

(48) プレキャスト合成床版連続桁の経時
挙動解析とその設計への応用

ANALYSIS OF LONG-TERM BEHAVIOR OF CONTINUOUS COMPOSITE GIRDERS
WITH PRECAST PRESTRESSED CONCRETE SLABS AND ITS DESIGN CONSIDERATION

藤巻浩之*

林 圭一**

渡邊英一***

中井 博****

Hiroyuki FUJIMAKI, Keiichi HAYASHI, Eiichi WATANABE, Hiroshi NAKAI

Presented in this paper is a numerical analysis of the creep and relaxation behavior of the continuous composite girders with precast prestressed concrete slabs, considering the steel girders and the concrete slabs as elastic and viscoelastic respectively, upon the use of the Laplace and its numerical inverse transforms.

The emphasis is placed on the effect of slip between concrete slabs and studs under the negative bending moment. In addition, simple formulae for the creep and relaxation factors are given in terms of several important dimensionless parameters.

1. まえがき

工場製作されたプレキャスト床版を現場において鋼桁上に敷設した後、橋軸方向にプレストレスを導入する工法は、従来の現場打ち工法に比べ、施工の迅速性、経済性等の理由から現在注目を集めている。

本研究は、このプレストレス導入の際の合成桁全体としてのクリープ・リラクセーションについての数値解析を行った。解析上、プレキャスト床版部分を線形粘弾性体、鋼桁部分を弾性体とし、ラプラス像空間においてつりあい式、構成式、適合条件式を解く。この解を数値ラプラス逆変換することにより種々の応力、変位等が算出されるが、ここではスタッドを介した床版と鋼桁の合成度が連続合成桁の曲げモーメントの符号の正負により異なることに着目した。また、主要な無次元パラメータが合成桁の経時変化に及ぼす影響を、設計に便利のようにクリープ率及びリラクセーション率という陽な形で表現し、提案した。

2. 解析手法

2.1 連続合成桁解析

* 京都大学大学院

** 工修 株式会社大林組

*** Ph. D, 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

**** 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科

対象となる合成床版桁を Fig. 1 に示す。ここで、

$M_o(t), N_o(t), \phi_o(t), \epsilon_o(t)$: 床版の曲げモーメント、軸力、曲率、ひずみ

$M_g(t), N_g(t), \phi_g(t), \epsilon_g(t)$: 鋼桁の曲げモーメント、軸力、曲率、ひずみ

$M(x)$: 合成桁の任意断面に持続作用する曲げモーメント

E_g, I_g, A_g, D_g : 鋼桁のヤング率、断面二次モーメント、断面積、伸び剛性

$E_c(t), I_c, A_c, D_c(t)$: 床版のヤング率、断面二次モーメント、断面積、伸び剛性

$\epsilon_{os}(t)$: 合成を無視したときの床版単独のクリープひずみ

e : 床版、鋼桁間の重心距離

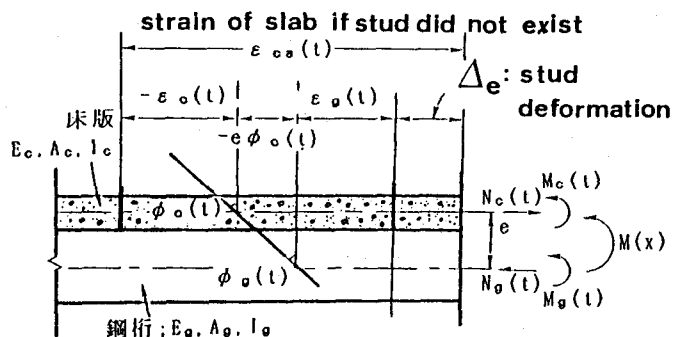


Fig. 1. 合成床版桁に働く力と生じる変形

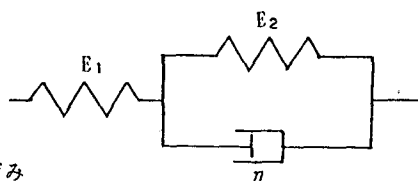


Fig. 2. 床版の3要素モデル

上の軸力とひずみは全て引張を正にとる。このような合成桁の床版を3要素モデル(Fig. 2)を用いた線形粘弾性体、鋼桁を弾性体と考え、ラプラス像空間においてつりあい式、構成式、適合条件式を導き、それらを解くことにより、軸力 N_c 、曲率 ϕ_c が得られる¹⁾。

