \leq 0 \quad (j=1, \dots, q) \quad (2)$$

$$A_i^L \leq A_i \leq A_i^U \quad (i=1, \dots, n) \quad (3)$$

$$Y_k^L \leq Y_k \leq Y_k^U \quad (k=1, \dots, p) \quad (4)$$

$$M_i \in S_n \quad (i=1, \dots, n) \quad (5)$$

ここに、 $\rho_i(M_i)$ 、 $\ell_i(\tilde{Y}_i)$ はそれぞれ部材iの単位容積当りの製作単価に関する指標および部材長であり、 $\tilde{Y}_i = [Y_{i+}, Y_{i-}]$ の Y_{i+} および Y_{i-} は、それぞれ部材iが結合している節点の高さに関する座標である。これらの設計変数のうち、AとYは連続的な変化が可能な連続型の変数であるが、Mは使用可能な材種ごとに離散的な許容応力度(σ_s)、弾性係数(E)、製作単価(ρ)を指定する離散型の変数である。また、 S_n は使用可能な材種群であり、この材種群 S_n に含まれる各材種には、A, Y, Mを反復改良によりスムーズに最適解へ収束させるため、 σ_s/ρ 、あるいは E/ρ の大きさに従って順序づけられた番号を付けている。

3. 最適設計法の概要

式(1)~(5)で定式化した原設計問題は、A, Y, Mの非線形離散-連続変数混合の最適化問題となっている。そこで本研究では、まずA, Y, Mの一次の偏微係数を用いて原設計問題を原設計変数について線形近似し、さらに、A, Yの偏微係数の符号により原設計変数あるいはその逆数(逆変数)を用いて各設計変数に関して分離可能な近似の凸設計問題を導入する¹⁾。次に、この凸近似の設計問題のラグランジュ関数を導入し、まずMを固定しA, Yのみを考慮して近似凸設計問題を双対法により解きA, Yおよび双対変数(ラグランジュ乗数) λ を改良する。つぎにYおよび λ を固定し、さらにラグランジュ関数を減少させるように、各部材ごとに独立にAとMに関する偏微係数を用いて感度解析を行うことによりMおよびAを改良する。このような近似設計問題の作成およびそのラグランジュ関数の二段階最小化によりA, Y, Mを改良する過程を反復することにより最適解を決定するものである。

4. 混合変数による近似設計問題の導入

目的関数Wおよび制約条件 g_j を設計変数A, Y, Mでテーラー展開し、一次の偏微係数のみを用いてFlurey および Braibant が文献(1)で提案している方法を参考にして次の近似設計問題を導入する。

$$\begin{aligned} &\text{Find} \quad A, Y, \Delta M, \quad \text{such that} \\ &\text{minimize} \quad W(A, Y, M^0 + \Delta M) = \sum_{i=1}^n \omega_{A_i}(M_i^0 + \Delta M_i) A_i + \sum_{k=1}^p [\omega_{Y_k}(M^0 + \Delta M) Y_k - \omega_{Y_k}(M^0 + \Delta M) (Y_k^0)^2 \frac{1}{Y_k}] + \bar{W} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} &\text{subject to} \quad g_j(A, Y, M^0 + \Delta M) \\ &= \sum_{i=1}^n [a_{j1,i} A_i - a_{j2,i} (A_i^0)^2 \frac{1}{A_i}] + \sum_{k=1}^p [y_{jk} Y_k - y_{jk} (Y_k^0)^2 \frac{1}{Y_k}] + \bar{U}_j \leq 0 \quad (j=1, \dots, q) \end{aligned} \quad (7)$$

$$A_i^L \leq A_i \leq A_i^U \quad (i=1, \dots, n), \quad Y_k^L \leq Y_k \leq Y_k^U \quad (k=1, \dots, p), \quad M_i \in S_n \quad (i=1, \dots, n)$$

$$\begin{aligned}
\text{ここに、} \quad \omega_{a_i}(M_i^0 + \Delta M_i) &= \partial W_i(A^0, Y^0, M^0 + \Delta M) / \partial A_i & a_{i,j} &= \partial g_j(A^0, Y^0, M^0) / \partial A_i \\
&= \rho_i(M_i^0 + \Delta M_i) \cdot \ell_i^0 & y_{k,i} &= \partial g_j(A^0, Y^0, M^0) / \partial Y_k \\
\omega_{y_k}(M^0 + \Delta M) &= \partial W_i(A^0, Y^0, M^0 + \Delta M) / \partial Y_k & m_{i,j} &= \partial g_j(A^0, Y^0, M^0) / \partial M_i \\
&= \sum_{i=1}^{s_k} \rho_i(M_i^0 + \Delta M_i) \cdot A_i^0 \cdot \partial \ell_i^0 / \partial Y_k
\end{aligned} \quad (8)$$

