

17 押し・剥離剛性を考慮した合成梁の実用基本式について

原田 晶利

正会員 ケンテック株式会社 技術部 (〒101-0031 東京都千代田区東神田2丁目1番地-8号)
E-mail: m\harada@kentec-web.co.jp

鉄筋コンクリート床スラブと鉄骨梁とを頭つきスタッド等で結合された合成梁の一般に使われている基本式は材軸方向のズレ応力のみが結合部分に作用するとして導かれた合成作用による対軸力Tに関する2階の微分方程式である。この基本式では結合されている各々の梁の撓みと同じとしているので各々の梁の自由度に応じた支持条件は制約される。これを回避し各々の梁の自由度に応じた支持条件を設定出来る様にするため結合部分に材軸方向のズレ応力に加え押し・剥離応力を考慮した基本式を導いた。一般に使われている基本式に加え弾性地盤上の梁的な作用が加わるので予想される様に基本式は対軸力Tに関し6階の微分方程式になる。

Key Words : composite beam, basical equation, coupled axial force, split_off action, 6order differential equation

1. はじめに

鉄筋コンクリート床スラブと鉄骨梁を頭つきスタッドで結合した合成梁は床スラブと梁の撓みは同じとし結合部分には材軸方向のズレが生ずるとして解析される。頭つきスタッドを使用した場合は頭部分が床スラブが梁から剥離する応力に抵抗している。鉄筋コンクリートと鋼製デッキプレートとの合成スラブでは材軸方向にしっかりした溝を付けたデッキプレートほど床スラブに曲げ亀裂が入った後も十分な合成作用が確保される。この様に実際に使われる結合手段を対象とすれば結合部分に材軸方向のズレが生ずるとして解析すれば十分である^{1)・2)・3)}。しかし合成梁を構成するスラブと梁は支持条件が異なるのが普通である。結合される床スラブと梁の自由度に応じた支持条件を導入しようとするると結合されている梁の撓みと同じとする合成梁の解析では難がある。結合部分にズレ応力に加え押し剥離応力を導入すると結合される各々の梁(床スラブも有効幅の梁と見做す)の自由度に応じた支持条件を無理なく設定出来る⁴⁾。

ズレ剛性に比べ押し・剥離剛性は大きいのが普通なので文献4ではまず押し・剥離作用が無いとして合成作用による対軸力Tを求めこのTを使い押し・剥離作用を考慮する方法で解析した。従って解は容易に得られる。ズレ、押し・剥離剛性を同時に考慮し基本式を導くのが

本来なので本論文ではこれを試みた。押し・剥離作用は弾性地盤(Vinkler地盤)上の梁的挙動と推定すると4階これに加えズレ剛性のみを考慮したとき2階の微分方程式になることから結果的に基本式は6階の微分方程式になると推定される。合成梁を構成する各々の梁は3自由度で計6自由度なり自由度に応じた支持条件が設定出来ると予測される。

2. 構造モデル

図1に2つの梁が結合されてた構造モデルを示す。

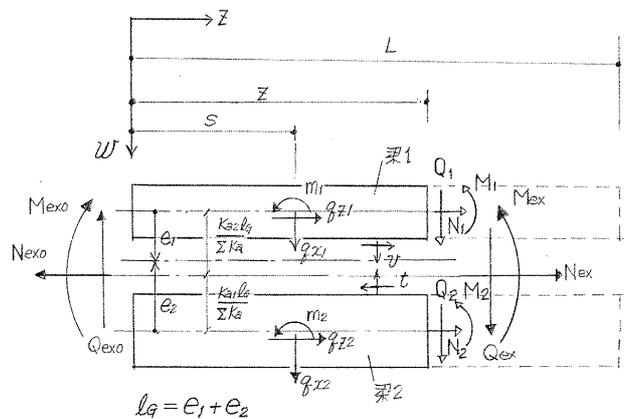


図1 構造モデル

2つの梁の図心間距離を l_G とする。各々の梁はその図心から e_1, e_2 の位置で結合されている。結合部にはズレ剪断応力 t と押し・剥離応力 v が作用している。結合されている2つの梁全体の図心位置は各々の梁の図心から $K_{a1} \cdot l_G / \Sigma K_a, K_{a2} \cdot l_G / \Sigma K_a$ の距離にある。ここで K_{a1}, K_{a2} は各々の梁の軸剛性、 ΣK_a は $K_{a1} + K_{a2}$ 。梁1, 梁2の軸力、剪断力、曲げモーメントをそれぞれ $N_1, Q_1, M_1, N_2, Q_2, M_2$ とする。梁1, 梁2に作用している分布荷重を $q_{z1}, q_{z2}, m_1, q_{x1}, q_{x2}, m_2$ とする。結合されている2つの梁全体の断面に支持端から z の位置に作用している外力を N_{ex}, Q_{ex}, M_{ex} , 支持端に作用している外力を $N_{ex0}, Q_{ex0}, M_{ex0}$ とする。 N_{ex}, Q_{ex}, M_{ex} は

$$N_{ex} = N_{ex0} - \int_0^z (q_{z1} + q_{z2}) dz \quad (1)$$

$$Q_{ex} = Q_{ex0} - \int_0^z (q_{x1} + q_{x2}) dz \quad (2)$$

$$M_{ex} = M_{ex0} + \int_0^z (q_{x1} + q_{x2})(z - s) ds + \int_0^z (m_1 + m_2) dz \quad (3)$$