この際、曲げモーメントの正負により、床版と鋼桁の間の合成効果にいかなる影響が生じるかを模式的に示したのがFig. 3である。合成桁全体に生じる曲げモーメントが正の部分では、(a)のように床版と鋼桁がスタッドを介して完全に合成されており、合成桁として十分な機能を果たすことができるが、(b)のようにモーメントが負方向に作用する部分では、床版と鋼桁の間の合成が不完全なためFig. 1に示した弾性ずれ Δ_e が生じ、(a)とは異なった挙動を示すものと考えられる。

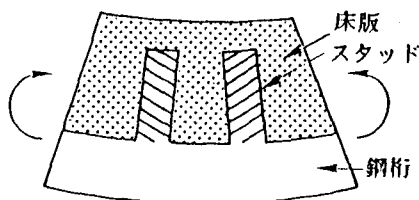
$$\Delta_e = -\frac{1}{C} \frac{d^2 N_c(t)}{dx^2} \quad (1); \quad C = \frac{C_0}{\xi^2} \quad (2).$$

ここで、 C_0 はスタッドの基準バネ定数($=20 \text{ tonf/cm}^2$)であり、 ξ はフレキシビリティー定数²⁾である。曲げモーメントが正であるFig. 3(a)においては、弾性ずれ Δ_e が全く生じないとしたので、式(1)、(2)において $C=\infty$, または $\xi=0$ とおける。これに対し Fig. 3(b)においては、 $C=C_1$, $\xi=\xi_1$ とした。

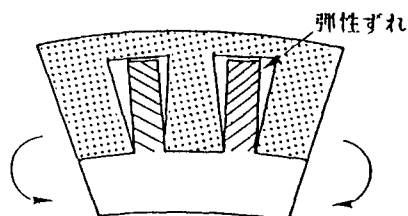
以上の仮定に基づき、長さ l のスパンを完全合成部分($0 \leq x < k_1 l$)と、非完全合成部分($k_1 l \leq x \leq l$)に分けるとつぎのようにそれぞれの軸力、曲率が求まる。

(1) 完全合成部分 ($0 \leq x < k_1 l$)

$$\bar{N}_{cp}(s, x) = \bar{N}'_c(s) + \bar{N}''_{cp}(s, x) \quad (3); \quad \bar{N}'_c(s) = \frac{1}{a} \bar{\epsilon}_{ca}(s) \quad (4); \quad \bar{N}''_{cp}(s, x) = -\frac{b}{a} \frac{M(x)}{s} \quad (5);$$



(a) モーメントが正の場合



(b) モーメントが負の場合

Fig. 3. 曲げモーメントの符号の合成効果への影響

$$\bar{\phi}_{cp}(s, x) = \bar{\phi}'_c(s) + \bar{\phi}''_{cp}(s, x) \quad (6); \quad \bar{\phi}'_c(s) = \frac{b}{a} \bar{\epsilon}_{ca}(s) \quad (7); \quad \bar{\phi}''_{cp}(s, x) = b \left(\frac{1}{e} - \frac{b}{a} \right) \frac{M(x)}{s} \quad (8).$$

(2) 非完全合成部分 ($k \leq x \leq l$)

$$\bar{N}_{ci}(s, x) = \bar{N}'_c(s) + \bar{N}''_{ci}(s, x) \quad (9); \quad \bar{\phi}_{ci}(s, x) = \bar{\phi}'_c(s) + \bar{\phi}''_{ci}(s, x) \quad (10);$$

$$\bar{\phi}''_{ci}(s, x) = \bar{\phi}''_{ci1}(s, x) + \bar{\phi}''_{ci2}(s, x) \quad (11).$$

$$\bar{N}''_{ci}(s, x) = -\frac{b}{a + \frac{1}{C_1} \left(\frac{\pi}{l} \right)^2} \frac{M(x)}{s} \quad (12); \quad \bar{\phi}''_{ci1}(s, x) = b \left\{ \frac{1}{e} - \frac{b}{a + \frac{1}{C_1} \left(\frac{\pi}{l} \right)^2} \right\} \frac{M(x)}{s} \quad (13);$$

$$\bar{\phi}''_{ci2}(s, x) = \bar{U}(s) \sinh \left\{ \sqrt{C_1 a} (x - l) \right\} \quad (14).$$

