

(8) 鋼・コンクリート合成構造のクリープ・乾燥収縮解析法に関する一考察

A CONSIDERATION ON ANALYTICAL METHOD OF CREEP AND SHRINKAGE
IN STEEL-CONCRETE COMPOSITE STRUCTURES

中井 博* 栗田 章光**
Hiroshi NAKAI Akimitsu KURITA

This paper deals with the fundamental stress-strain relationship of concrete for the analysis of the effects of creep and shrinkage in steel-concrete composite structures including prestressed concrete members. At the first, the concept and one of the treatments applied to delayed elastic creep are described in details.

In order to simplify the analysis, the fundamental equation of stress-strain relationship of concrete under varying stress are expressed in algebraic form. For the practical purpose, improved Dischinger method, Trost-Bazant method and Hoshino-Saeki method are taken up and are discussed here from the treatment of delayed elastic creep point of view.

1. まえがき

PC構造を含む鋼コンクリート合成構造のクリープ・乾燥収縮解析については、今日まで数多くの解法が提案され実用に供されてきた。コンピュータが普及する前の解法は、当然のことながら応力法が用いられており、かつ、計算に伴う労力を軽減するための工学的判断が巧みに使用されている。

ところで、周知のように、コンクリートのクリープに対する考え方は、1960年頃より大きく変ってきた¹⁾。つまり、それ以前までの構造物設計におけるクリープ現象は1つの成分、すなわち、塑性成分のみで構成されるとして取り扱われてきた。しかし、コンクリートの物性に関する多くの研究者によって、クリープ現象は2つの成分、すなわち、遅れ弾性成分とフロー成分との2つから成り立っているとの考え方が実験的に明らかにされてきた。この考え方は、1972年の西ドイツにおける新・プレストレストコンクリート指針あたりから採用されるようになり、現在、もちろんわが国のコンクリート関係の設計規準類にも採り入れられている。ところが、現行の鋼合成げたの設計示方書には、この新しい考え方は反映されていない。その理由は、鋼合成桁の場合、架設系に応じて持続荷重が変化するPC構造とは異なり、一般に遅れ弾性成分の影響を無視しても変化応力に大差がないとの判断によるものであろう。しかし、プレキャスト床版合成桁でプレストレス力を解放する工法²⁾のように、持続荷重の除荷を伴う合成桁の施工法が考案され、かなりの架設例が見られる

* : 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科 ** : 工修 大阪工業大学講師 工学部土木工学科

こと、さらに新しい工法をとり入れた合成構造の出現が予想されること、ならびにプレストレストコンクリート関係の設計規準類と整合性をとること等の理由により、鋼合成桁関係のこの種の設計規定を書き改める必要があるように思われる。

このような背景のもとで、著者らは、PC構造を含む鋼コンクリート合成構造のクリープ・乾燥収縮解析の基礎式としてのコンクリートの応力-ひずみ関係式について考察を行ったので、その結果を本文で報告する。本文では、先ず、クリープ・乾燥収縮に関する基本的事項について述べ、次いで数種のクリープモデルについて、構造解析の基本となる代数式として表現されたコンクリートの応力-ひずみ関係式の誘導、ならびにとりまとめを行い、考察を加えた。なお、応力-ひずみ関係式を代数式表現に統一した理由は、構造解析を行う上で、その基礎式は出来るだけ簡単な方が有利性が発揮されるし、その基礎式に含まれるクリープの遅れ弾性成分とフロー成分との取扱いが明確になるという観点に立ったからである。

2. クリープ・乾燥収縮に関する基本事項

2. 1一定応力下でのコンクリートのひずみ^{3), 4)}

図-1(a)に示すようにコンクリートが材齢 t_0 で一定の持続応力 σ_{b0} を受け、材齢 t_1 でその応力が除荷されるという状態を考える。

一定応力度 σ_{b0} の下で経時変化するコンクリートのひずみ $\varepsilon_b(t, t_0)$ は、次式の3つの成分でもって表すことができる。

$$\varepsilon_b(t, t_0) = \varepsilon_e + \varepsilon_k(t, t_0) + \varepsilon_s(t, t_0) \quad (1)$$