で計算される。

図2に梁1, 梁2に軸力、曲げモーメントが作用している状態を示す。梁1, 梁2の軸力 N_1, N_2 にはズレ剪断による対軸力 T , 曲げモーメント M_1, M_2 には押し・剥離応力による対曲げモーメント M_v が含まれている。

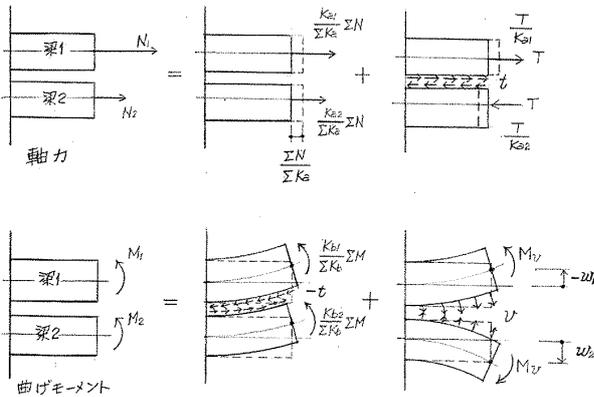


図2 梁1, 梁2の曲げモーメント, 軸力

3. 軸力 N_1, N_2

梁1, 梁2の軸力 N_1, N_2 は合成作用による対軸力を T として(4), (5)式で, 対軸力は(6)式で計算される。

$$N_1 = \frac{K_{a1}}{\Sigma K_a} N_{ex} + T \quad (4)$$

$$N_2 = \frac{K_{a2}}{\Sigma K_a} N_{ex} - T \quad (5)$$

$N_1 + N_2 = N_{ex}$ から

$$T = \bar{K}_a \left(\frac{N_1}{K_{a1}} - \frac{N_2}{K_{a2}} \right) \quad (6)$$

4. 曲げモーメント M_1, M_2

各々の梁の曲げ剛性を K_{b1}, K_{b2} , とし $\Sigma K_b = K_{b1} + K_{b2}$ とする。押し・剥離剛性 (v に対する剛性) を K_v とする。梁1, 梁2の曲げモーメント M_1, M_2 は結合部の押し・剥離応力 v による対曲げモーメント M_v として(7), (8)式で計算される。

$$M_1 = \frac{K_{b1}}{\Sigma K_b} M_v + M_v \quad (7)$$

$$M_2 = \frac{K_{b1}}{\Sigma K_b} M_v - M_v \quad (8)$$

曲げモーメントの釣り合いから

$$M_1 + M_2 = M_{ex} + T l_G \quad (9)$$

対曲げモーメント M_v は(10)式で計算される。

$$M_v = \bar{K}_b \left(\frac{M_1}{K_{b1}} - \frac{M_2}{K_{b2}} \right) = \frac{\bar{K}_b}{K_v} \frac{d^2 v}{dz^2} \quad (10)$$

各々の梁の曲げ曲率を $1/\rho_1, 1/\rho_2$ とすると

$$\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} = \frac{M_1}{K_{b1}} - \frac{M_2}{K_{b2}} = \frac{1}{K_v} \frac{d^2 v}{dz^2}$$

なので M_1, M_2 と v の関係は

$$\frac{M_1}{K_{b1}} - \frac{M_2}{K_{b2}} = \frac{1}{K_v} \frac{d^2 v}{dz^2} \quad (11)$$

(9)式と(11)式から M_1, M_2 を v, T, M_{ex} で表される。

$$M_1 = \frac{K_b}{K_v} \frac{d^2 v}{dz^2} + \frac{K_{b1}}{\Sigma K_b} (M_{ex} + T l_G) \quad (12)$$

$$M_2 = -\frac{\bar{K}_b}{K_v} \frac{d^2 v}{dz^2} + \frac{K_{b2}}{\Sigma K_b} (M_{ex} + T l_G) \quad (13)$$

5. 梁要素の釣り合い, ズレ剪断応力 t と押し・剥離応力 v

結合部分に作用するズレ剪断応力 t , 押し・剥離応力 v と対軸力 T , 対曲げモーメント M_v の関係は図3に示されている梁の微小要素 dz の釣り合いを考慮することで得られる。梁1, 梁2, の材軸方向 z , 材軸直交方向, 曲げの釣り合いから