上式中における(+), (-)はそれぞれ偏微係数の符号の正および負を表わすものとする。また、 $\bar{W}$ は目的関数の定数項であり、実際に目的関数を最小化する際には考慮する必要はない。 $\bar{U}_j$ は制約条件 g_j における定数項、 S_k は節点 k に接続している部材番号の集合である。

一般にトラス構造物では ω_{A_i} は常に正となるので $1/A_i$ の項は考慮しなくてもよい。また本研究では、 M の変化が設計空間の変化に与える影響が大であることを考慮して、一回の改良過程における M の改良の範囲を各部材の材種(M^0)に隣接する1ランク上位($\Delta M = +1$)あるいは1ランク下位($\Delta M = -1$)の材種に限定し、各部材要素について独立に M の改良の検討を行うこととした。したがって、 M に関する設計変数として ΔM を用い、また、近似の目的関数 W に $\partial W_i / \partial M_i$ の項を用いず式(6)の表現を用いることとした。式(6)~(8)が形成する設計空間は、材種 M を固定し $\Delta M = 0$ とした場合、 A, Y に関して確実に原設計空間より控えめな凸設計空間を形成する。なお、 $m_{i,j}$ は部材 i の材種が M_i より改良材種 $M_i = M_i + \Delta M_i$ に変化したことにより生ずる制約条件 j の変化量であり、材種の許容応力度、弾性係数などの物理的性質が離散的に変化するため、 ΔM_i が $+1$ および -1 に対する $m_{i,j}$ は一般的に異なる値となる。

5. 双対法による改良解の決定

5-1 双対問題の導入 式(6)~(8)で表わされる近似設計問題を双対法により解くため、この近似設計問題のラグランジュ関数 L を導入する。

$$\begin{aligned}
L(\lambda, A, Y, M^0 + \Delta M) &= \sum_{i=1}^n [\omega_{a_i}(M_i^0 + \Delta M_i) A_i + \sum_{j=1}^q \lambda_j (a_{i,j} A_i - a_{i,j} (A_i^0)^2 \frac{1}{A_i} + m_{i,j} \Delta M_i)] \\
&+ \sum_{k=1}^p [\omega_{y_k}(M^0 + \Delta M) Y_k - \omega_{y_k}(M^0 + \Delta M) (Y_k^0)^2 \frac{1}{Y_k} + \sum_{j=1}^q \lambda_j (y_{k,j} Y_k - y_{k,j} (Y_k^0)^2 \frac{1}{Y_k})] + [\bar{W} + \sum_{j=1}^q \lambda_j \bar{U}_j] \\
\lambda_j &\geq 0 \quad (j=1, \dots, q)
\end{aligned} \quad (9)$$

式(6)~(8)の近似設計問題の解 $\lambda^*, A^*, Y^*, \Delta M^*$ は、 $L(\lambda, A, Y, M^0 + \Delta M)$ を λ について最大化、 $A, Y, \Delta M$ について最小化することにより決定することができる。

$$L(\lambda^*, A^*, Y^*, \Delta M^*) = \max_{\lambda} \min_{A, Y, \Delta M} L(\lambda, A, Y, M^0 + \Delta M) \quad (10)$$

5-2 2段階最小化過程による L の最小化 式(9)の右辺の第一項が A_i および ΔM_i に関する項の和で表わされ、第二項が Y_k および ΔM に関する項の和で表わされている。また右辺の最終項は A, Y および ΔM に関しては定数項である。このことより、式(9)のラグランジュ関数 L を与えられた λ のもとで $A, Y, \Delta M$ に関して最小化することは、式(9)の第一項の各 i の[]をそれぞれ独立に A_i および ΔM_i に関して最小化し、第二項の各 k の[]の値をそれぞれ独立に Y_k および ΔM に関して最小化することにより達成することができる。

