

データ同化による施工中の地下構造物の 挙動の予測

青野 泰久^{1*}・櫻井 英行¹・山本 真哉¹

¹清水建設株式会社 技術研究所 (〒135-8530 東京都江東区越中島三丁目4-17)

*E-mail: y.aono@shimz.co.jp

地下構造物の施工では、日常的に実施される切羽の観察や変位の計測結果をもとに、当初の設計や施工方法を修正する情報化施工が採用されている。地山の想定外の挙動が発生、また、予見される場合、解析的手法により設計が検討されることもあるが、解析に必要な地山などの入力物性値の設定やモデル化には多くの課題があり、実際の地山挙動を厳密に表現するには至っていない。この背景に対し、著者らは計測結果に基づきモデルを更新するデータ同化を利用した地下構造物の掘削解析手法の研究を推進している。素堀のトンネルの掘削を模擬した3ケースの双子実験を行い、データ同化で更新した地山のヤング率を掘削前の初期のモデルに付与し掘削解析を行うケースにて、地山の変位を適切に予測できることを確認した。

Key Words : ensemble-based data assimilation, underground structures, code verification

1. はじめに

山岳トンネル、地下発電所等の地下構造物の工事では、施工前に得られる地山の情報が十分でないことから、施工段階に実際の地山状況を観察し、掘削にともなう地山の挙動および支保工の効果を計測により確かめながら、当初の設計や施工法を実際の地山状況に適合したものに修正する情報化施工が採用されている。設計や施工方法の変更の際には、基本的に過去の事例を参考にして、変更が行われている。地山の過大な変形、切羽の不安定化など、想定外の現象が発生、また、予見される場合、解析的手法によって設計を修正することもある。しかしながら、解析に必要な地山などの入力物性値の設定やモデル化には多くの課題があり、実際の地山挙動を厳密に表現するには至っていない¹⁾。

これに対し、施工中に得られる計測データを活用し、解析により地山の物性、未掘削箇所を掘削したときの地山変位、支保応力を予測する取り組みが行われている。例えば、トンネル切羽前方の地質の物性を予測する取り組みとして、施工中に得られる内空変位から地山のヤング率を同定する逆解析手法が研究されている²⁾。また、地山の物性を穿孔エネルギー分布から推定し、有限要素法により未掘削箇所を掘削した際に生じる地山変位、支保応力を予測する手法が報告されている^{3) 4)}。一方、対象はトンネルではないが、データ同化を活用し、土構造

物の挙動の予測を行う取り組みがされており、解析結果の確率分布を評価できる点がデータ同化の利点であると述べられている⁵⁾。

先述したように、地山は不均質で力学特性が不明確であることから、著者らは参考文献⁵⁾の取り組みのように、解析、計測などにより得られたデータに基づいた、信頼性のある地山および支保の挙動の予測結果が示されるべきであると考えている。そのためには、①施工中に得られるデータの積極的な活用、②計測データや数値解析に使用するパラメータなどの持つ不確かさ、およびこれらの不確かさが解析結果に及ぼす影響の定量的な把握が重要であると考えている。

以上の背景から、著者らはデータ同化を利用した地下構造物の掘削解析手法の研究に着手した。データ同化は、計測データ、解析モデルに含まれる不確かさを合理的に扱い、モデルの状態量を同定する手法である。本手法は、地下構造物の施工中に通常行われる観察、計測のみでは予測が難しい支保に作用する応力や地山の変形挙動の予測、すなわち、先述した情報化施工を補完する位置づけとしての活用を目指している。

本稿ではデータ同化手法を利用した掘削解析手法について説明し、手法により更新される地山の物性、得られる地山の変位の予測結果の傾向を把握するために実施した基礎的な数値実験の結果について報告する。