ここで、

$$\bar{U}(s) = \frac{-ep}{(E_g I_g + \bar{E}_c(s) I_c) \sinh \{ (1 - k_1) l \sqrt{C_1 a} \}} \quad (15); \quad p = \frac{bm}{s} \left\{ \frac{1}{a + \frac{1}{C_1} \left(\frac{\pi}{l} \right)^2} - \frac{1}{a} \right\} \sin k_1 \pi \quad (16);$$

$$a = \frac{e^2}{E_g I_g + \bar{E}_c(s) I_c} + \frac{1}{D_g} + \frac{1}{\bar{D}_c(s)} \quad (17); \quad b = \frac{e}{E_g I_g + \bar{E}_c(s) I_c} \quad (18).$$

以上の曲率から、共役ばり法を用いて連続合成桁のたわみを求める。ここでは3スパン連続ばりを例にとり、それをFig. 4に示す。ここで $\bar{\phi}(s)$ は不静定力による項である。ヒンジ部分Cにおけるつりあい等から、場所xにおける曲率は完全合成部 $\bar{\phi}_1(s, x)$ と、非完全合成部 $\bar{\phi}_2(s, x)$ に分けてつぎのように求まる。

$$\bar{\phi}_1(s, x) = \bar{\phi}'_c(s) + \bar{\phi}''_{cp}(s, x) + \bar{\phi}'''(s, x)$$

$$= d' \left(1 - \frac{6x}{5l} \right) + d_1'' \left\{ \frac{4}{l^2} x(l - x) - \frac{24x}{5l} K_A \right\} - d_2'' \frac{24x}{5l} K_B - \frac{6xA}{5l^2} \frac{\bar{U}(s)}{\sqrt{C_1 a}} \quad (19);$$

$$\bar{\phi}_2(s, x) = \bar{\phi}'_c(s) + \bar{\phi}''_{ci1}(s, x) + \bar{\phi}''_{ci2}(s, x) + \bar{\phi}'''(s, x)$$

$$= d' \left(1 - \frac{6x}{5l} \right) - d_1'' \frac{24x}{5l} K_A + d_2'' \left\{ \frac{4}{l^2} x(l - x) - \frac{24x}{5l} K_B \right\} + \bar{U}(s) \sinh \left\{ \sqrt{C_1 a} (x - l) \right\} - \frac{6xA}{5l^2} \frac{\bar{U}(s)}{\sqrt{C_1 a}} \quad (20).$$

ここで

$$K_A = \frac{1}{12} + \frac{k_1^3}{3} - \frac{k_1^4}{4} - \frac{k_2^2}{2} + \frac{k_2^3}{3} \quad (21);$$

$$K_B = \frac{1}{12} - \frac{k_1^3}{3} + \frac{k_1^4}{4} + \frac{k_2^2}{2} - \frac{k_2^3}{3} \quad (22);$$

$$A = 1 - k_1 \cosh \left\{ \sqrt{C_1 a} (1 - k_1) l \right\} - \frac{\sinh \left\{ \sqrt{C_1 a} (1 - k_1) l \right\}}{\sqrt{C_1 a} l} + \cosh \left\{ \sqrt{C_1 a} (1 - k_2) l \right\} - \cosh \sqrt{C_1 a} l \quad (23).$$

ここで、 k_1, k_2 は左端スパン、中央スパンそれぞれにおいて曲げモーメントの正負が変化する位置である。以上より、共役ばり法を用いて完全合成部、非完全合成部それぞれのたわみ δ_0, δ_1 はつぎのように

任意点 $x=hl$ において求められる。

$$\delta_p = R_A hl - \int_0^{hl} \bar{\phi}_1(s, x)(hl - x) dx \quad (24);$$

$$\delta_i = R_A hl - \int_0^{k_1 l} \bar{\phi}_1(s, x)(hl - x) dx - \int_{k_1 l}^{hl} \bar{\phi}_2(s, x)(hl - x) dx \quad (25);$$

$$R_A = \frac{1}{l} \left\{ \int_0^{k_1 l} \bar{\phi}_1(s, x)(l - x) dx + \int_{k_1 l}^{hl} \bar{\phi}_2(s, x)(l - x) dx \right\} \quad (26).$$