ここに、 ε_e は一定の弾性ひずみ

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma_{b0}}{E_b} \quad (2)$$

であり、 $\varepsilon_k(t, t_0)$ はクリープひずみで、弾性ひずみにクリープ係数 $\phi(t, t_0)$ を乗じて求めることができる。

$$\varepsilon_k(t, t_0) = \frac{\sigma_{b0}}{E_b} \cdot \phi(t, t_0) \quad (3)$$

ここで、クリープひずみ $\varepsilon_k(t, t_0)$ は、図-1(c)に示されるように、2つのひずみ成分の和として表される。1つは応力を解放すると、回復する性質をもつクリープひずみで、遅れ弾性ひずみ ε_v と呼ばれ、他の1つは塑性的性質を持つフローひずみ ε_f である。したがって、式(3)中のクリープ係数 $\phi(t, t_0)$ は、これらの性質を考慮して、次の2つのクリ

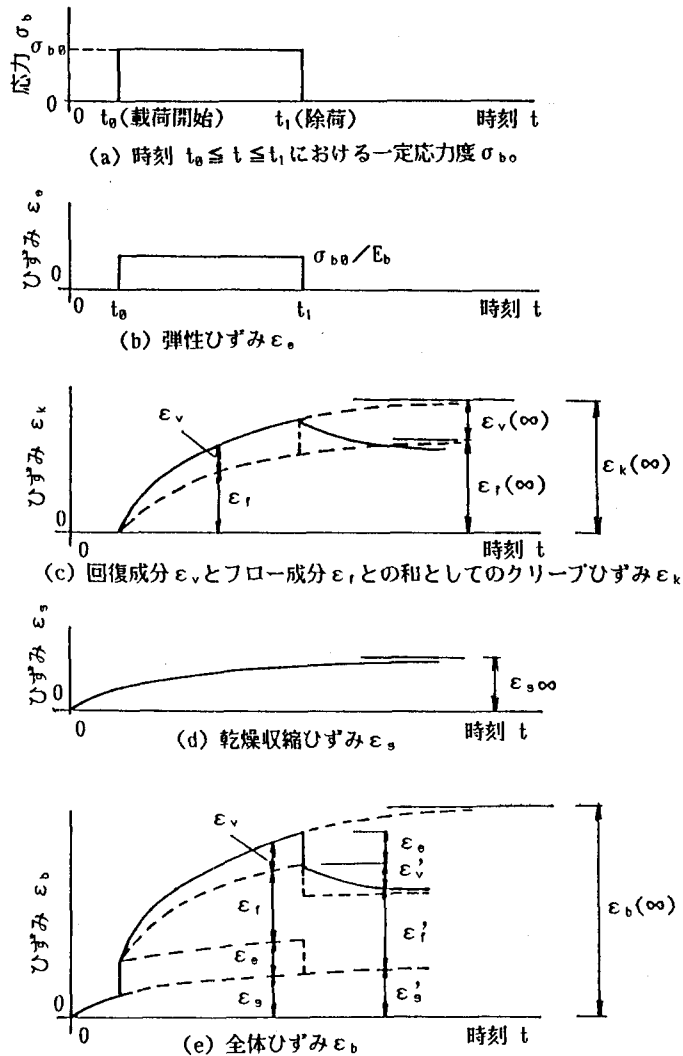


図-1 一定応力下でのコンクリートひずみの経時変化

ープ係数の和として設計規準類に規定されている。

$$\phi(t, t_0) = \phi_v \cdot \beta_v(t - t_0) + \phi_f \{ \beta_f(t) - \beta_f(t_0) \} \quad (4)$$