2. データ同化と掘削解析

(1) データ同化

一般的に、計算モデルは実現象に対して理想化・簡略化された偏微分方程式、初期・境界条件、構成式などの数学モデルに基づき構築されているだけでなく、離散化誤差や丸め誤差等も含んでいるため、実現象を完璧に再現することはあり得ない。それに対しデータ同化は、計算モデルのもつ誤差を考慮し、シミュレーションの実行中に観測データを活用して、計算モデルを修正し、性能を向上する技術である。データ同化の手法には様々なものが存在するが、本章では逐次型データ同化手法の、アンサンブルベースのデータ同化手法であるアンサンブルカルマンフィルター⁶⁾ (以下、EnKF)の概要と、掘削解析との組み合わせについて説明する。

(2) アンサンブルカルマンフィルター

EnKFでは、最初に以下のような状態空間モデルを設定する。

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{v}_t) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H}\mathbf{x}_t + \boldsymbol{\omega}_t, \boldsymbol{\omega}_t \sim N(0, \mathbf{R}) \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{x}_t$ は時刻 t における状態変数のベクトル(以降、状態ベクトルとする)、 $\mathbf{f}$ は非線形性を有するシステムモデル、 $\mathbf{y}$ は観測値からなるベクトル(以降、観測ベクトルとする)、 $\mathbf{H}$ は線形の観測演算子である。また、 N はアンサンブルのサンプル数、 $\mathbf{v}$ はシステムノイズであり、 $\boldsymbol{\omega}$ は平均0、共分散行列 $\mathbf{R}$ の正規分布に従う観測ノイズである。次に、状態ベクトルの平均値および共分散を以下のように計算する。

$$\hat{\mathbf{x}}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{x}_t^{(i)} \quad (3)$$

$$\mathbf{P}_t = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_t^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_t)(\mathbf{x}_t^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_t)^T \quad (4)$$

ここで、 i はサンプルのインデックスを表す。一般的なカルマンフィルタの方法に従い、状態ベクトルは次式のように更新できる。

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_t \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_t \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_t)^{-1} \quad (5)$$

$$\mathbf{x}_t^{a,(i)} = \mathbf{x}_t^{f,(i)} + \mathbf{K}_t (\mathbf{y}_t + \boldsymbol{\omega}_t - \mathbf{H} \mathbf{x}_t^{f,(i)}) \quad (6)$$

添え字の f と a はそれぞれ予測時の状態変数と観測に基づいて更新された状態ベクトルを表す。また、 $\mathbf{K}$ はカルマンゲインであり、 $\mathbf{R}$ は観測誤差 $\boldsymbol{\omega}$ から算出される共分散行列である。EnKFの実際の手順は予測と観測更新の2段階に分けられる。予測においては、(i)アンサンブルの

各メンバーに対して、式(1)のように次の観測結果が得られる時刻までのシミュレーションを実行することで状態ベクトルの事前分布を得る。(ii)次に観測更新では観測値に平均値が0 のガウスノイズを付加し、これから、(iii)各アンサンブルメンバーの状態ベクトルを式(2)-(6)により更新することで事後分布が求められる。その後、(i)に戻り、(iii)で得られた事後分布を用いて次の観測結果が得られる時刻までシミュレーションを実行する。

(3) データ同化手法を利用した掘削解析

施工中の地下構造物を対象にデータ同化手法を利用した掘削解析を行い、未掘削箇所を掘削した際に生じる変位の予測を行う手順を説明する。本論文における式(1)に対応する掘削解析は、有限体積法による線形弾性解析である。地山のメッシュモデルを準備し、初期応力を与え、掘削に応じた外力を計算して、解析を進める一般的な解析方法である。

地山のヤング率 E 、ある時刻 $t-1$ から t に生じた解析モデルの節点の相対変位、時刻 t の節点の絶対変位、要素に作用している応力を更新する場合、式(1)に対応する掘削解析を観測結果が得られるまで実行し、以下の状態ベクトルを得る。

$$\mathbf{x}_t = [\mathbf{E}_t^{N_t^E} | \mathbf{D}_t^1, \dots, \mathbf{D}_t^L, \dots, \mathbf{D}_t^{N_t^d} | \mathbf{d}_t^1, \dots, \mathbf{d}_t^L, \dots, \mathbf{d}_t^{N_t^{obs,d}} | \boldsymbol{\sigma}_t^1, \dots, \boldsymbol{\sigma}_t^L, \dots, \boldsymbol{\sigma}_t^{N_t^{\sigma}}] \quad (7)$$