2.2 パラメータ解析

関連式の無次元化後、極限值定理を用いて $t=0, \infty$ の軸力 $N_c(0), N_c(\infty)$ ならびに曲率 $\phi(0), \phi(\infty)$ は合成前のPC鋼材のブレストス力: $P(t) = P_0 \{ \alpha + (1 - \alpha) \exp(-\kappa t) \}$ とPC板のひずみ: $\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_0 \{ \beta + (1 - \beta) \exp(-\kappa t) \}$ [ここに、 $\kappa = E_2 / (\alpha \eta)$] を考慮して、ブレストス導入後、時間 $t = \tau_1$ にPC板と鋼桁を合成するとして、以下のように求めることができる。

$$\frac{N_c(0)}{E_c A_c} = \frac{\varepsilon_0 \{ 1 - \exp(-\kappa \tau_1) \} (1 - \beta)}{1 + \frac{r_a}{n} + \frac{r_a}{m_1(n + r_b)}} - \frac{\frac{m_2}{m_1 \left(1 + \frac{r_b}{n} \right)}}{1 + \frac{r_a}{n} + \frac{r_a}{m_1(n + r_b)} - \frac{r_a Z}{n}} \quad ; \quad \alpha = P(\infty) / P_0 \quad (27);$$

$$\beta = \varepsilon_{cs}(\infty) / \varepsilon_0$$

$$\frac{N_c(\infty)}{E_c A_c} = \frac{\varepsilon_0 (\beta - 1) \exp(-\kappa \tau_1)}{1 + \frac{r_a}{n} \frac{\rho}{\rho + 1} + \frac{r_a}{m_1 \left\{ \frac{n(\rho + 1)}{\rho} + r_b \right\}}} - \frac{\frac{m_2}{m_1 \left\{ 1 + \frac{\rho r_b}{(\rho + 1)n} \right\}}}{1 + \frac{r_a}{n} \frac{\rho}{\rho + 1} + \frac{r_a}{m_1 \left\{ \frac{n(\rho + 1)}{\rho} + r_b \right\}}} - \frac{r_a Z}{n} \frac{\rho}{\rho + 1} \quad (28);$$

$$e\phi(0) = \frac{\varepsilon_0 \{ 1 - \exp(-\kappa \tau_1) \} (1 - \beta)}{1 + m_1 \left(1 + \frac{r_b}{n} \right) \left(1 + \frac{n}{r_a} \right)} + \frac{m_2 \left(1 + \frac{n}{r_a} + Z \right)}{1 + m_1 \left(1 + \frac{r_b}{n} \right) \left(1 + \frac{n}{r_a} + Z \right)} \quad (29);$$

$$e\phi(\infty) = \frac{\varepsilon_0 (\beta - 1) \exp(-\kappa \tau_1)}{1 + m_1 \left(1 + \frac{r_b}{n} \frac{\rho}{\rho + 1} \right) \left(1 + \frac{n}{r_a} \frac{\rho + 1}{\rho} \right)} + \frac{m_2 \left(1 + \frac{n}{r_a} \frac{\rho + 1}{\rho} + Z \right)}{1 + m_1 \left(1 + \frac{r_b}{n} \frac{\rho}{\rho + 1} \right) \left(1 + \frac{n}{r_a} \frac{\rho + 1}{\rho} + Z \right)} \quad (30).$$

ここで、

$$n = \frac{E_g}{E_1} \quad r_a = \frac{A_c}{A_g} \quad r_b = \frac{I_c}{I_g} \quad \rho = \frac{E_2}{E_1} \quad m_1 = \frac{I_g}{e^2 A_g} \quad m_2 = \frac{M(x)}{e E_g A_g} \quad Z = \frac{E_g I_g}{C} \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \quad (31).$$