ここで、 ϕ_v ：遅れ弾性ひずみに対する基本のクリープ係数（回復クリープ係数）で、一般に0.4の値が用いられている⁴⁾。

ϕ_f ：フローひずみに対する基本のクリープ係数で、構造物の環境条件に応じて規定されている。

$\beta_v(t - t_0)$ ：载荷後の有効経過日数に関する関数である。

$\beta_f(t)$ ：コンクリートの有効材齢 t および部材の仮想厚さに関する関数である。

t_0, t ：载荷時およびクリープ係数の値を算出する時点でのコンクリートの有効材齢を意味する。

また、 $\varepsilon_s(t, t_0)$ は乾燥収縮ひずみであり、一般表示すると、次式で表わされる。

$$\varepsilon_s(t, t_0) = \varepsilon_{s\infty} \{ \beta_s(t) - \beta_s(t_0) \} \quad (5)$$

ここで、 $\varepsilon_{s\infty}$ ：基本収縮ひずみで、構造物の環境条件に応じて規定される。

$\beta_s(t)$ ：コンクリートの有効材齢および部材の仮想厚さに関する関数である。

したがって、図-1(a)の载荷条件下におけるコンクリートひずみの経時変化は、これら3つのひずみ成分を重ね合わせて、図-1(e)のように図化される。とくに、クリープ解析上、式(4)に含まれる遅れ弾性ひずみに対するクリープ係数 ϕ_v の取扱いが重要になる。

2. 2 除荷がある場合のクリープ係数の取扱い

図-1に示されたように、材齢 t_1 で除荷された場合の時刻 $t > t_1$ におけるクリープ係数 $\phi(t, t_0)$ は、一般に次の形で表わしてクリープ解析にとり入れられている⁶⁾。

$$\begin{aligned} \phi(t, t_0) = & \phi_v \cdot \beta_v(t_1 - t_0) \\ & + \phi_f \{ \beta_f(t_1) - \beta_f(t_0) \} \\ & - \phi_v \cdot \beta_v(t - t_1) \end{aligned} \quad (6)$$

つまり、除荷後の挙動は、遅れ弾性成分に対するクリープ係数を減じることによって、クリープ解析が行われる。

2. 3 载荷時の材齢が異なるいくつかの持続応力が载荷される場合のクリープひずみ⁸⁾

载荷材齢が異なるいくつかの持続応力が载荷される場合、弾性ひずみと同様に、クリープひずみに対しても一般に重ね合わせの原理が適用されている。その一例を図-2に示す。すなわち、材齢 t_0 で σ_0 が载荷され、その後、材齢 t_1 で次の持続応力 σ_1 が载荷された場合の2つのひずみの経時変化とその重ね合わせた結果が示されている。この場合、時刻 $t > t_1$ におけるコンクリートのひずみ $\varepsilon(t, t_0)$ は、収縮ひずみを除けば、

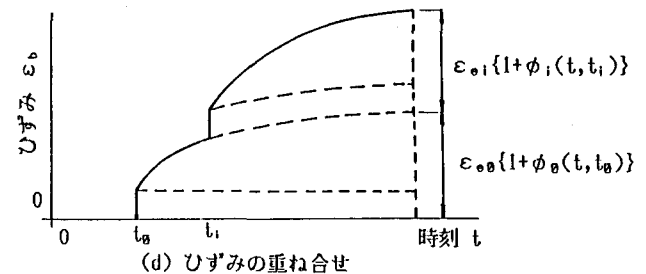
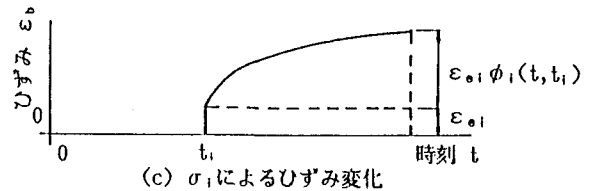
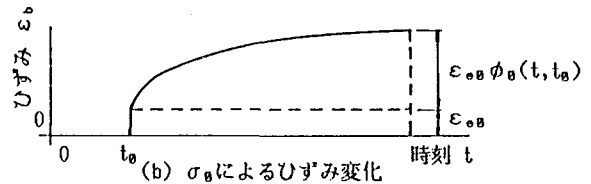
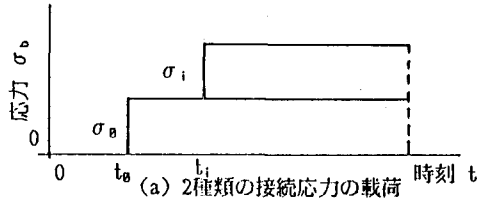