ここで、 N_t^E 、 N_t^d 、 $N_t^{obs,d}$ 、 N_t^{σ} は時刻 t における解析モデルの E 、節点、観測点、要素の数である。 $\mathbf{D}_t^L$ 、 $\mathbf{d}_t^L$ は節点 L の絶対変位ベクトル、相対変位ベクトルであり、空間座標系における3成分の変位で構成される。 $\mathbf{d}_t^L$ は時刻 $t-1$ からの相対変位として計算される。また、 $\boldsymbol{\sigma}_t^L$ は要素 L の応力ベクトルであり、6成分の応力で構成される。

次に得られた観測データから、観測ベクトル $\mathbf{y}_t$ を作成する。

$$\mathbf{y}_t = [\mathbf{d}_t^{obs,1}, \dots, \mathbf{d}_t^{obs,L}, \dots, \mathbf{d}_t^{obs,N_t^{obs,d}}] \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{d}_t^{obs,L}$ は観測点 L の相対変位ベクトルであり、状態ベクトルと同様の構成である。観測更新では式(2)より、観測値に平均値が0 のガウスノイズを付加する。次に、各アンサンブルメンバーの状態ベクトルを式(2)-(6)により更新し、事後分布を得る。その後、事後分布を用いて次の観測結果が得られる時刻までシミュレーションを実行する。

図-1に、本手法で得られる未掘削箇所を掘削した際に生じる変位の予測結果のイメージを示す。図の上二つは、トンネル軸方向の断面の模式図であり、上は観測点の少ない掘削早期、下は掘削が進み観測点が増加した段階を示す。その下のグラフは、掘削前のある地点の変位を、

上二つの時点において予測した結果である。横軸は切羽の位置、縦軸は変位の予測値である。青線は掘削早期の予測結果、赤線は掘削が進んだ段階の予測結果である。青、赤のそれぞれ実線は、予測結果のうち最も小さい値を示し、破線は最も大きい値を示す。観測点の増加に伴い予測箇所の変位精度が向上すること、パラメータの不確かさを考慮して数値解析を行うため、予測結果の確率分布が得られるのが本手法の特徴である。

3. 双子実験の概要

本手法により更新される地山の物性、得られる地山の変位の予測結果の傾向の確認ために、図-2に示す解析モデルを用いて、素堀のトンネルの施工を模擬した双子実験を行った。双子実験とは、正解の条件を設定した解析モデルにより計算した結果を計測データと考え、正解と異なる条件の解析モデルに計測データを逐次データ同化させる実験方法である。双子実験では通常知りえない真の値がわかるため、取得する情報に応じてデータ同化により正解の条件の同定が可能か否かの検証に用いられる。

双子実験では、実験の条件を変えることにより、①モデルの E の同定結果、②観測点の絶対変位の予測結果がどのように変化するか調査した。

(1) 解析モデル

数値解析には商用ソフトウェアであるFLAC3Dを使用した。素堀の円形断面のトンネルの掘削を模擬した解析モデルを使用し、構成則は線形弾性とした。トンネルの直径 D は10mであり、解析領域は対称性を考慮して1/4の領域とした。解析領域はトンネル横断方向(x)に25m、トンネル縦断方向(y)に30m、鉛直方向(z)に25mであり、解析モデルの節点数は約800、要素数は約700である。均質な地山を仮定し、正解の E は50MPaとした。予測モデルの E の取りうる範囲は文献⁷⁾の統計量に基づき $47.25 \leq E \leq 57.75$ とし、一様乱数を発生させて解析モデルに付与した。正解モデル、予測モデルともに変位の観測点はTD(Tunnel Distance) 0mから6mごとのトンネルの断面の天端と側壁に設け、掘削前後の各観測点の x , y , z 軸方向の3成分の絶対変位から相対変位を計算し、データ同化に使用した。

