

## (34) 道路橋鋼板・コンクリート合成床版のスタッドに働くせん断力の解析法

大阪市立大学工学部 園田恵一郎

大阪工業大学 ○堀川都志雄

大阪市立大学工学部 木曾収一郎

1. はしがき 私達は鋼板とコンクリートからなる道路橋合成床版のずれ止めの設計に際して、薄板理論によるせん断力に着目したせん断有効幅を提案し、Robinson 型の合成床版のスタッドに働くせん断力の算定法を示した<sup>1)</sup>。しかしながら、このせん断有効幅は鋼板とコンクリートが板全域に渡ってずれがない完全合成の状態すなわちずれ止めの剛性が高くかつ十分密に配置されている場合を対象としているために、スタッド間隔が広いかあるいはスタッドの変形を考慮する場合には、スタッドのせん断力は過大に見積られることになると予想される。一般に、Robinson 型床版の合成作用はある間隔で配置されたスタッドのみによって発揮されるが、スタッドの溶植部の面積が小さくせん断力の伝達特性が局所的であるため、合成作用の解明には3次元理論を用いる必要がある。一方、有限要素法による3次元解析で、このような合成床版の荷重点近傍の変形や応力および鋼板とコンクリートとの付着せん断応力を精度よく求めることは、膨大な計算労力と費用を必要とするものと思われる。

本研究では、Robinson 型床版に局所荷重が作用する時の合成床版の挙動とスタッドに働くせん断力を調べるために、厚板理論（3次元理論）による級数解<sup>2)</sup>を用い、さらに離散的に配置されるスタッド位置で鋼板とコンクリートを連続させるいわゆる選点法によって解析を行い、実験床版での結果と比較し、解析法の妥当性を検討する。また、実橋のモデル床版を対象に、完全合成理論によるせん断有効幅やECCSの提案式<sup>3)</sup>から得られるスタッドのせん断力の値についても検討する。

## 2. 選点法による解析法

この方法は任意の領域内で物理量が分布する場合、この物理量が領域内で一様であると仮定しあつ領域内の中央に代表点を設け、連続する物理量を離散的な代表点での物理量で置き換える手法である。

板Iと板IIが点  $(x_i, y_i)$  ( $i=1, s$ ) で接合している場合、他の点jでの  $x, y, z$  方向の力  $X_j, Y_j, Z_j$  ( $j=1, s$ ) が双方の板に作用する（図-1）。

点  $(x_i, y_i)$  での板Iの下面の変位  $u_i^I$  は

$$2\mu_I u_i^I = P d_x^I + \sum_j^s (X_j a_x^I + Y_j b_x^I + Z_j c_x^I) \quad (1)$$

また、同一点での板IIの上面の変位  $u_i^{II}$  は

$$2\mu_{II} u_i^{II} = \sum_j^s (X_j a_x^{II} + Y_j b_x^{II} + Z_j c_x^{II}) \quad (2)$$

ここに、 $a_x^I \sim c_x^{II}$ : 板IおよびIIの力  $X_j, Y_j, Z_j$  による変位の影響係数、

$d_x^I$ : 板Iの荷重  $P=1$  による変位の影響係数、

$\mu_I, \mu_{II}$ : 板I, IIのせん断弾性係数

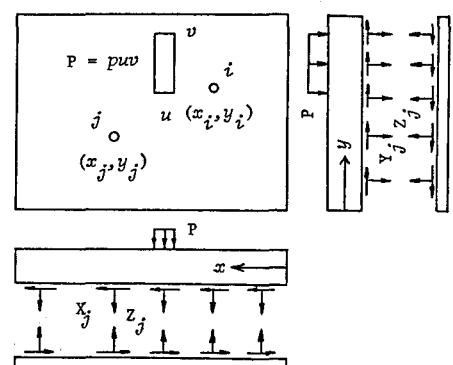


図-1 選点法の概要

板 I および II が点  $(x_i, y_i)$  で接合する場合、 $x$  方向の変位の連続条件はずれ量  $\Delta u$  を考慮すれば、

$$u_i^I = u_i^{II} + \Delta u_i \quad (3)$$

例えば、Ollgaard ら<sup>4)</sup> は Push-out 試験から、ずれ量 (mm) とせん断力を次のように示している。

$$X/X_0 = 3.15\Delta u / (1+3.15\Delta u) \quad (4)$$

また、 $y, z$  方向の変位についても同様の関係式が得られる。

板 I と II が  $s$  個の接合点で連続しているとすれば、接合点に作用する力に関する式が得られる。

$$F Q = P + \Delta U \quad (5)$$

ここに、 $F$ : 板 I および II からなる柔軟マトリックス、 $Q$ : 接合点に働く未知力ベクトル、

$P$ : 荷重ベクトル、 $\Delta U$ : ずれ量を示すベクトル

### 3. 厚板理論による基本解

3 次元弾性論の Galerkin vector と Boussinesq の関数は、物体力を無視すると次式で示される。

$$\Delta \Delta W = 0 \quad \Delta \Theta = 0 \quad (6)$$

ここで、 $\Delta (= \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2)$ : 3 次元ラプラスアン