今、式(9)の第一項の i 番目の[]を $L_{A_i}[A_i, \Delta M_i]$ 、第二項の k 番目の[]を $L_{Y_k}[A_k, \Delta M]$ と表わすものとする。

$$L_{A_i}(A_i, \Delta M_i) = \omega_{a_i}(M_i^0 + \Delta M_i) A_i + \sum_{j=1}^q \lambda_j [a_{i,j} A_i - a_{i,j} (A_i^0)^2 \frac{1}{A_i} + m_{i,j} \Delta M_i] \quad (11)$$

$$L_{Y_k}(Y_k, \Delta M) = \omega_{y_k}(M^0 + \Delta M) Y_k - \omega_{y_k}(M^0 + \Delta M) (Y_k^0)^2 \frac{1}{Y_k} + \sum_{j=1}^q \lambda_j [y_{k,j} Y_k - y_{k,j} (Y_k^0)^2 \frac{1}{Y_k}] \quad (12)$$

式(11), (12)を与えられた λ のもとでそれぞれ $(A_i, \Delta M_i)$ および $(Y_k, \Delta M)$ について最小化するわけであるが、本研究では、まず各部材の材種を変化させないで、つまり、 $\Delta M_i = 0$ ($i=1, \dots, n$)として式(11)および式(12)をそれぞれ A_i および Y_k について独立に最小化し、 A_i および Y_k を改良することとした。

$\Delta M_i = 0$ と仮定した場合、与えられた λ のもとで式(11)の L_{A_i} および式(12)の L_{Y_k} を最小とする A_i および Y_k の値は、 $\partial L_{A_i} / \partial A_i = 0$ および $\partial L_{Y_k} / \partial Y_k = 0$ の条件および A_i, Y_k の上下限の条件式を用いて次式により解析的に求めることができる。

$$\text{if } [A_i^L(M_i^0)]^2 < Z_{A_i} < [A_i^U(M_i^0)]^2, \quad A_i^* = Z_{A_i}^{1/2} \quad (13)$$

$$\text{if } Z_{A_i} \leq [A_i^L(M_i^0)]^2, \quad A_i^* = A_i^L(M_i^0) \quad (14)$$

$$\text{if } Z_{A_i} \geq [A_i^U(M_i^0)]^2, \quad A_i^* = A_i^U(M_i^0) \quad (15)$$

$$\text{ここに、} Z_{A_i} = \frac{-\sum_{j=1}^n \lambda_j \frac{a_{ij}}{(-)} (A_i^0)^2}{\omega_{A_i}(M_i^0) + \sum_{j=1}^n \lambda_j \frac{a_{ij}}{(-)}} \quad (16)$$

$$\text{if } [Y_k^L]^2 < Z_{Y_k} < [Y_k^U]^2, \quad Y_k^* = Z_{Y_k}^{1/2} \quad (17)$$

$$\text{if } Z_{Y_k} \leq [Y_k^L]^2, \quad Y_k^* = Y_k^L \quad (18)$$

$$\text{if } Z_{Y_k} \geq [Y_k^U]^2, \quad Y_k^* = Y_k^U \quad (19)$$

$\omega_{Y_k} > 0$ の場合

$$Z_{Y_k} = \frac{-\sum_{j=1}^n \lambda_j \frac{y_{kj}}{(-)} (Y_k^0)^2}{\omega_{Y_k}(M^0) + \sum_{j=1}^n \lambda_j \frac{y_{kj}}{(-)}} \quad (20)$$

$\omega_{Y_k} < 0$ の場合

$$Z_{Y_k} = \frac{-[\omega_{Y_k}(M^0) + \sum_{j=1}^n \lambda_j \frac{y_{kj}}{(-)}] (Y_k^0)^2}{\sum_{j=1}^n \lambda_j \frac{y_{kj}}{(-)}} \quad (21)$$

上記の A, Y に関する最小化過程により最小化された $L(\lambda, A^*, Y^*, M^0)$ を双対関数 $\ell(\lambda)$ とする。

$$\begin{aligned} \ell(\lambda) = & \sum_{i=1}^n [\omega_{A_i}(M_i^0) A_i^* + \sum_{j=1}^n \lambda_j \frac{a_{ij}}{(-)} A_i^* - \frac{a_{ij}}{(-)} (A_i^0)^2 \frac{1}{A_i^*}] + \sum_{k=1}^p [\omega_{Y_k}(M^0) Y_k^* - \omega_{Y_k}(M^0) (Y_k^0)^2 \frac{1}{Y_k^*}] \\ & + \sum_{j=1}^n \lambda_j \frac{y_{kj}}{(-)} Y_k^* - \frac{y_{kj}}{(-)} (Y_k^0)^2 \frac{1}{Y_k^*}] + [\bar{W} + \sum_{j=1}^n \lambda_j \bar{U}_j] \end{aligned} \quad (22)$$