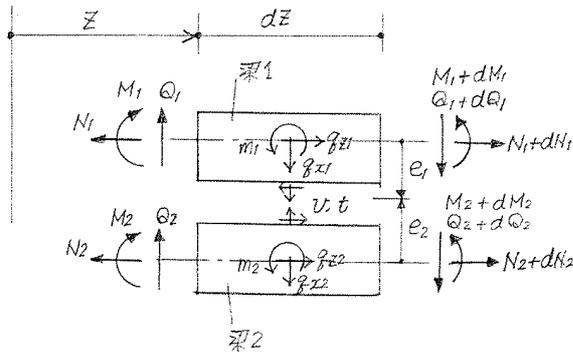


図3 結合されている梁の微小要素dzの釣り合い

$$\frac{dN_1}{dz} + t + q_{z1} = 0, \quad \frac{dN_2}{dz} - t + q_{z2} = 0, \quad (14 a, b)$$

$$\frac{dQ_1}{dz} + v + q_{x1} = 0, \quad \frac{dQ_2}{dz} - v + q_{x2} = 0, \quad (15 a, b)$$

$$\frac{dM_1}{dz} - Q_1 + t e_1 + m_1 = 0, \quad \frac{dM_2}{dz} - Q_2 + t e_2 + m_2 = 0, \quad (16 a, b)$$

(14a)式, (14b)式から

$$\frac{1}{K_{a1}} \frac{dN_1}{dz} - \frac{1}{K_{a2}} \frac{dN_2}{dz} + \left(\frac{1}{K_{a1}} + \frac{1}{K_{a2}} \right) t + \frac{q_{z1}}{K_{a1}} - \frac{q_{z2}}{K_{a2}} = 0 \quad (17)$$

従ってズレ剪断応力 t は,

$$t = -\frac{dT}{dz} - \bar{K}_a \left(\frac{q_{z1}}{K_{a1}} - \frac{q_{z2}}{K_{a2}} \right) \quad (18)$$

(16a)式, (15a)式, および(16b)式, (15b)式から

$$\frac{1}{K_{b1}} \frac{d^2 M_1}{dz^2} - \frac{1}{K_{b2}} \frac{d^2 M_2}{dz^2} + \frac{1}{\bar{K}_b} v + \left(\frac{e_1}{K_{b1}} - \frac{e_2}{K_{b2}} \right) \frac{dt}{dz} + \frac{1}{K_{b1}} \left(\frac{dm_1}{dz} + q_{x1} \right) - \frac{1}{K_{b2}} \left(\frac{dm_2}{dz} + q_{x2} \right) = 0 \quad (19)$$

(12)式と(13)式から

$$\frac{1}{K_{b1}} \frac{d^2 M_1}{dz^2} - \frac{1}{K_{b2}} \frac{d^2 M_2}{dz^2} = \frac{1}{K_v} \frac{d^4 v}{dz^4} \quad (20)$$

(19)式と(20)式から

$$\begin{aligned} & \frac{1}{K_v} \frac{d^4 v}{dz^4} + \frac{1}{\bar{K}_b} v \\ & = \left(\frac{e_1}{K_{b1}} - \frac{e_2}{K_{b2}} \right) \left\{ \frac{d^2 T}{dz^2} + \bar{K}_a \left(\frac{1}{K_{a1}} \frac{dq_{z1}}{dz} - \frac{1}{K_{a2}} \frac{dq_{z2}}{dz} \right) \right\} - \\ & \quad \frac{1}{K_{b1}} \left(\frac{dm_1}{dz} + q_{x1} \right) - \frac{1}{K_{b2}} \left(\frac{dm_2}{dz} + q_{x2} \right) \quad (21) \end{aligned}$$

$K_v \rightarrow \infty$ のときは

$$v = \bar{K}_b \left[\left(\frac{e_1}{K_{b1}} - \frac{e_2}{K_{b2}} \right) \left\{ \frac{d^2 T}{dz^2} + \bar{K}_a \left(\frac{1}{K_{a1}} \frac{dq_{z1}}{dz} - \frac{1}{K_{a2}} \frac{dq_{z2}}{dz} \right) \right\} - \frac{1}{K_{b1}} \left(\frac{dm_1}{dz} + q_{x1} \right) + \frac{1}{K_{b2}} \left(\frac{dm_2}{dz} + q_{x2} \right) \right] \quad (22)$$

(22)式から $e_1 / K_{b1} = e_2 / K_{b2}$ で無い限り $d^2 T / dz^2$ により押し・剥離応力が生ずることが解る。

(10)式と(21)式から

$$v = -\frac{d^2 M_v}{dz^2} + \left(\frac{e_1}{K_{b1}} - \frac{e_2}{K_{b2}} \right) \left\{ \frac{d^2 T}{dz^2} \frac{1}{K_{a1}} \frac{dq_{z1}}{dz} - \frac{1}{K_{a2}} \frac{dq_{z2}}{dz} \right\} - \frac{1}{K_{b1}} \left(\frac{dm_1}{dz} + q_{x1} \right) + \frac{1}{K_{b2}} \left(\frac{dm_2}{dz} + q_{x2} \right) \quad (23)$$