$x, y, z$  方向の変位  $u, v, w$  と関数  $w, \theta$ との関係式は、

$$\begin{aligned} 2\mu u &= -\partial^2 w / \partial x^2 + \partial \theta / \partial y, \\ 2\mu v &= -\partial^2 w / \partial y^2 - \partial \theta / \partial x, \\ 2\mu w &= 2(1-\nu)\Delta w - \partial^2 w / \partial z^2 \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 $\mu = E/2(1+\nu)$ : せん断弾性係数、 $\nu$ : ポアソン比

式(6)を全周単純支持された板(図-2)に適用すれば、

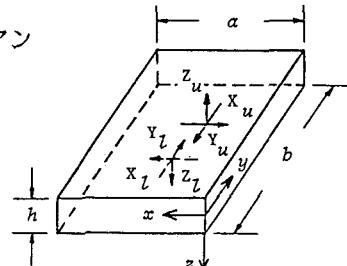


図-2 板の形状

$$W = \sum_{m,n} \{C_1 \sin mx \sin ny + C_2 \cos mx \cos ny + C_3 \sin mx \cos ny + C_4 \cos mx \sin ny\} \sinh \gamma z \sin \beta y$$

$$\theta = \sum_{m,n} (C_5 \sin mx \sin ny + C_6 \cos mx \cos ny) \cos ax \cos by \quad (8)$$

ここで、 $\alpha = m\pi/a$ ,  $\beta = n\pi/b$ ,  $\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$ ,  $m, n$ : フーリエ級数の項数,  $\sinh \gamma z = \sinh \gamma z$ ,

$\cosh \gamma z = \cosh \gamma z$ ,  $C_1 \sim C_6$ : 板の上・下面の境界条件より決定される積分定数

式(8)を式(7)に代入すれば変位が得られる。例えば、変位  $w$  は次のようになる。

$$\begin{aligned} 2\mu w &= -\sum_{m,n} [C_1 \sin mx \sin ny + C_2 \cos mx \cos ny + C_3 \{\gamma z \sin mx \sin ny - 2(1-2\nu) \cosh \gamma z\}] \\ &\quad + C_4 [\gamma z \sin mx \sin ny - 2(1-2\nu) \sinh \gamma z] \gamma^2 \sin ax \sin by \end{aligned} \quad (9)$$

他の変位  $u, v$  も同様にして得られ、さらにフックの法則より応力が求められる。

板の上・下面に図-2 の荷重が作用している場合、上・下面での境界条件は、

$$z = -h/2 ; \sigma_z = Z_u, \tau_{xz} = X_u, \tau_{yz} = Y_u$$

$$z = h/2 ; \sigma_z = Z_l, \tau_{xz} = X_l, \tau_{yz} = Y_l \quad (10)$$

式(10)に応力  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xz}$  および  $\tau_{yz}$  の式を代入すれば、式(8)の積分定数が得られる。最後に、式(9)に

よる  $w$  ならびに  $u, v$  が式(1)および(2)の変位の影響係数を与える。

#### 4. 実験床版の結果と解析結果の比較

前論文で詳述したように、鋼板に  $\phi 13 \times 80$  のスタッドを溶植し、鋼板とコンクリートとの自然付着による影響を除去するために鋼板上面に薄いビニールシートを敷き詰めた後、コンクリートを打設してRobinson タイプの実験床版を作製した。採用したスタッド間隔は短辺方向を 150mm で一定とし、長辺方向を 75, 100, 150mm の 3 種の供試体とした（表-1）。

荷重は  $50cm \times 20cm$  のゴムパッドを介して一様に分布する状態で作用させ、図-3 に示す 2 つの載荷形式を採用した。a) はスタッドの最前列と荷重端部とを一致させてせん断力が卓越する状態であり、b) は床版中央に荷重がある、いわゆる曲げが支配的になる状態を意味する。

表-1 各供試体のスタッド  
間隔(mm)