図-2 2つの持続応力が作用する場合の取扱い

$$\varepsilon(t, t_0) = \varepsilon_{s0} \{1 + \phi_0(t, t_0)\} + \varepsilon_{s1} \{1 + \phi_1(t, t_1)\}$$

と表すことができる。ここに、係数 ϕ_0 および ϕ_1 は、それぞれ σ_0 および σ_1 に対するクリープ係数を意味している。

3. クリープ・乾燥収縮解析の基礎式

上述の2. で述べたコンクリートの基本的性質を用いて実構造物のクリープ・乾燥収縮解析を行う場合、鉄筋、PC鋼材、あるいは鋼桁等による拘束の影響を見込まねばならない。つまり、一定の持続荷重を受けたコンクリートの応力は、非クリープ材である鋼材の拘束により変化する。したがって、応力変動下におけるコンクリートの応力-ひずみ関係を定式化する必要がある。ここでは、古くからこの分野の解析に用いられてきたDischinger法をはじめ、クリープに関する新しい知見を含んだ改良Dischinger法（Rüschらの方法）、Trost-Bažant法、星埜・佐伯の方法を取り上げ、それらの基本仮定と基礎式のとりまとめを行い、若干の考察を加えることにする。

3.1 Dischinger法^{5), 6)}

この方法は、1937年にDischingerによって提示された微分方程式に基づく方法で、勿論、クリープ係数 ϕ には遅れ弾性成分は含まれておらず、すべてフロー成分で構成されていることを前提としている。乾燥収縮を含むDischingerの微分方程式は、

$$\frac{d\varepsilon_b}{dt} = \frac{1}{E_b} \cdot \frac{d\sigma_b}{dt} + \frac{\sigma_b}{E_b} \cdot \frac{d\phi}{dt} + \frac{\varepsilon_{s0}}{\phi_{\infty}} \cdot \frac{d\phi}{dt} \quad (7)$$

と書ける。ここに、 t :時刻

$\varepsilon_b = \varepsilon_b(t) = \varepsilon_b(t, t_0)$: 時刻 t におけるコンクリートひずみ

E_b : コンクリートの弾性係数（一定と仮定する）

$\sigma_b = \sigma_b(t) = \sigma_b(t, t_0)$: 時刻 t におけるコンクリート応力

$\phi = \phi(t) = \phi(t, t_0)$: 時刻 t におけるクリープ係数

$\phi_{\infty} = \phi(\infty)$: 時刻 $t = \infty$ におけるクリープ係数

$\varepsilon_{s0} = \varepsilon_s(\infty)$: 時刻 $t = \infty$ における乾燥収縮ひずみ。

ところで、時刻 t におけるコンクリートの応力 σ_b を、次のように、

$$\sigma_b = \sigma_{b0} + \alpha\phi(t) \quad (8)$$

σ_{b0} : 当初応力、 $\alpha\phi(t) = \alpha\phi$: 応力の変化量

と置いて式(7)に代入し、時刻 t で両辺を積分すれば、

$$\varepsilon_b = \frac{\alpha\phi}{E_b} + \frac{\sigma_{b0}}{E_b} \cdot \phi + \frac{1}{E_b} \int_0^{\phi} \alpha\phi d\phi + \frac{\varepsilon_{s0}}{\phi_{\infty}} \cdot \phi + C \quad (9)$$

が得られる。積分定数 C は、初期条件により定まる。いま、時刻 $t=0$ のとき、クリープ係数 $\phi=0$ で、かつ応力変動 $\alpha\phi=0$ であるから、 $C = \sigma_{b0}/E_b$ となり、 $\varepsilon_s = \varepsilon_s(t) = \varepsilon_{s0} \cdot \phi / \phi_{\infty}$ と書けば、式(9)は、つぎのように表わされる。