次に式(22)の双対関数 $\ell(\lambda)$ の双対変数 λ についての最大化はニュートン法により行った。

ニュートン法においては双対変数 λ の改良解は次式により与えられる。

$$\lambda_j^{(r+1)} = \lambda_j^{(r)} + \alpha^{(r)} S_j^{(r)} \quad (j \in S_{AG}) \quad (23)$$

ここに、 S_j は双対空間における λ_j の改良方向を示しており、 S_{AG} はこの改良段階でのアクティブな制約条件群、 α は改良幅である。改良方向 S は次式で求められる。

$$S^{(r)} = -[H(\lambda^{(r)})]^{-1} \cdot \nabla \ell(\lambda^{(r)}) \quad (24)$$

ここに、 $\nabla \ell(\lambda^{(r)})$ は λ_j に関する $\ell(\lambda)$ の一次導関数のベクトルであり、その各要素 $\partial \ell(\lambda) / \partial \lambda_j$ の値は式(22)を λ_j について偏微分することにより近似的制約条件式の値そのものとなる。

$$\frac{\partial \ell(\lambda)}{\partial \lambda_j} = \sum_{i=1}^n [\frac{a_{ij}}{(-)} A_i^* - \frac{a_{ij}}{(-)} (A_i^0)^2 \frac{1}{A_i^*}] + \sum_{k=1}^p [\frac{y_{kj}}{(-)} Y_k^* - \frac{y_{kj}}{(-)} (Y_k^0)^2 \frac{1}{Y_k^*}] + \bar{U}_j \quad (25)$$

また、 $H(\lambda)$ は λ_j に関する $\ell(\lambda)$ のヘッセ行列であり、 $H(\lambda)$ の j s 要素である H_{jj} の計算式は式(25)をさらに λ_j について偏微分することにより導き出すことができる。

λ の S_j に沿った改良幅 α の値は、改良方向 S_j のすべての成分が正の値である場合には $\alpha = 1.0$ とする。しかし S_j に負の値が含まれている場合には、 λ の非負の条件より改良幅の最大値 α_{max} を次式より求め、それを改良幅の許容最大値とする。

$$\alpha_{max}^{(r)} = \min \left| \frac{\lambda_j^{(r)}}{S_j^{(r)}} \right| \quad (j \in S_{AG}) \quad (26)$$

5-3 MおよびAの改良 上記の第一段階の改良過程により改良された λ および Y を固定し、第二段階の改良として式(11)に示す各部材の L_{A_i} を ΔM_i および A_i について最小化することにより M_i および A_i の改良を行う。一般に ΔM_i の変化が制約条件および目的関数に与える影響は、他の設計変数 A や Y

と比較して大きく、かつ本研究の設計変数を改良する過程が近似の概念に基づいて展開されているため、本研究では L_{Ai} の1回の最小化過程において考慮すべき ΔM_i の範囲を M_i^0 の相隣る1ランク上位($\Delta M_i=+1$)、あるいは1ランク下位($\Delta M_i=-1$)の材種のみに限定し、それぞれの材種における L_{Ai} の大きさを比較し、 $\Delta M_i=+1, 0, -1$ のなかで最小の L_{Ai} の値を与える M_i を部材 i の改良材種とすることとした。この場合、 L_{Ai} の計算に必要な材種 M_i の変化による部材 i の断面積 A_i は、式(13)~(16)において、 M_i^0 を $M_i^0 + \Delta M_i$ として求めた A_i^{**} を用いている。したがって部材 i の材種を ΔM_i だけ変化させた場合の L_{Ai} の値は、 A_i^{**} を用いて次式より計算することができる。

$$\begin{aligned} \tilde{L}_{Ai}(A_i^{**}, \Delta M_i) = & \omega_{Ai}(M_i + \Delta M_i)A_i^{**} + \sum_{j=1}^n \lambda_j \{ [a_{ij}, A_i^{**} - a_{ij}, (A_i^0)^2 \frac{1}{A_i^{**}} + m_{ij}, \Delta M_i] \\ & - [a_{ij} + m_{ij}, \Delta M_i \frac{1}{A_i^0}] (A_i^0)^2 \frac{1}{A_i} +] \} \end{aligned} \quad (27)$$