6. 不静定力 T, M_v, 基本式

対軸力Tと対曲げモーメントM_vが求めれば梁1, 梁2の応力, 結合部分のズレ剪断応力が求まるので対軸力Tと対曲げモーメントM_vを不静定力とし補足仕事からT, M_vを計算する。

以下 $A^{(i)} = \frac{d^i A}{dz^i}$, $D^i = \frac{d^i}{dz^i}$ とし q_z, q_x, e, K_a, K_b に対し

$$\bar{q}_z = \frac{q_{z1}}{K_{a1}} - \frac{q_{z2}}{K_{a2}}$$

$$\bar{q}_x = \frac{m_1^{(1)} + q_{x1}}{K_{b1}} - \frac{m_2^{(1)} + q_{x2}}{K_{b2}}$$

$$\Delta e = \frac{e_1}{K_{b1}} - \frac{e_2}{K_{b2}}$$

$$\frac{1}{\bar{K}_a} = \frac{1}{K_{a1}} + \frac{1}{K_{a2}}$$

$$C_T = \frac{1}{\bar{K}_a} + \frac{l_G^2}{\Sigma K_b}$$

とする。諸量は

$$t = -T^{(1)} - \bar{K}_a \bar{q}_z$$

$$v = -M_v^{(2)} + \bar{K}_b \Delta e \left(T^{(2)} + \bar{K}_a \bar{q}_z^{(1)} \right) - K_b \bar{q}_x$$

$$M_1 = M_v + \frac{K_{b1}}{\Sigma K_b} (M_{ex} + T l_G)$$

$$M_2 = -M_v + \frac{K_{b1}}{\Sigma K_b} (M_{ex} + T l_G)$$

$$N_1 = T + \frac{K_{a1}}{\Sigma K_a} N_{ex}$$

$$N_2 = -T + \frac{K_{a1}}{\Sigma K_a} N_{ex}$$

補足仕事は

$$U_c = U_t + U_v + U_M + U_N \quad (24)$$

$$U_t = \frac{1}{2K_t} \int t^2 dz \quad (25)$$

$$U_v = \frac{1}{2K_v} \int v^2 dz \quad (26)$$

$$U_M = \frac{1}{2K_{b1}} \int M_1^2 dz + \frac{1}{2K_{b2}} \int M_2^2 dz \quad (27)$$

$$U_N = \frac{1}{2K_{a1}} \int N_1^2 dz + \frac{1}{2K_{a2}} \int N_2^2 dz \quad (28)$$

補足仕事を T で変分して

$$\frac{\delta U_t}{\delta T} = -\frac{T^{(2)}}{K_t} - \frac{\bar{K}_a}{K_t} \bar{q}_z^{(1)}$$

$$\frac{\delta U_v}{\delta T} = -\frac{\bar{K}_b \Delta e}{K_v} M_v^{(4)} + \frac{\bar{K}_b^2 \Delta e^2}{K_v} T^{(4)} + \frac{\bar{K}_b^2 \bar{K}_a \Delta e}{K_v} \bar{q}_z^{(3)} - \frac{\bar{K}_b^2 \Delta e}{K_v} \bar{q}_x^{(2)}$$

$$\frac{\delta U_M}{\delta T} = \frac{l_G}{\Sigma K_b} (M_{ex} + T l_G)$$

$$\frac{\delta U_N}{\delta T} = \frac{T}{\bar{K}_a}$$

これより

$$\left[\frac{\bar{K}_b^2 \Delta e^2}{K_v} D^4 - \frac{1}{K_t} D^2 + \left(\frac{1}{\bar{K}_a} + \frac{l_G^2}{\Sigma K_b} \right) \right] T + \left[-\frac{\bar{K}_b \Delta e}{K_v} D^4 \right] M_v = -\frac{\bar{K}_b^2 \bar{K}_a \Delta e^2}{K_v} \bar{q}_z^{(3)} + \frac{\bar{K}_a}{K_t} \bar{q}_t^{(1)} + \frac{\bar{K}_b^2 \Delta e}{K_v} \bar{q}_x^{(2)} - \frac{l_G}{\Sigma K_b} M_{ex} \quad (29)$$