供試体	短辺方向	長辺方向
A	150	75
B	150	100
C	150	150

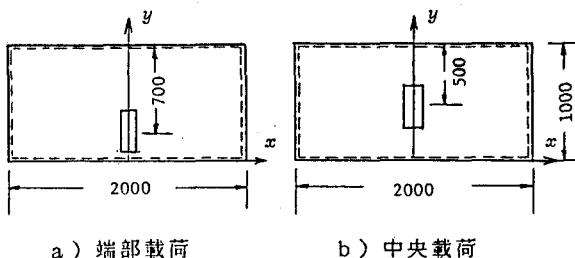


図-3 載荷形式

#### 1) スタッドに働くせん断力( $Q_y$ )

端部載荷時のスタッドに作用するせん断力の長辺方向の分布を図-4 に示す。

図中、破線は実測値、実線はずれがない場合の選点法の値および完全合成の理論値である。いずれの供試体に対しても本方法の値は実験値とよく一致しているが、完全合成の理論値はスタッド間隔が広い程実験値との差は顕著である。これはスタッド間に占める面積全てが寄与すると仮定しているためであり、スタッドに働くせん断力を過大評価していることになる。

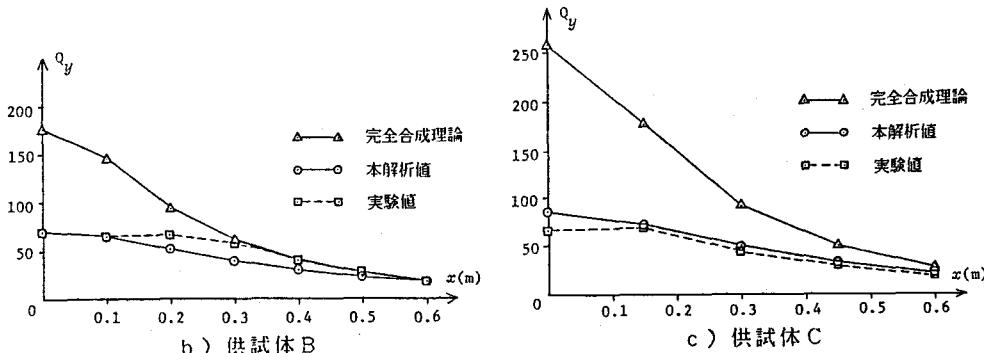


図-4 スタッドに働くせん断力(kgf/tf)

## 2) スタッド近傍での鋼板のひずみ

スタッド近傍における合成床板の挙動を調べるために、鋼板の下面のスタッド線上にひずみゲージを貼付した(図-5)。ひずみの測定結果を図-6に示す。

スタッド近傍においてゲージの値が大きく変化している。これはスタッド位置で局所曲げとスタッド間でのシャーラグ(Shear lag)による影響のためであろうと思われる。

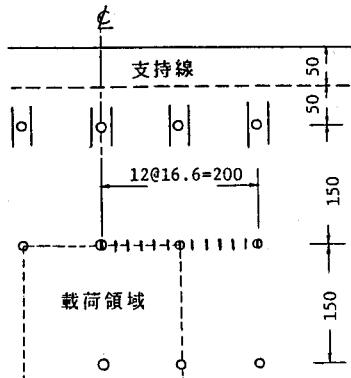


図-5 スタッド間のゲージ位置

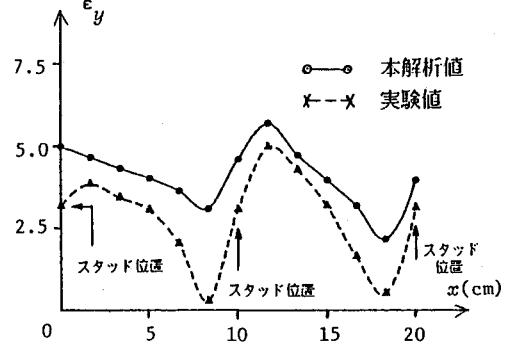
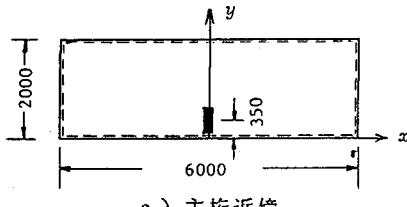


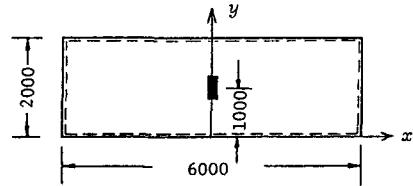
図-6 スタッド近傍での鋼板下面のひずみ( $10^{-6}/\text{tf}$ )