$\Delta M_i=+1, 0, -1$ の各材種における L_{Ai} の値を比較し、 L_{Ai} が最小となる ΔM_i の材種を部材 i の改良材種とし、その部材断面を A_i^{**} に変更する。

6. 最適設計例

2.~5.で述べた最適設計法により、応力度およびたわみの制約条件を受ける種々の不静定トラスの最小製作費設計を行い、信頼性、収束性などの検討を行ったが、その結果について述べる。

6-1 目的関数および制約条件 本研究ではトラス構造物の最適化を行う場合に最小化すべき目的関数として式(1)の製作費を考慮し、また制約条件として、トラスの挙動に関して応力度およびたわみに関する制約条件、設計変数に関して A および Y の上下限制約を考慮している。

応力度の制約条件は次式で表わされる。

$$g_j(A, Y, M) = |N_j(A, Y, M)/A_j| - |\sigma_{sj}(M_j)| \leq 0 \quad (j=1, \dots, n) \quad (28)$$

ここに、 $N_j(A, Y, M)$ および $\sigma_{sj}(M_j)$ はそれぞれ部材 j の実軸力および最大許容応力度である。一般にトラスの各部材の許容応力度 σ は A, Y および M の関数となる。また実際に配置する部材は最小剛度や最小板厚の制約をも満足しなければならない。しかし本研究では最適解において不必要となる部材を消去し構造物の最適な部材配置をも決定することを目的としているので、最適な部材配置を決定する設計段階では σ を M のみの関数とし、 A, Y の変化に対しては不変であると仮定している。応力度の制約条件の設計変数 A, Y, M に関する偏微係数 a_{ij}, y_{kj}, m_{ij} はそれぞれ次式により計算される。

$$\begin{aligned} i=j \text{ の場合} \quad a_{ij} = & -|N_j| \cdot \frac{1}{(A_j^0)^2} + \frac{\partial |N_j|}{\partial A_i} \cdot \frac{1}{A_j^0} \quad (29) \quad i \neq j \text{ の場合} \quad a_{ij} = \frac{\partial |N_j|}{\partial A_i} \cdot \frac{1}{A_j^0} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} m_{ij} = & -[\sigma_s(M_j) - \sigma_s(M_j^0)] + \frac{1}{(A_j^0)} \cdot \frac{\partial |N_j|}{\partial A_i} \cdot \frac{A_i^0}{E_i(M_j^0)} \cdot [E_i(M_j) - E_i(M_j^0)] \quad (30) \\ & \cdot \frac{A_i^0}{E_i(M_j^0)} \cdot [E_i(M_j) - E_i(M_j^0)] \end{aligned} \quad (32)$$

また、たわみ量の制約条件は次式で表わされる。

$$g_d(A, Y, M) = |\delta_d(A, Y, M)| - |\delta_{sd}| \leq 0 \quad (d=1, \dots, q-n) \quad (33)$$

ここに、 $\delta_d(A, Y, M)$ および δ_{sd} は、それぞれ着目している節点 d の実たわみ量と最大たわみ量である。たわみの制約条件の設計変数に関する偏微係数 a_{id}, y_{kd}, m_{id} はそれぞれ次式により計算される。

$$a_{id} = \frac{\partial |\delta_d|}{\partial A_i} \quad (34) \quad y_{kd} = \frac{\partial |\delta_d|}{\partial Y_k} \quad (35)$$

$$m_{id} = \frac{\partial |\delta_d|}{\partial A_i} \cdot \frac{A_i^0}{E_i(M_i^0)} \cdot [E_i(M_i) - E_i(M_i^0)] \quad (36)$$

上記の式より明らかなように、材料変数Mに関する偏微係数 m_{ij} 、 m_{id} は、それぞれ a_{ij} および a_{id} を用いて簡単な計算式により求めることができ、 m_{ij} および m_{id} を求めるためにあらたに構造解析を行う必要はない。このことは材種をも設計変数として考慮している本研究の設計法の計算上の大きな利点となる。

6-2 使用可能材種群の設定

本研究の方法により、弾性係数(E)の等しい材種群、あるいは弾性係数の異なる材種群のいずれの材種群からでも最適な材種を決定することができるが、ここでは表-1に示すような、弾性係数がたがいに異なる7種類の材料からなる材種群 S_M から、各部材に最適な材種を選択する問題の具体的な設計例についてのべる。