同様に補足仕事を M_v で変分して

$$\frac{\delta U_c}{\delta M_v} = 0 \text{ から}$$

$$\frac{\delta U_v}{\delta M_v} = \frac{1}{K_v} M_v^{(4)} - \frac{\bar{K}_b \Delta e}{K_v} T^{(4)} - \frac{\bar{K}_b \bar{K}_a \Delta e}{K_v} \bar{q}_z^{(3)} + \frac{\bar{K}_b}{K_v} \bar{q}_x^{(2)}$$

$$\frac{\delta U_M}{\delta M_v} = \frac{1}{\bar{K}_b} M_v$$

これより

$$\left[-\frac{\bar{K}_b \Delta e}{K_v} D^4 \right] T + \left[\frac{1}{K_v} D^4 + \frac{1}{\bar{K}_b} \right] M_v = \frac{\bar{K}_b \bar{K}_a \Delta e}{K_v} \bar{q}_z^{(3)} - \frac{\bar{K}_b}{K_v} \bar{q}_x^{(2)} \quad (30)$$

(29)式, (30)式から M_v を消去すると対軸力 T に関する 6 階の微分方程式が得られる。

$$\left\{ D^6 - K_t (\bar{K}_b \Delta e^2 + C_T) D^4 + \frac{K_v}{\bar{K}_b} D^2 - \frac{K_v K_t C_T}{\bar{K}_b} \right\} T = -K_a \left\{ \bar{q}_z^{(5)} + K_t \bar{K}_b \Delta e^2 \bar{q}_z^3 - \frac{K_v}{\bar{K}_b} \bar{q}_z^{(2)} \right\} + K_t \bar{K}_b \Delta e \bar{q}_x^{(2)} + \frac{K_t l_G}{\Sigma K_b} M_{ex}^{(4)} + \frac{K_v K_t l_G}{\Sigma K_b \bar{K}_b} M_{ex} \quad (31)$$

7. 結合部ばね (K_t, K_v) の釣り合い, $v(T)$ の計算

図4 に結合部ばねに作用する応力を示す。押し・剥離ばねには P_{vb}, P_{v2} 、ズレばねには P_{tb}, P_{t2} が梁1, 梁2から作用している。

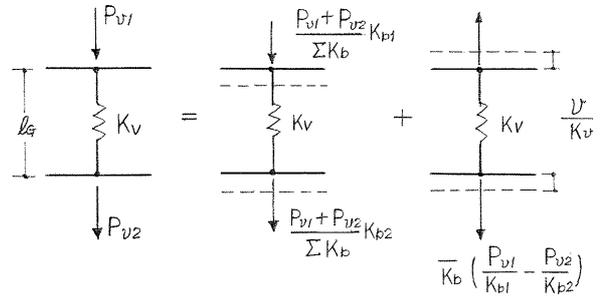


図4 結合部ばねに作用する応力

押し・剥離ばねの釣り合いから

$$p_{t1} = \frac{dN_1}{dz} + q_{z1} = \frac{K_{a1}}{\Sigma K_a} \frac{dN_{ex}}{dz} + \frac{dT}{dz} + q_{z1}$$

$$p_{t2} = \frac{dN_2}{dz} + q_{z2} = \frac{K_{a2}}{\Sigma K_a} \frac{dN_{ex}}{dz} + \frac{dT}{dz} + q_{z2}$$

これより

$$\bar{K}_a \left(\frac{p_{t1}}{K_{a1}} - \frac{p_{t2}}{K_{a2}} \right) + t = 0 \quad (32)$$

ズレばねの釣り合いから

$$p_{v1} = \frac{dQ_1}{dz} + q_{x1} = \frac{d^2 M_1}{dz^2} + \frac{dt}{dz} e_1 + \frac{dm_1}{dz} + q_{x1}$$

$$p_{v2} = \frac{dQ_2}{dz} + q_{x2} = \frac{d^2 M_2}{dz^2} + \frac{dt}{dz} e_2 + \frac{dm_2}{dz} + q_{x2}$$

これより

$$\bar{K}_b \left(\frac{p_{v1}}{K_{b1}} - \frac{p_{v2}}{K_{b2}} \right) + v = 0 \quad (33)$$

対軸力 T と押し・剥離応力 v を不静定力として補足仕事から v を T で表す式を導く。

補足仕事は

$$U_c = U_M + U_N + U_t + U_v - \int p' \left(-\frac{v}{K_v} \right) dz \quad (34)$$

(34)式の最後の項は K_v ばねの仕事である。ここで

$$p' = \bar{K}_b \left(\frac{p_{v1}}{K_{b1}} - \frac{p_{v2}}{K_{b2}} \right)$$

$$p' \frac{v}{K_v} = \frac{\bar{K}_b}{K_v} v \left\{ \Delta e \left(T^{(2)} + \bar{K}_a \bar{q}_z^{(1)} \right) + \bar{q}_x \right\}$$

$$U_v = \int \frac{v^2}{2 K_v} dz$$

$$U_t = \int \frac{t^2}{2 K_t} dz$$

$$U_M = \int \frac{M_1^2}{2 K_{b1}} dz + \int \frac{M_2^2}{2 K_{b2}} dz$$

$$U_N = \int \frac{N_1^2}{2 K_{a1}} dz + \int \frac{N_2^2}{2 K_{a2}} dz$$

補足仕事を T で変分して

$$\frac{\delta \left(p' \frac{v}{K_v} \right)}{\delta T} = \frac{d^2}{dz^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial T^{(2)}} \left(\frac{\bar{K}_b}{K_v} \Delta e v T \right) \right\} = \frac{\bar{K}_b}{K_v} \Delta e \frac{d^2 v}{dz^2}$$