## 5. 実橋モデル床板でのスタッドに働くせん断力の評価

主桁上で単純支持とする1:3の一方向板に後輪荷重(面積 $50 \times 20 \text{cm}^2$ )が作用する実橋床板のモデル<sup>5)</sup>(支間長 $2^m$ , 橋軸方向長さ $6^m$ , コンクリート厚さ $15^{\circ}\text{m}$ , 鋼板厚 $6^{\circ}\text{m}$ )を例に、2つの載荷状態の下でのスタッドに働くせん断力を算定する(図-7)。



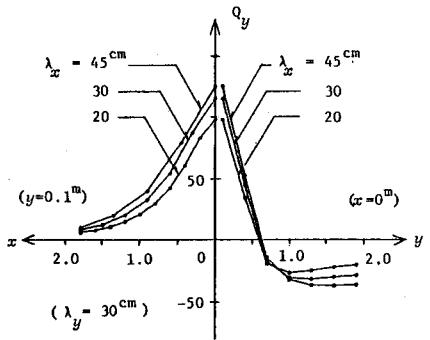
a) 主桁近傍



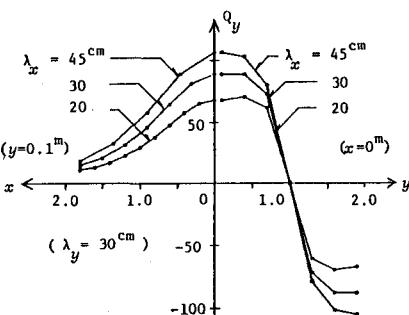
b) 支間中央

図-7 実橋床版のモデル

$x, y$  方向のスタッド間隔を  $\lambda_x, \lambda_y$  とし、 $\lambda_x$  の変化によるせん断力を図-8に示す。



a) 主桁近傍



b) 支間中央

図-8 スタッド間隔によるせん断力の比較( $\lambda_y = 30^{\circ}\text{m}$ ; kgf/tf)

すれ係数  $k$  を考慮する場合のスタッドに働くせん断力の比較を図-9,10に示す。図-9は輪荷重が主桁近傍にある場合で、図-10は支間中央にある場合の結果を表している。

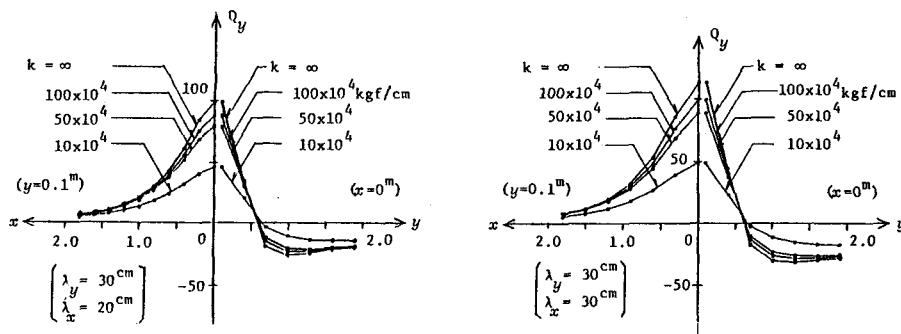


図-9 すれ係数によるせん断力の比較（主桁近傍；kgf/tf）

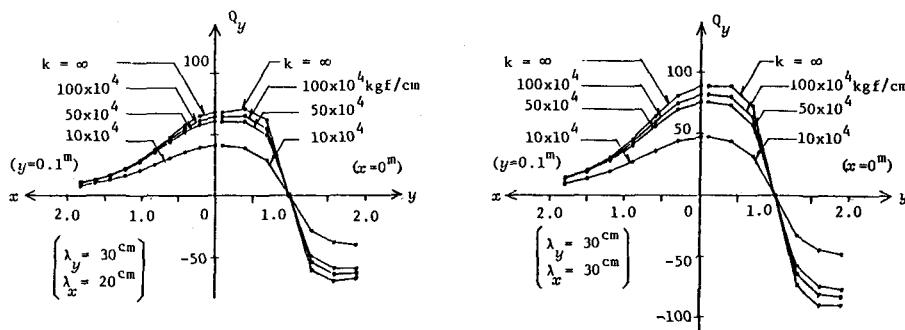


図-10 すれ係数によるせん断力の比較（支間中央；kgf/tf）

すれ係数の低下に伴って、スタッドのせん断力の最大値は次第に減少し、例えば、すれ係数が $50 \times 10^4 \sim 10 \times 10^4 \text{ kgf/cm}$ であれば、すれがない場合 ( $k=\infty$ ) に比べて最大値は約79.8%~45.8%に遞減する。