表-1 使用可能材種群 S_M

材種番号	σ_s (kg/cm ²)	E (kg/cm ²)	ρ (1/cm ³)	σ_s/ρ	E/ ρ
1	140	0.4x10 ⁶	0.75	187	533333
2	200	0.5	1.00	200	500000
3	400	0.7	1.45	276	482759
4	850	1.1	2.50	340	440000
5	1300	1.4	3.20	406	437500
6	1700	1.7	4.00	425	425000
7	2400	2.1	5.10	471	411765

ρ : 部材の単位容積当りの相対的な製作費

表-1に示す材種群において、各材種は σ_s/ρ の値の小さい順、あるいは、E/ ρ の値の大きい順に番号が付けられており、各材種間の改良が系統的にスムーズに行えるようにしている。また表-1より明らかなように、材種番号が小さい材料ほど同一の費用でより大きな弾性係数が得られるので、たわみ制限が支配的となる最適設計問題に対しては材種番号が小さな材種が有利となる。一方、材種番号が大きな材種ほど同一の費用で大きな許容応力度が得られるので、応力制限が支配的となる最適設計問題に対しては材種番号の大きな材種が有利となる。

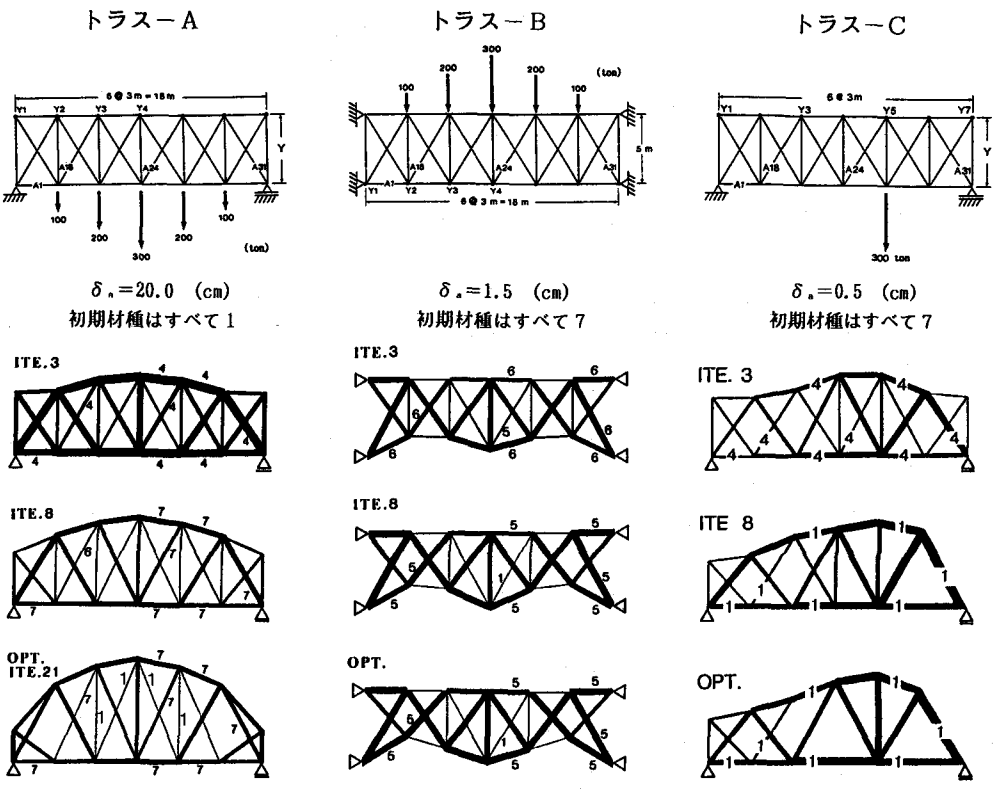
6-3 31部材トラスの設計例

図-1および表-2に、3種類の荷重条件、支点の支持条件およびたわみ制限値を有する31部材不静定トラスの最適解への収束過程を示す。トラスAおよびCでは形状変数Yとして上弦材の節点の高さを、トラスBでは下弦材の節点の基準線からの高さを考慮し、Yの一反復改良過程におけるmove limitを5~10%に制限している。また、各部材の最小断面積の制限を0.1cm²としている。図-1における各部材の線の太さは断面積にほぼ比例して書かれており、部材上の数字は使用材種の番号を示す。