$$\frac{\delta U_v}{\delta T} = 0$$

$$\frac{\delta U_t}{\delta T} = -\frac{T^{(2)}}{K_t} - \frac{\bar{K}_a}{K_t} \bar{q}_z^{(1)}$$

$$\frac{\delta U_M}{\delta T} = \frac{l_G}{\Sigma K_b} (M_{ex} + T l_G)$$

$$\frac{\delta U_N}{\delta T} = \frac{T}{\bar{K}_a}$$

$$\frac{\delta U_c}{\delta T} = 0;$$

$\delta U_c = 0$ から

$$T^{(2)} - K_t \left(\frac{1}{\bar{K}_a} + \frac{l_G^2}{\Sigma K_b} \right) T = \frac{K_t \bar{K}_b}{K_v} \Delta e v^{(2)} + \frac{K_t l_G}{\Sigma K_b} M_{ex} - K_t \bar{K}_a \bar{q}_z^{(1)} \quad (35)$$

これより

$$v^{(2)} = \frac{K_v}{K_t \bar{K}_b \Delta e} \left\{ T^{(2)} - K_t \left(\frac{1}{\bar{K}_a} + \frac{l_G^2}{\Sigma K_b} \right) T - \frac{K_t l_G}{\Sigma K_b} M_{ex} + \bar{K}_a \bar{q}_z^{(1)} \right\} \quad (36)$$

(36)式を z で2回微分して

$$v^{(4)} = \frac{K_v}{K_t \bar{K}_b \Delta e} \left\{ T^{(4)} - K_t \left(\frac{1}{\bar{K}_a} + \frac{l_G^2}{\Sigma K_b} \right) T^{(2)} - \frac{K_t l_G}{\Sigma K_b} M_{ex} + \bar{K}_a \bar{q}_z^{(3)} \right\} \quad (37)$$

(21)式

$$v = -\frac{\bar{K}_b}{K_v} v^{(4)} + \bar{K}_b \left\{ \Delta e \left(T^{(2)} + \bar{K}_a \bar{q}_z^{(1)} \right) - \bar{q}_x \right\} \quad (21)$$

と(37)式から

$$v = -\frac{1}{K_t \Delta e} T^{(4)} + \left\{ \bar{K}_b \Delta e + \frac{1}{\Delta e} \left(\frac{1}{\bar{K}_a} + \frac{l_G^2}{\Sigma K_b} \right) \right\} T^{(2)} + \frac{l_G^2}{\Delta e \Sigma K_b} M_{ex}^{(2)} - \frac{\bar{K}_a}{K_t \Delta e} q_z^{(3)} + \bar{K}_b \bar{K}_a \Delta e \bar{q}_z^{(1)} - \bar{K}_b \bar{q}_x \quad (38)$$

(38)式を使えば押し・剥離応力 v が対軸力 T から計算出来る。(45)式を z で2回微分し

$$v^{(6)} = \frac{K_v}{K_t \bar{K}_b \Delta e} \left\{ T^{(6)} - K_t \left(\frac{1}{\bar{K}_a} + \frac{l_G^2}{\Sigma K_b} \right) T^{(4)} - \frac{K_t l_G}{\Sigma K_b} M_{ex}^{(4)} + \bar{K}_a \bar{q}_z^{(5)} \right\} \quad (39)$$

(21)式を z で2回微分し

$$v^{(6)} + \frac{K_v}{\bar{K}_b} v^{(2)} - K_v \left\{ \Delta e \left(T^{(4)} + \bar{K}_a \bar{q}_z^{(3)} \right) - \bar{q}_x^{(3)} \right\} = 0 \quad (40)$$

(39)式、(36)式を(40)式に代入すると基本式(31)式が得られる。

8. 撓み、軸変位

図2に示されている様に梁1, 梁2, の撓みは各々の梁の曲げ剛性に比例した撓み成分 Ψ と押し・剥離応力による撓み成分 Φ を使い計算出来る³⁾。

Ψ は(41)式

$$\Psi = \frac{K_{b1} w_1 + K_{b2} w_2}{\Sigma K_b} \quad (41)$$

で表され(42)式の梁の曲げモーメントとの関係

$$\frac{d^2 \Psi}{dz^2} = -\frac{M_{ex} - T l_G}{\Sigma K_b}$$

から計算出来る。 $z=0$ の Ψ を Ψ_0 とすれば(42)式となる。

$$\Psi = \Psi_0 + \Psi_0^{(1)} Z + \int_0^z \frac{M_{ex} + T l_G}{\Sigma K_b} dz \quad (42)$$