つぎに、a)完全合成理論に基づくせん断有効幅<sup>11</sup>および b)ECCSの提案式によるスタッド1本当たりのせん断力と本解析法から得られる結果とを検討する。a)およびb)の両提案式でのスタッドのせん断力は、はりの慣用公式を用いて求める。

$$Q_y = \frac{S \cdot G}{I \cdot b} \times \lambda_x \lambda_y \quad \text{--- (11)}$$

ここで、b: a)およびb)の有効幅、S: 着目点のせん断力、  
 $\lambda_x, \lambda_y$ :  $x, y$  方向のスタッド間隔  
G, I: ひびわれのない断面の断面1次および2次モーメント

支間長 2m の合成床板でのa)およびb)から得られる有効幅の比較を表-3に示す。

表-3 有効幅の比較 (cm)

荷重位置	ECCS	文献 1) <sup>*</sup>
主桁近傍	79	65
支間中央	100	65

\* 平均有効幅

スタッド間隔  $\lambda_x=20^{\circ}\text{m}$ ,  $\lambda_y=30^{\circ}\text{m}$  の場合のスタッドに働くせん断力の最大値を表-4に、また  $\lambda_x=30^{\circ}\text{m}$ ,  $\lambda_y=30^{\circ}\text{m}$  の場合での比較を表-5にまとめる。

表-4 スタッドに働くせん断力の最大値 ( $\lambda_x=20^{\circ}\text{m}$ ,  $\lambda_y=30^{\circ}\text{m}$ ; kgf/tf)

荷重位置	ECCS 文献1)	本解析			
		$k=\infty$	$k=100 \times 10^4 \text{kgf/cm}$	$k=50 \times 10^4 \text{kgf/cm}$	$k=10 \times 10^4 \text{kgf/cm}$
主桁近傍 支間中央	368 176	445 270	96.9 70.2	85.9 64.5	77.3 59.7
					44.4 40.6

表-5 スタッドに働くせん断力の最大値 ( $\lambda_x=30^{\circ}\text{m}$ ,  $\lambda_y=30^{\circ}\text{m}$ ; kgf/tf)

荷重位置	ECCS 文献1)	本解析			
		$k=\infty$	$k=100 \times 10^4 \text{kgf/cm}$	$k=50 \times 10^4 \text{kgf/cm}$	$k=10 \times 10^4 \text{kgf/cm}$
主桁近傍 支間中央	551 264	667 404	114.0 88.7	99.8 81.6	89.0 75.5
					48.8 47.3

## 6. 結論

本研究で得られた結論を以下に記す。

- 完全合成理論によるスタッドの最大せん断力はスタッド間隔の積に比例して大きくなるが、選点法による本解析の結果ではスタッド間隔の影響は鈍感であり、実験結果も同じ傾向を示している。このような傾向はスタッド近傍の鋼板の局部曲げやシャーラグに起因しているものと思われる。
- スタッドのせん断力による変形、すなわち鋼板とコンクリートの間のずれはスタッドの最大せん断力を低減させる。
- 完全合成理論に基づく有効幅の提案式<sup>1)</sup>やECCSによる有効幅の提案式<sup>3)</sup>をRobinsonスラブに適用し、スタッドに働くせん断力を計算すれば、実際に働くせん断力よりも過大な値を与える。

## 参考文献

- 園田恵一郎, 堀川都志雄, 広瀬清泰:道路橋鋼板・コンクリート合成床版のずれ止めの設計に関するせん断有効幅, 土木学会論文報告集, No.338, 1983年, pp.1-9.
- 園田恵一郎, 堀川都志雄:道路橋床版の輪荷重直下の応力の算定について, 土木学会論文報告集, No.273, 1978, pp.15-22.
- European Convention for Construction Steelwork, Composite Structures, The Construction Press, London, 1981, p.146.
- J.G.Ollgaard, R.G.Slutter and J.W.Fisher., Shear strength of stud connectors in lightweight and normal-weight concrete, AISC Eng. Jour., No.5, 1971, Apr., pp.55-64.
- 新津敬治, 浅島弘光, 大貫一生, 落合正利:鋼製型枠合成床版を用いた合成桁の設計・施工, 橋梁と基礎, 昭和55年11月, pp.42-49.