トラスAでは応力制限のみ、トラスBでは応力およびたわみ制限、トラスCではたわみ制限のみがアクティブな制約条件となり、それぞれの設計問題に対する各部材の材種の初期値をアクティブな制約条件に対して最も不利な材種、すなわちトラスAで材種1、トラスB、Cでは材種7と仮定しても、Y、M、Aの改良および最適解への収束状況はきわめて良好であり、それぞれのトラスにおいて10回程程度の改良でほぼ最適解の近傍に収束したのち、さらに5~10回程程度の改良で微調整を行い確実に最適解に収束している。なお、最適解の近傍でたわみに関する制約条件がアクティブとなる場合には、2組のA、Y、Mの組合せが最適解のまわりで振動することが生ずる。このような場合には、振動している2組のMあるいはYを固定し、固定した設計変数以外の設計変数を考慮して2.~5.で述べた方法により最適解を求め、得られた2組の解の目的関数の値を比較することにより、最終的なA、Y、Mを決定することができる。

トラスAでは、応力の制約条件により断面が決定される部材の最適な材種はすべて応力制限に対して最も有利な材種7を選択し、最適解において不要となる部材の材種は最も製作単価の安い材種1となっている。また、トラスCの主要部材の最適材種は、たわみ制限に対して最も有利な材種1を選択している。ト

ラスBでは応力およびたわみ制限がともにアクティブとなることから、すべての主要部材において材種5を最適材種として選択している。また、各トラスの最適解において不要となる部材要素の断面積は確実に0.1cm²に収束し、最適な部材配置をも決定している。各設計条件に対する各節点の最適な座標値もきわめて適切であり、本論文でのべた最適設計法により、トラス構造物の各節点の最適な座標（形状）、部材配置、各部材要素の最適な使用材種および断面積を総合的に、かつ、きわめて能率的に決定できることが明らかとなった。



図－1 31部材トラスの改良過程

表－2 トラスA, B, Cの改良過程および最適解

	ITE. ¹⁾	部材の断面積 (cm ²) および使用材種				節点の座標 (cm)				TOTAL COST
		A1 (M ²⁾)	A18 (M ²⁾)	A24 (M ²⁾)	A31 (M ²⁾)	Y1	Y2	Y3	Y4	
トラス - A $\delta a = 20.0(\text{cm})$ $S_{ag} : \sigma \text{ only}$	INIT. ³⁾	100.0 (1)	100.0 (1)	100.0 (1)	100.0 (1)	500.0	500.0	500.0	500.0	1057286.
	1	805.1 (2)	882.6 (2)	471.1 (2)	2230.1 (2)	475.0	475.0	475.0	475.0	16000113.
	3	277.7 (4)	71.8 (4)	140.4 (4)	505.8 (4)	428.6	439.1	523.7	549.6	7560628.
	4,8	99.6 (7)	2.4 (6)	49.0 (7)	184.0 (7)	360.0	490.8	582.6	626.4	4914631.
	OPT. ⁴⁾ ITE.21	43.6 (7)	0.12 (7)	36.9 (7)	92.9 (7)	222.8	566.1	697.3	751.7	4531192.
トラス - B $\delta a = 1.5 (\text{cm})$ $S_{ag} : \sigma \cdot \delta$	INIT. ³⁾	100.0 (7)	100.0 (7)	100.0 (7)	100.0 (7)	0.0	0.0	0.0	0.0	7189543.
	1	185.3 (7)	157.5 (7)	28.1 (7)	191.1 (7)	-25.0	25.0	25.0	-25.0	6917339.
	3	137.1 (6)	144.2 (6)	0.1 (5)	257.0 (6)	-78.8	71.3	63.4	-23.7	5685099.
	4,8	193.8 (5)	196.2 (5)	0.1 (1)	297.6 (5)	-44.0	121.7	89.0	-47.1	5316521.
	OPT. ⁴⁾ ITE.19+3	228.8 (5)	226.5 (5)	0.1 (1)	296.8 (5)	-20.6	168.8	79.5	-13.3	5637908.
トラス - C $\delta a = 0.5 (\text{cm})$ $S_{ag} : \delta \text{ only}$	INIT. ³⁾	100.0 (7)	100.0 (7)	100.0 (7)	100.0 (7)	500.0	500.0	500.0	500.0	7189543.
	1	150.1 (6)	202.1 (6)	76.3 (6)	699.9 (6)	475.0	475.0	475.0	525.0	15959579.
	3	302.0 (4)	143.6 (4)	17.4 (4)	1290.5 (4)	428.7	473.8	578.8	428.7	12942480.
	4,8	1221.5 (1)	54.6 (1)	0.1 (1)	3308.2 (1)	331.7	495.0	594.7	331.7	10100960.
	OPT. ⁴⁾ ITE.11+5	1039.2 (1)	176.2 (1)	0.1 (1)	3513.4 (1)	314.3	469.1	622.9	284.4	10279970.