Φはv を使い(43)式から計算出来る。

$$\Phi = w_1 - w_2 = -\frac{v}{K_v} \quad (43)$$

ΨとΦを使い梁1, 梁2 の撓み w_1, w_2 は(44)式, (45)式で計算される。

$$w_1 = \Psi + \frac{K_{b2}}{\Sigma K_b} \Phi \quad (44)$$

$$w_2 = \Psi - \frac{K_{b1}}{\Sigma K_b} \Phi \quad (45)$$

軸変位は(46)式, (47)式で計算される。

$$u_1 = \frac{1}{K_{a1}} \int_0^z N_1 dz + U_0 = \frac{1}{\Sigma K_a} \int_0^z N_{ex} dz + \frac{1}{K_{a1}} \int_0^z T dz + U_0 \quad (46)$$

$$u_2 = \frac{1}{K_{a1}} \int_0^z N_2 dz + U_0 = \frac{1}{\Sigma K_a} \int_0^z N_{ex} dz - \frac{1}{K_{a2}} \int_0^z T dz + U_0 \quad (47)$$

9. 計算例

図5 に示す厚さ16 cm, 有効幅240 cmの鉄筋コンクリートの床スラブ(梁1)と鉄骨梁H400×200×8×13(梁2)との合成梁がスパン400 cmの中央に集中荷重P=1000 Nを受ける場合について計算する。鉄骨梁は一端固定、他端支持とし床スラブは両端自由とする。