床版の総軸力 $P_c(x, t)$ は、前述の $P(t)$ と $N_c(t)$ の和として与えられる²⁾。

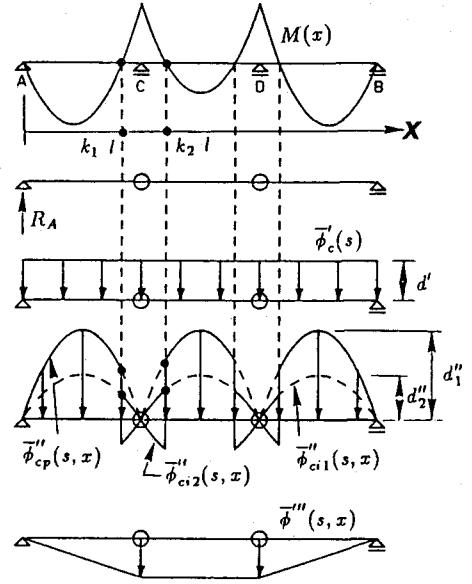


Fig. 4. 3スパン連続合成床版桁の共役ばり

3. 数値解析例

3.1 連続合成桁解析

解析に用いた諸元をTable 1に示す。
連続合成桁のたわみの指標の一つとして
次式で「たわみクリープ率」を定義した。

$$\psi_D = \frac{\delta_c}{\delta_e} \quad (32).$$

δ_e は初期弾性変形によるたわみ、 δ_c はクリープ変形によるたわみである。本解析では式(2)の ξ を0.1~10.0に変化させた際の3~5スパン連続桁のたわみの経時挙動を求めた。また、その際のたわみクリープ率 ϕ_D を算出した。Fig. 5, Table 2はそれぞれ、4スパン連続ばりにおける経時挙動とたわみクリープ率(各スパン中央の値。端スパン、中間スパンをそれぞれ1st. span, 2nd. spanとした。)を示している。

解析結果は以下のようにまとめられる。

- (1) たわみの絶対値は端スパンで大きく、中間スパンでは小さい。
- (2) 端スパンのたわみは正方向に進行し、中間スパンのたわみは負方向に進むため、 ϕ_D の値も端スパン、中間スパンにおいて各々正、負となる。
- (3) フレキシビリティ一定数 ξ の増大とともに変形量そのものは増大するが、その変形量の多くは弾性変形量なので逆に ϕ_D は減少する。
- (4) スパン数を増大しても端スパンのたわみの絶対量と ϕ_D はさほど影響を受けない。

3.2 パラメータ解析

2.2 節で抽出した無次元パラメータにより、パラメータ解析を行った。ここでは、3要素モデルにおけるヤング率比 ρ を変化させうえて、さらにもう一つのパラメータを変動させることとした。この際、他のパラメータについては Table 1に示される標準値を用いた。また、文献[2]により、ヤング率比 n は変動させず7とした。軸力解析の指標として、初期軸力 $P_c(0)$ に対する 終局軸力 $P_c(\infty)$ の比を用い、「リラクセーション率」 $\phi_R = P_c(\infty)/P_c(0)$ を定義し、式(32)の ϕ_D と併せて、各パラメータとの関係を調べた。
解析結果をまとめると次のようになる。

- (1) ρ の増加とともに、 ϕ_R, ϕ_D はいずれも減少する。(Fig. 6), (Fig. 7)
- (2) r_a の増加とともに ϕ_R は緩やかに減少するが ϕ_D は増加し、いずれもある値に漸近する。

Table 1. (a)床版の粘弾性係数³⁾

E_1 [kgf/cm ²]	E_2 [kgf/cm ²]	$\rho (=E_2/E_1)$	$n (=E_0/E_1)$
3.0×10^6	1.05×10^6	0.35	7
α	$\beta (= \alpha (1+\rho)/\rho)$	$\kappa (=E_2/\alpha \eta)$	η [day · kgf/cm ²]
0.57	2.19	3.0×10^3	5.9×10^7

(b)形状係数 [式(31)：建設省標準設計参照]

r_a	r_b	m_1	m_2
16.93	0.133	0.357	7.24×10^{-5}

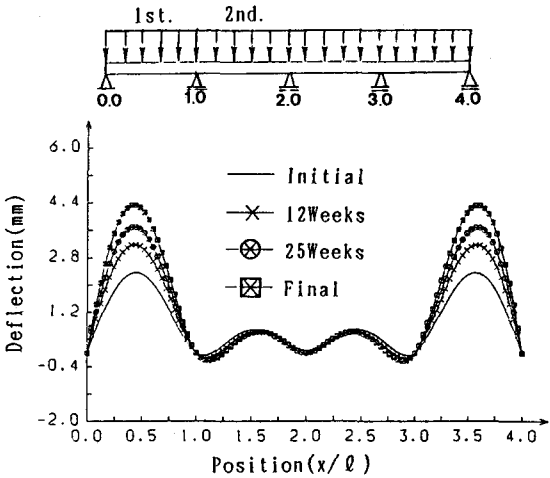


Fig. 5 4スパン連続桁のたわみの経時挙動 ($\xi=2.0$)

Table 2 4スパン連続桁のたわみクリープ率

span	ξ				
	0.1	1.0	2.0	5.0	10.0
1st.	1.2395	1.0939	0.8294	0.4344	0.3258
2nd.	-0.2758	-0.2854	-0.2748	-0.2568	-0.2238