(2) 手順

図-3に双子実験の手順を示す。本実験では、手順1にて、正解のモデルの掘削解析を実施し、既に掘削した領域に設けた各観測点における切羽を2m掘削した際に生じる相対変位を計算し、観測ベクトルを作成した。

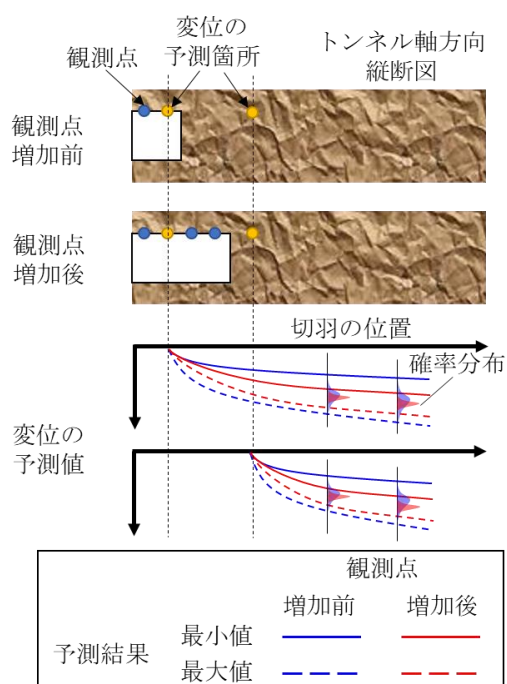


図-1 本手法で得られる予測結果のイメージ

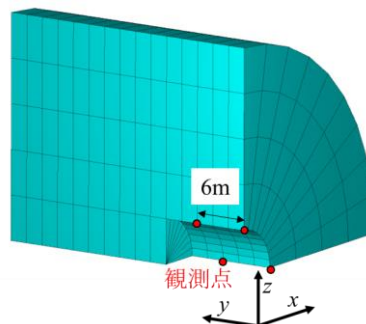


図-2 双子実験に使用した解析モデル

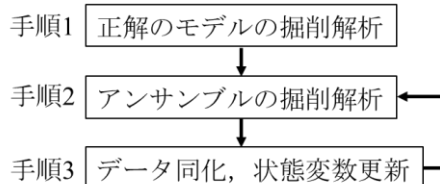


図-3 双子実験の手順

手順2では、予測モデルに初期条件を与える際に一様乱数を発生させ、文献⁷⁾の統計量に基づき設定した範囲のヤング率を解析モデルに付与し、各解析モデルで掘削解析を行った。すでにデータ同化が行われ、状態ベクトルが更新されている場合は、その状態変数を用いて掘削解析を実施した。本実験は初歩的な検討であり、システムノイズが調査内容①、②に及ぼす影響を排除するため、掘削解析を行う際に、モデルにシステムノイズを与えていない。アンサンブルの大きさは50サンプルとした。切羽がTD 2mの位置に到達してから既掘削箇所の観測点の絶対変位の取得を開始した。その後、2mの掘削解析ごとに、既掘削箇所の観測点の絶対変位を取得し、正解のモデルと同様の相対変位を計算した。その後、予測モデ

ルの E 、観測点の絶対変位と相対変位、観測点以外の節点の絶対変位、要素の応力で構成される状態ベクトルを作成した。

手順3では、データ同化により状態ベクトルを更新した。データ同化には計算コストが比較的低いアンサンブルベースのデータ同化手法であるESTKF(Error Subspace Transform Kalman Filter)を使用した。データ同化に使用する観測点の変位の観測誤差は、測量機器の仕様から1.0mmとした。データ同化後は手順2に戻り、データ同化で更新した状態変数を用いて掘削解析を実施した。