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_{b0}}{E_b} (1 + \phi) + \frac{\alpha\phi}{E_b} + \frac{1}{E_b} \int_0^{\phi} \alpha\phi d\phi + \varepsilon_s \quad (10)$$

上式での積分項は、ある仮定を設ければ、簡単に実行できる。ちなみに、図-3に示すようにクリープ係数 ϕ の変動に伴う変動応力 σ_ϕ の変化を考えると、積分の結果は、図中の縦実線で囲まれた面積となり、

$$\int_0^\phi \sigma_\phi d\phi = \rho_D \cdot \phi \cdot \sigma_\phi \quad (11)$$

で表すことができる。係数 ρ_D は、Dischinger法でのリラクセーション係数を意味している。したがって、

$$\rho_D = \frac{\int_0^\phi \sigma_\phi d\phi}{\phi \cdot \sigma_\phi} \quad , \quad (0.5 \leq \rho_D \leq 1.0) \quad (12)$$

である。変動応力 σ_ϕ がクリープ係数 ϕ の一次関数であると仮定した場合（図-3の斜破線で囲まれた面積）、 $\rho_D=0.5$ となる。式(11)と(10)とにより、

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_{b0}}{E_b} (1 + \phi) + \frac{\sigma_\phi}{E_b} (1 + \rho_D \cdot \phi) + \varepsilon_s \quad (13)$$

が得られる。係数 $\rho_D=1/2$ を用いる方法は、現行の道路橋示方書・同解説Ⅱ、鋼橋編の合成桁の規定解説に示されている考え方であり、この ϕ にはまだ遅れ弾性成分の値は考慮されていない。

3. 2 改良Dischinger法⁶⁾

Rüschらは、図-4に示すように、遅れ弾性ひずみが初期載荷時の弾性ひずみと同時に生じるとの仮定に基き、改良されたDischinger法を提案している。

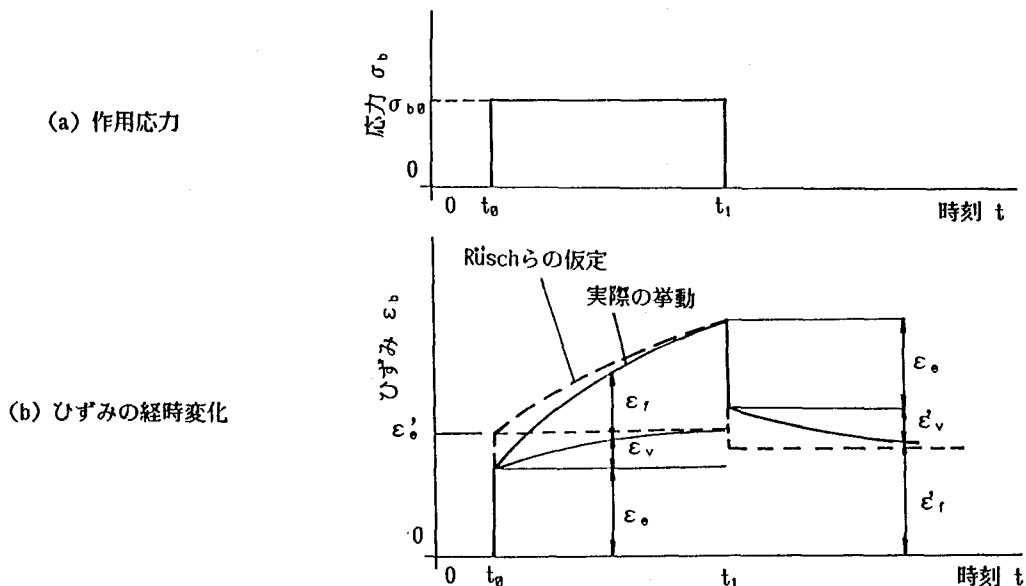


図-4 Rüschらによるひずみの仮定

$$\varepsilon'_e = \varepsilon_e + \varepsilon_v = \frac{\sigma_{b0}}{E_b} (1 + \phi_v) = \frac{\sigma_{b0}}{E'_b} \quad (14)$$