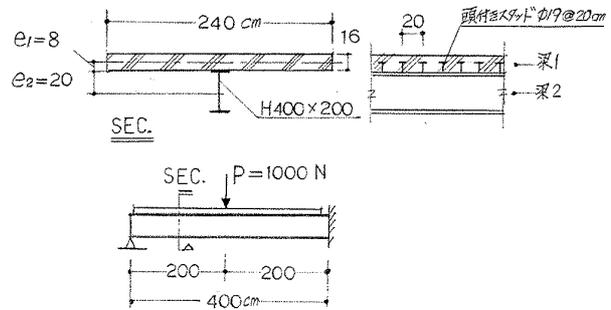


図5 計算例

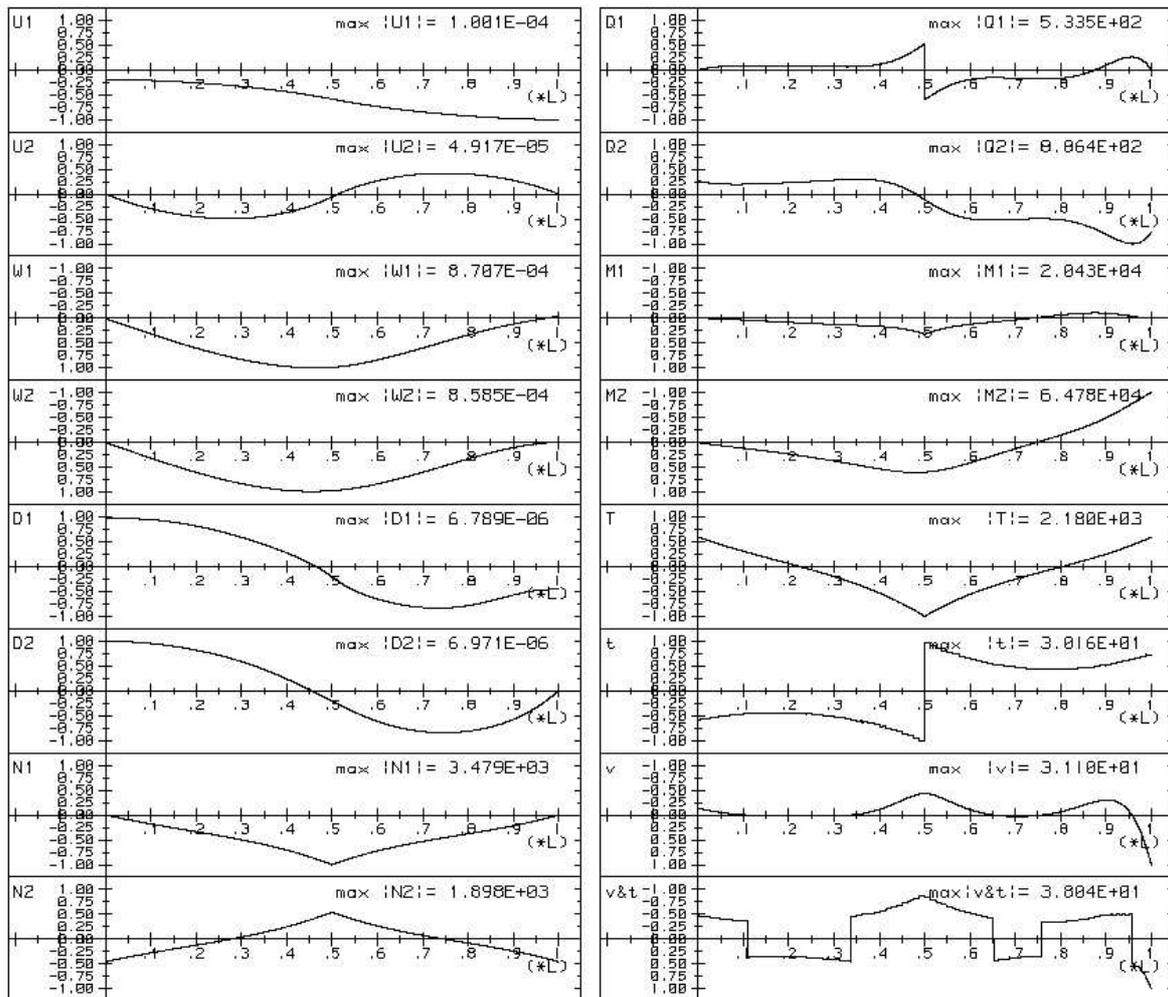


図6 計算結果

諸元を以下に示す。

$$E_s = 2.05 \times 10^7 \text{ N/cm}^2, \quad E_c = 2.05 \times 10^6 \text{ N/cm}^2$$
$$\text{梁1; } K_{a1} = 7.872 \times 10^9 \text{ N}, \quad K_{b1} = 1.679 \times 10^{11} \text{ Ncm}^2$$
$$\text{梁2; } K_{a2} = 1.709 \times 10^9 \text{ N}, \quad K_{b2} = 4.811 \times 10^{11} \text{ Ncm}^2$$
$$\text{結合部; } \phi 19 \text{ 頭付きスタッド} @ 20 \text{ cm}$$
$$K_t = 2.439 \times 10^4 \text{ N/cm}^2, \quad K_v = 8.511 \times 10^5 \text{ N/cm}^2$$
$$e_1 = 8 \text{ cm}, \quad e_2 = 20 \text{ cm}$$

図6 に計算結果を示す。U は材軸方向の変位, W は撓み, D は dW/dx , N, Q, M は軸力, 剪断力, 曲げモーメント分布, T は合成作用による対軸力, t, v はズレ, 押し・剥離応力, v&t は t と v を加算した値である。撓み, 軸力, 合成作用による対軸力, ズレ剪断応力は押し・剥離剛性を無限大とした場合と余り変わらないが曲げモーメント分布や軸方向変位は梁1と梁2の支持状態が現れている。鉄骨梁固定端では剥離($v > 0$), 荷重作用位置, 鉄骨梁支持端では押し($v < 0$)になっている。

10. 結論

押し・剥離応力を考慮した合成梁の基本式は合成作用による対軸力 T の 6 階の微分方程式となる。諸量は基本式を解くことで得られ、結合されている各々の梁の自由度に応じた支持条件で諸量が計算出来る。

本論文は押し・剥離応力を考慮した合成梁の基本式を説明することが主目的なので計算例は押し・剥離作用が

見えるもの1例に限った。基本式は文献5で扱われている様な結合されている各々の梁を引裂く場合にも適用出来る。

【参考文献】

- 1) Rosman Riko: An approximate Analysis of Shear Wall Subject to Lateral Loads. ACI Journal, 1964, H.6
- 2) N. M. Newmark: Test and Analysis of Composite Beam with Incomplete Interaction, proc. of society for experimental stress analysis vol IX No 1 1881 pp75-92. 1951
- 3) Rikio Rosman: Zustandsgrossen und Tragverhalten von Verbundbalken mit Stirnplatten, osterreichische Ingenieur und Architeschritt (OIAZ) 141. Jg., Heft 1/1996
- 4) 原田 晶利: 押し剥離作用を考慮した合成梁の実用式について, 日本建築学会構造系論文集 第498号 153-160 1997年 8月
- 5) Jialai Wang, Pizhong Qiao: Fracture Analysis of Shear Deformable Bi-Material Interface, JOURNAL OF ENGINEERING MECHANICS, ASCE MARCH 2006

PRACTICAL FORMULA OF COMPOSITE BEAM INCLUDED SPLIT_OFF ACTION

Masatoshi HARADA

The present paper is on the practical formula for the composite beam. Usual availed formula is 2 order differential equation for the coupled axial force by composite action. This conventional formula is assumed the same deflection of both combined beams., and this assumption restricts the introducing of supporting condition corresponding to the freedom of each beam. This restriction is avoided by considering the sprit_off action on the connected portion of combined beams. In this paper the 6 order differential equation for the coupled axial force is set up by introducing the sprit_off action. The 6 order is expected, because the action like the beam on the spring foundation, it becomes 4 order differential equation, is added to the conventional basic formula of composite beam. Presented formula is setup by using the Euler equation of complementary energy same as the set up of the conventional basic equation.