(3) 実験ケース

表-1に双子実験の実験ケースを示す。ケース1を基本ケースとし、データ同化で更新したヤング率 E^a 、絶対変位ベクトル $\mathbf{D}^a$ を使用して掘削解析を行い、 $\mathbf{D}_{t+1}$ を予測した。データ同化では一般的に、シミュレーションモデルの全格子点上で定義される値をすべて状態変数とし更新が行われるが、統計数理的手法による更新であり、更新後の状態変数は物理法則を満たさない。そのため、ケース1では $\mathbf{D}_{t+1}$ を適切に予測できないことが予想された。そこで、 $\mathbf{D}_{t+1}$ の予測に更新前の絶対変位ベクトル $\mathbf{D}^f$ を使用するケース2と、更新後の E を掘削前の初期のモデルに付与し、時刻 t 、 $t+1$ の掘削解析を行い物理法則に従う $\mathbf{D}_t$ 、 $\mathbf{D}_{t+1}$ を得るケース3の双子実験を実施した。

なお、要素の応力に関しては、データ同化前後で値の変化量が小さく、掘削解析の結果に及ぼす影響が小さいと考え、データ同化で更新を行わなかった。

4. 結果

(1) ヤング率の同定結果

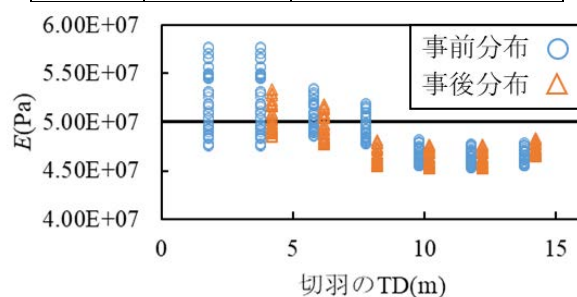
図-4にアンサンブルのヤング率のデータ同化前の分布(以下、事前分布)、データ同化後の分布(以下、事後分布)を示す。縦軸は $E(\text{Pa})$ 、横軸はデータ同化を行った時の切羽のTD (m)である。シンボルの視認性を向上させるために、事前分布と事後分布が重ならないようにシンボルを配置している。すべてのケースにおいて、切羽のTDが8m、14m時点の E の事後分布は、事前分布に対しばらつきが小さくなっている。切羽のTDが8m、14m時点のデータ同化では、新たに設けられた観測点の相対変位がデータ同化に使用されており、切羽の掘削の影響が比較的大きい観測点の変位を用いてデータ同化を行ったことで、 E の事後分布のばらつきが小さくなったと考えられる。

また、ケース1では、事後分布は正解に対し小さい値を推移している。一方、ケース2、3では、事後分布はいずれも正解をまたぐように分布しており、正解の値に収

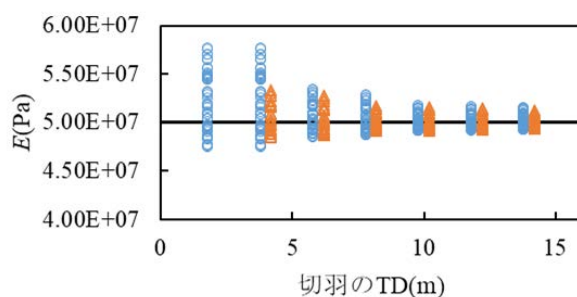
束している。この結果の考察をするために、データ同化する観測点の相対変位の値を確認した。図-5、6に切羽のTDが6m、8mにおける観測点の相対変位の正解値、アンサンブルの事前分布、事後分布を示す。なお、解析モデルにおける $y=0\text{m}$ の節点の y 軸方向の変位を拘束しているため、図-5、6にはTD 0mに設けた観測点の y 軸方向の変位のグラフは示していない。図-5、6より、ケース2、3の事前分布はケース1に対し、すべての観測点の事前分布、事後分布が正解に近い値を示している。一方、ケース1では正解との誤差が大きい事前分布が得られており、この事前分布をデータ同化に使用することで、解との誤差が大きいヤング率の事後分布が得られたと考えられる。