- (3) ϕ_R, ϕ_D ともに r_b の変化にはほとんど影響を受けない。(Fig. 6)
- (4) ϕ_R のみ m_1 の影響を受けるが変化量は小さい。
- (5) m_2 の増加によって ϕ_R, ϕ_D とも減少するが(Fig. 7)、 ϕ_D についてはある値に漸近する。
- 以上の結果に基づき、3スパン連続桁の端スパン中央(m_2 中の x は $l/2$)における ϕ_R, ϕ_D を算出する式を前述のパラメータを用いて簡易な形で表現してみたのが次の2式である。

$$\phi_R = \frac{0.21}{\rho} (1 + 0.2m_1) [1 - 0.061 \exp \{-0.043(r_a - 8)\} (1 - 785m_2)] \quad (33);$$

$$\phi_D = 7.2 [1 - 0.84 \exp \{-0.23(r_a - 1)\}] \frac{10^{-5}}{\rho m_2} \quad (34).$$

Fig. 8は ϕ_R と m_1 の関係において式(33)を用いたもの(実線)と式(27), (28)によるもの(バツで結んだ線)との比較をTable 1 の値を代入して行ったものであるが両者には十分相関が認められる。

最後に具体的なモデルとしてTable 3の様な合成桁を仮定すると、式(33), (34)を適用することにより、 $\phi_R=0.58, \phi_D=3.08$ が得られる。

4. むすび

本研究は床版と鋼桁の合成度に注目し複数のパラメータを用いて合成桁の挙動を表現したが、今後は式の汎用性をより高めることが肝要と思われる。

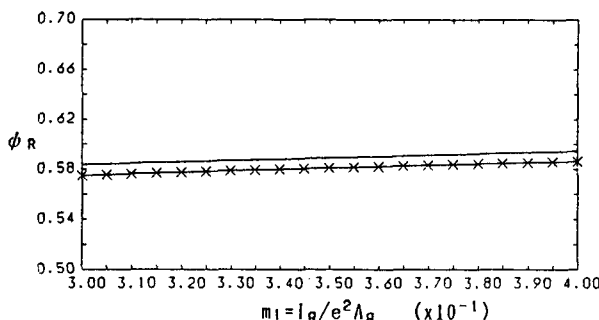


Fig. 8 提案式との相関

参考文献

- 1) 中井博, 渡邊英一, 竹中祐文, 林圭一: プレキャストコンクリート床版合成桁のクリープ・リラクスেশョンに関する基礎的考察, 土木学会構造工学論文集Vol. 33A, 1987.
- 2) 中井博: プレキャスト床版合成桁橋の設計・施工, 森北出版, 1988.
- 3) 林圭一: プレキャスト床版合成桁のクリープ・リラクスেশョンに関する基礎的考察, 京都大学修士論文, 1988.

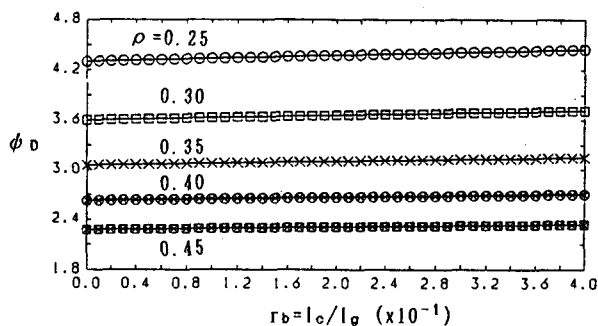


Fig. 6 ρ を変動させた際の ϕ_D と r_b の関係

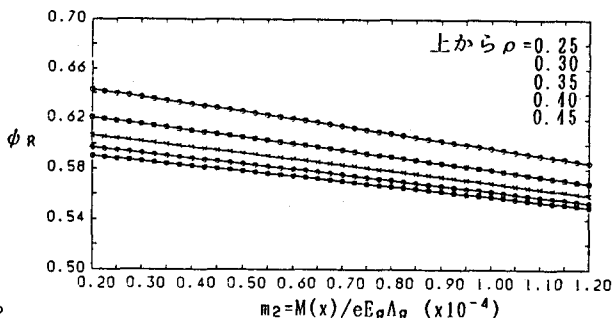


Fig. 7 ρ を変動させた際の ϕ_R と m_2 の関係

Table 3 解析モデル

A_c	8,000 cm ²
A_g	475 cm ²
I_c	507,000 cm ⁴
I_g	3,815,000 cm ⁴
e	150 cm
dead load=10 kgf/cm	
他の諸元は Table 1	