1) ITE.: 反復計算回数, 2) M.: 材種番号, 3) INIT.: 初期値, 4) OPT.: 最適解
5) n+m, (n: 解が振動を始めた反復改良回数, m: 振動しているMまたはYを固定して行った反復改良回数)
S_{ag}: アクティブな制約条件群 (σ: 応力, δ: たわみ)

7. 結 論

本研究により得られた結論は次のとおりである。

- (1) 本論文で提案した方法により、大規模なトラス構造物の形状、部材配置、各部材の使用材種および断面積を総合的に、かつ能率的に最適化することができる。
- (2) 目的関数および制約条件式の各設計変数ごとの分離形近似、およびその近似設計問題のラグランジュ関数の最小化過程において提案したニュートン法および離散形感度解析を組み合わせた2段階最小化アルゴリズムにより、トラスの節点座標および部材の断面積の連続形寸法変数、および各部材に使用する材種を示す離散形変数の混合した最適化問題を非常に能率的、かつ系統的に解くことができる。この最適化の方法は、従来、組合せ問題として有効な解法のなかった材料の最適選択問題に対してきわめて有効な方法となる。
- (3) 構造物の状態変数の材料変数に関する偏微係数は、その寸法変数に関する偏微係数および材料の物理的性質に関するパラメーターを用いて簡単な計算式により求めることができる。このことは本論文で提案している最適設計法の計算上の大きな利点となる。
- (4) 材料変数および形状変数に move limit の制限を課すことにより、スムーズに最適解へ収束させることができる。
- (5) たわみ制限がアクティブとなる設計問題では、最適解のごく近傍で材料変数、形状変数、断面寸法変数の2組の組合せが振動することが生ずるが、このような場合には、振動している二組の材種あるいは形状変数の値を固定し、固定した設計変数以外の設計変数を考慮して最適化して得られる二組の解の目的関数の値を比較することにより、最終的な最適解を決定することができる。

参 考 文 献

1. Fleury, C. and Braibant, V.: Structural optimization; a new dual method using mixed Variables, Int. J. for Num. Meth. in Engng., Vol.23, pp.409-428, 1986.
2. Fleury, C. and schmit, L.A.: Dual Methods and approximation concepts in structural synthesis, NASA. CR-3226, 1980.
3. Morris, A.J. et al., eds.: Foundations of Structural Optimization, Chap.13, John Wiley, New York, pp.487-512, 1982.
4. Braibant, V. and Fleury, C.: Sensitivity Analysis in Shape Optimal Design, NATO/NASA/NSF/USAF Advanced Study Insitute on Computer Aided Optimal Design; Structural and Mechanical Systems, Vol.2, Center of Mechanics and Materials of the Technical University of Lisbon, pp.7-28, 1986.
5. Choi, K.K. and Haug, E.J.: Shape Design Sensitivity Analysis of Elastic Structures, J. of Struct. Mech., Vol.11, No.2, pp.231-269, 1983.
6. Choi, K.K.: Shape Design Sensitivity Analysis of Displacement and Stress Constraints, J. of Struct. Mech., Vol.13, No.1, pp.27-41, 1985.
7. Ohkubo, S. et.al.: Total Optimization of Truss Considering Shape, Material and Sizing Variables, COMPUTER UTILIZATION IN STRUCTURAL ENGINEERING, ASCE, pp.247-256, 1989.
8. Ohkubo, S. and Nakajima, T.: Optimum Structural Design with Element Material Selection, Structural Engineering & Construction, Pergamon Press, Vol.3., pp.1986-1996, 1986.
9. Okumura, T. and Ohkubo, S.: Optimum design of steel continuous girders using suboptimization of girder elements, Proc. of The Symposium on Analytical Problems for Design of Structures, compiled by JSCE & AIJ, publ. by JSPS., pp.209-229, 1975.