表-1 実験ケース

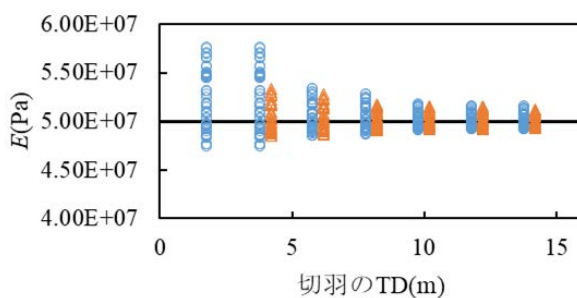
ケース	時刻 $t+1$ の掘削解析で扱う状態変数	
	E_t	$\mathbf{D}_t$
1	時刻 t で更新したヤング率 E^a	時刻 t で更新した絶対変位ベクトル $\mathbf{D}^a$
2		時刻 t の更新前の絶対変位ベクトル $\mathbf{D}^f$
3		E^a を付与した初期のモデルの掘削解析により計算した $\mathbf{D}_t$



(a) ケース1



(b) ケース2



(c) ケース3

図-4 ヤング率の事前分布、事後分布

次に、ケース2, 3に対しケース1の相対変位の事前分布と正解の誤差が大きい点について考察する。状態ベクトルの E_t , D_t , d_t は、データ同化により統計数理的に更新されており、更新後の E_t , D_t , d_t の関係は物理法則に従っていない。そのため、データ同化で更新した絶対変位を用いて次のステップの掘削解析を行うと、正解の観測値に対し誤差の大きい予測値が得られると考えられる。

以上より、今回数値実験で扱った問題において、一般的にデータ同化で行われている方法と同様に、データ同化でヤング率、節点の絶対変位を更新し掘削解析を行う場合、正解に対し誤差を含むヤング率の事後分布が得られるという知見が得られた。

(2) 観測点の絶対変位の予測結果

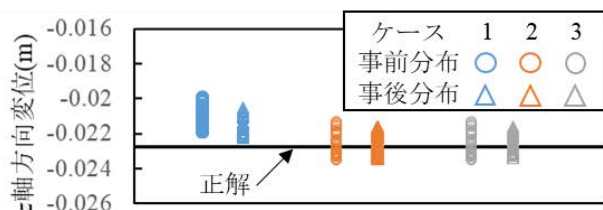
図-7に、TD0mの天端の観測点のz軸方向の絶対変位の事前分布、事後分布を示す。縦軸は観測点のz軸方向変位、横軸は切羽のTDである。

ケース1は掘削解析、データ同化を繰り返し実施することにより、絶対変位のばらつきは小さくなっているが、ケース2, 3に比べると、正解と事前分布、事後分布の誤

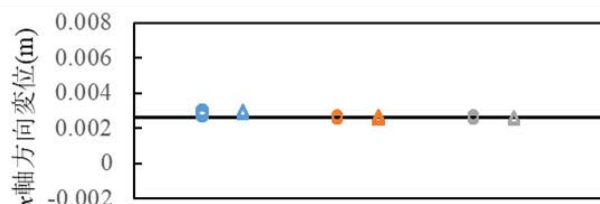
差が大きい。これは先述したように、データ同化により更新されたヤング率と節点の変位の関係は物理法則に則り更新されていないことから、モデルの節点の絶対変位の誤差が蓄積していると考えられる。

ケース2, 3を比較すると、ケース3に対しケース2の絶対変位の事前分布、事後分布のばらつきは大きく、正解に対し差の大きい予測結果が存在する。ケース2では、データ同化で解析モデルの E のみを更新し、データ同化を行う前の節点の絶対変位の値を保持した状態で時刻 $t+1$ の掘削解析を実施していることが原因であると考えられる。一方、ケース3はデータ同化で更新した E を、掘削を行う前の初期のモデルに付与し、時刻 t , $t+1$ の掘削解析により、物理法則に従う D_t , D_{t+1} が得られるため、ばらつきが小さく、正解との差が小さい絶対変位の事前分布、事後分布が得られたと考察できる。

以上より、今回数値実験で扱った問題において、一般的にデータ同化で行われている方法と同様に、データ同化でヤング率、節点の絶対変位を更新し掘削解析を行う場合、正解に対し誤差を含む絶対変位の事前分布と事後分布が得られる、また、更新前の解析モデルの絶対変位