ここに、

$$E'_b = \frac{E_b}{1 + \phi_v} \quad (15)$$

この方法によると、式(7)は、次のように表わされる。

$$\frac{d\varepsilon_b}{dt} = \frac{1 + \phi_v}{E_b} \cdot \frac{d\sigma_b}{dt} + \frac{\sigma_b}{E_b} \cdot \frac{d\phi}{dt} + \frac{\varepsilon_{s\infty}}{\phi_{\infty}} \cdot \frac{d\phi}{dt} \quad (16)$$

先と同様な式の展開をすると、次の結果が得られる。

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_{b0}}{E_b} (1 + \phi_v + \phi_f) + \frac{\sigma\phi}{E_b} (1 + \phi_v + \rho_R \cdot \phi_f) + \varepsilon_s \quad (17)$$

ただし、係数 ρ_R は、改良Dischinger法 (Rüschらの方法) によるリラクセーション係数、すなわち、

$$\rho_R = \frac{\int_0^{\phi_f} \alpha_{\phi} d\phi}{\phi_f \cdot \alpha_{\phi}} \quad , \quad (0.5 \leq \rho_R \leq 1.0) \quad (18)$$

を表している。この方法では、極めて簡単な形でクリープの遅れ弾性成分を取り入れている。一般に、遅れ弾性ひずみの進行は、載荷後90日程度で終了するとみなせることから、 $t - t_0 \geq 90$ 日のクリープ解析に本法は有用な方法であると云えよう。また、解析には、通常、 $\rho_R = 0.5$ が使用されている。

3.3 Trost-Bažant法^{7), 8), 10)}

TrostとBažantとがほぼ時を同じくして、クリープの遅れ弾性成分を考慮し、リラクセーション係数 ρ を初めて導入した。この方法による応力-ひずみ関係式は、係数 ρ を用いて次式で与えられている。

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_{b0}}{E_b} (1 + \phi_v + \phi_f) + \frac{\sigma\phi}{E_b} \{1 + \rho(\phi_v + \phi_f)\} + \varepsilon_s \quad (19)$$

$$\text{ただし、} \quad \rho = \frac{\int_0^{\phi^*} \alpha_{\phi} d\phi}{\phi^* \cdot \alpha_{\phi}} \quad , \quad \phi^* = \phi_v + \phi_f \quad (20)$$

遅れ弾性成分を含む種々なクリープ係数 $\phi^* = \phi_v + \phi_f = \phi(t, t_0)$ に対して $\rho = \rho(t, t_0)$ の値を計算すると、 $t - t_0 \geq 180$ 日の場合のリラクセーション係数は、近似的に $\rho = 0.8$ を用いてよいことが明かにされている¹⁰⁾。

3.4 星埜・佐伯の方法¹¹⁾

星埜と佐伯はRüschらと類似の考え方にもとづき、次式を提案している。

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_{b0}}{E_b} (1 + \phi_v + \phi_f) + \frac{\sigma\phi}{E_b} \left\{ 1 + \phi_v + \frac{1}{2} (\phi_v + \phi_f) \right\} + \varepsilon_s \quad (21)$$

この方法では繰返し計算を前提にしているので、実計算の際、変化応力項の第2項目の ϕ_v 値は第1回目の計算のときのみを考慮している。 $\rho_0 = 1/2$ を用いるRüschらの方法とこの方法との相違点は、基本式の上では、変化応力項の第3項目に遅れ弾性成分を入れるか入れないかの相違があり、また、Rüschらの方法では時刻 $t = \infty$ まで一度に計算することが前提であるのに対し、星埜・佐伯の方法では解析精度を上げるため時間分割による繰返し計算を前提としている。