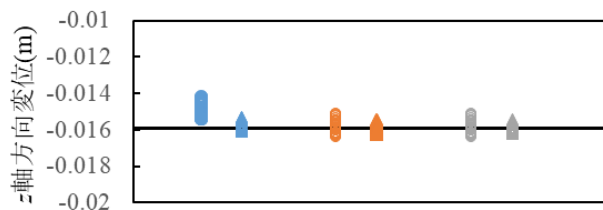


(a) 天端の観測点

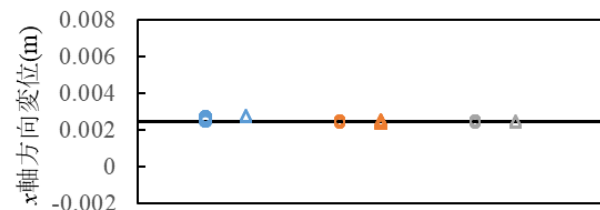


(b) 側壁の観測点

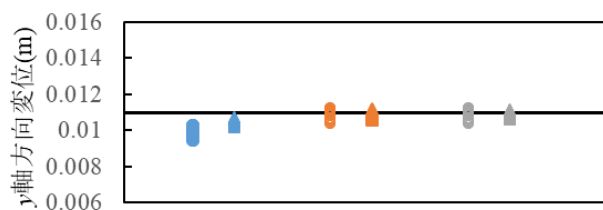
図-5 切羽のTD6mにおけるTD0mの観測点の相対変位の事前分布、事後分布



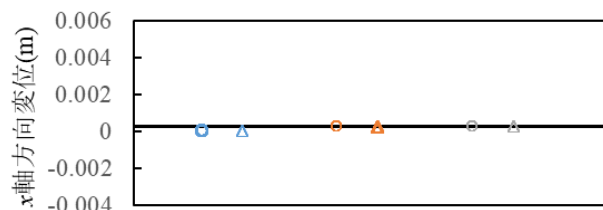
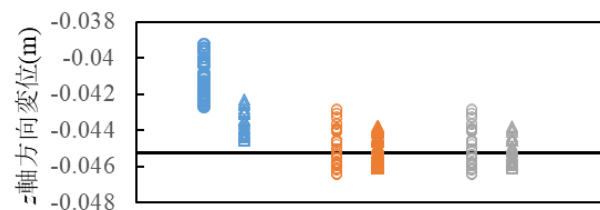
(a) TD0mの天端の観測点



(b) TD0mの側壁の観測点



(c) TD6mの天端の観測点



(d) TD6mの側壁の観測点

図-6 切羽のTD8mにおける観測点の相対変位の事前分布、事後分布

を使用して掘削解析を行うと、掘削前の絶対変位のばらつき、正解との差を含んだ絶対変位の事前分布、事後分布が得られるという知見が得られた。

5. まとめ

施工時の地下構造物における地山変位、支保応力の予測を行うことを目的に研究を進めている、計測データ、解析モデルに含まれる不確かさを合理的に扱い、施工中に得られるデータを最大限活用する、データ同化を利用した地下構造物の掘削解析手法について説明した。また、均質な地山に施工する素堀のトンネルを対象に、条件を変えた数値実験を行い、ヤング率 E の同定結果、観測点の変位の予測結果の違いを確認し、今回数値実験で扱った問題において以下の知見が得られた。

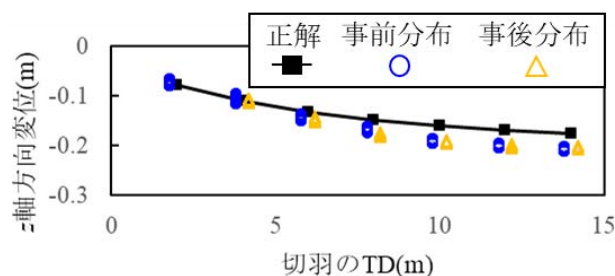
a)一般的にデータ同化で行われている方法と同様に、データ同化でヤング率、節点の絶対変位を更新し掘削解析を行う場合、正解に対し誤差を含むヤング率の事後分布、絶対変位の事前分布と事後分布が得られる。

b)更新前の解析モデルの絶対変位を使用して掘削解析を行う場合、掘削前の絶対変位のばらつき、正解との差を含んだ絶対変位の事前分布、事後分布が得られる。

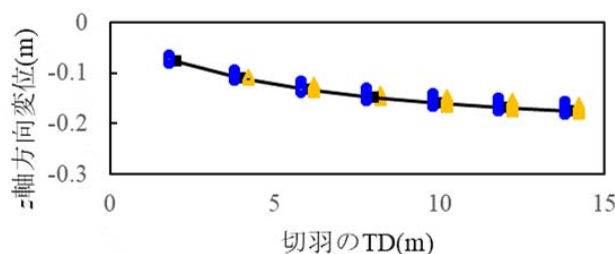
本報告は均質、線形弾性体という比較的単純なモデルを対象とした双子実験の結果であることから、今後、複数の地質が存在する地山のモデル、弾塑性体を対象とした双子実験を行い、データ同化を利用した掘削解析手法の性能の検証を行う。本稿で報告した知見は、今後行う双子実験の手順の検討、考察を行う際に有益な情報となると考えられる。

参考文献

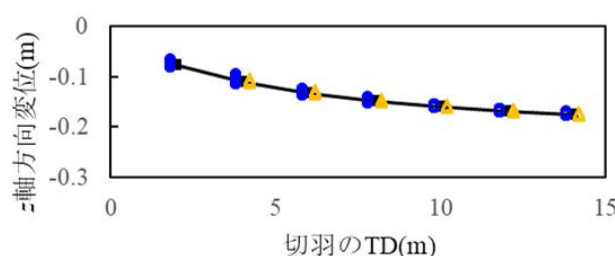
- 1) 土木学会：山岳トンネルにおける模型実験と数値解析の実務 トンネルライブラリー，pp.119-130，2006。
- 2) 樋川敦，川原睦人，金子典由：トンネル軸方向を考慮した逆解析手法による切羽前方の地質予測，土木学会第58回年次学術講演会，2003。
- 3) 山下雅之，竹村いずみ，杉本拓也，吉永浩二，前田



(a) ケース1



(b) ケース2



(c) ケース3

図-7 TD0mの天端の観測点のz軸方向の絶対変位の事前分布、事後分布

薫：トンネル変形予測システム「PAS-Def」の開発と適用事例，西松建設技報，vol.38，2015。

- 4) 小島悠，升元一彦，宮嶋保幸，福島大介，宮石雅子，黒川紗季：穿孔エネルギーを用いた解析モデルの高精度化とトンネル掘削シミュレーション，トンネル工学報告集，第30巻，I-12，2020。
- 5) 珠玖隆行，村上章，藤澤和謙，西村伸一：地盤解析におけるデータ同化，地盤工学会誌，Vol.59，pp.8-11，2011。
- 6) Evensen, G. : Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics, *Journal of Geophysical Research* 99(5), pp.10143-10162, 1994。
- 7) 山口梅太郎：岩石の一軸圧縮強度とヤング率の関係について，材料，17巻，181号，pp.902-907，1968。

PREDICTION FOR BEHAVIOR OF UNDERGROUND STRUCTURES DURING CONSTRUCTION PHASE USING ENSEMBLE-BASED DATA ASSIMILATION

Yasuhisa AONO, Hideyuki SAKURAI and Shinya YAMAMOTO

In order to keep safety during construction phases of underground structures, states, such as displacements and stresses, of rocks and supports must be grasped and predicted by appropriate measurements and numerical simulations. In this paper, an ensemble-based data assimilation (EBDA) is studied to realize highly credible prediction of the transition of the states of underground structure. Three fundamental numerical experiments using EBDA were carried out to verify the accuracy and precision. It confirmed that one of the variations showed appropriate performance.