3.5 各解析法の比較と考察

これまでに述べた4つの方法における応力-ひずみ関係を、まとめたのが表-1である。

表-1 各解法による応力-ひずみ関係式の比較

解 法	基 礎 式
Dischinger法	$\varepsilon_b = \frac{\sigma_{bs}}{E_b} (1 + \phi) + \frac{\sigma\phi}{E_b} (1 + \rho_D \cdot \phi) + \varepsilon_s$
改良Dischinger法	$\varepsilon_b = \frac{\sigma_{bs}}{E_b} (1 + \phi_v + \phi_f) + \frac{\sigma\phi}{E_b} (1 + \phi_v + \rho_R \cdot \phi_f) + \varepsilon_s$
Trost-Bazant法	$\varepsilon_b = \frac{\sigma_{bs}}{E_b} (1 + \phi_v + \phi_f) + \frac{\sigma\phi}{E_b} \{1 + \rho(\phi_v + \phi_f)\} + \varepsilon_s$
星埜・佐伯の方法	$\varepsilon_b = \frac{\sigma_{bs}}{E_b} (1 + \phi_v + \phi_f) + \frac{\sigma\phi}{E_b} \left\{1 + \phi_v + \frac{1}{2} (\phi_v + \phi_f)\right\} + \varepsilon_s$

この表からわかるように、Dischinger法を除く3つの方法においては、変化応力項における ϕ_v の取扱いに差異が認められる。式(19)と式(17)との比較から、改良Dischinger法では遅れ弾性ひずみによる回復クリープが最大限に評価されていることがわかる。また、式(21)と式(17)の比較から、星埜・佐伯の方法では、回復クリープが改良Dischinger法よりもさらに過大に評価されている。一方、Trost-Bazant法では、これら3つの方法の中で回復クリープの影響が最も低く評価されている。もちろん、Dischinger法では、回復クリープの影響は考慮されていない。

以上に、Dischingerの方法のほか、コンクリートのクリープに関する新しい知見を含んだ3つの方法について、それらの仮定や基本的な考え方を述べ、若干の考察を加えた結果、リラクセーション係数 ρ に関する前計算が不可避であるものの、ただ1回の計算でクリープ・乾燥収縮解析が実行し得るTrost-Bazant法が最も有用な計算法であると考えられる。

4. あとがき

今後、レオロジーモデルによる各解法の考察や、合成桁を対象とした除荷を含む持続荷重によるクリープや乾燥収縮に伴うクリープ係数の取り方について検討する必要がある。また、まえがきで述べた旧来の解析法は、今日でもなお仮定が許され得る範囲内で有効な方法と考えられる。しかし、今後出現が予想される多種多様でしかも複雑な鋼コンクリート合成構造や混合構造のクリープ・乾燥収縮解析を行う場合、応力法の使用は得策でないと云える。そのような場合、クリープ換算の剛性マトリックスを用いる変位法について検討する必要がある。

参 考 文 献

- 1) Neville, A.M.: Creep of Concrete-Plain, Reinforced and Prestressed, North-Holland, 1970.
- 2) 中井 博編: プレキャスト床版合成桁橋の設計・施工、森北出版、1988年5月。
- 3) Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau, Fünfter Teil, Springer-Verlag, 1980.
- 4) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説Ⅲ、コンクリート橋編、丸善、昭和57年。
- 5) Zerna, W.: Zur Berechnung des Einflusses von Kriechen und Schwinden beim Beton, Konstruktiver Ingenieurbau Berichte, Heft 7, Vulkan-Verlag, 1975.

- 6)Rüsch,H. und Jungwirth,D. : Stahlbeton-Spannbeton , Band 2 , Werner Verlag , 1976.
- 7)Trost,H. : Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton , Beton- und Stahlbetonbau 62 , H.10/11 , 1967.
- 8)Trost,H. : Zur Berechnung von Stahlverbundträgern im Gebrauchszustand auf Grund neuerer Erkenntnisse des viskoelastischen Verhaltens des Betons. Der Stahlbau 37 , H.11 , 1968.
- 9)Neville,A.M. , Dilger,W.H. and Brooks,J.J. : Creep of Plain and Structural Concrete , Construction Press , 1985.
- 10)Schade,D. : Alterungsbeiwerte für das Kriechen von Beton nach den Spannbetonrichtlinien , Beton- und Stahlbetonbau 72 , H.5 , 1977.
- 11)星埜正明・佐伯彰一 : コンクリート斜張橋のクリープ解析、土木学会論文報告集、第295号、1980.3.