

円孔周辺の弾塑性応力解に基づく 浅所トンネルの安定性評価に関する研究

西村 強^{1*}・河野 勝宣¹・川畑 伸二¹・小川 金時¹

¹鳥取大学大学院 (〒680-8552 鳥取市湖山町南4-101)

*E-mail: tnishi@tottori-u.ac.jp

Key Words : shallow tunnel, circular opening, elasto-plastic analysis, numerical simulation

1. 緒言

地下鉄や道路のためのトンネルなどの地中構造物を地表面に近いすなわち天端から地表面までの距離が構造物の代表寸法（トンネル径など）の数倍程度の深さに建設するとき、施工に伴う地盤の変形が既設構造物に悪影響を及ぼさないように、地盤の耐力を評価するとともに支保あるいは仮設構造物を設置しなければならない。既往の文献によれば、地表面に影響が及んだ事例が報告されている^{1,2}が、空洞周辺地盤の支保／支持能力に対する議論とそれに基づく共通の理解があれば、異なる結果となった事例もあり得たかも知れない。改めて述べる必要のないことであるが、このような深さに施工されるトンネルに NATM 工法を適用する際には、地山の支保能力に対する評価は極めて慎重に進めざるを得ないと考えられる。

地下浅所トンネルの安定性を評価する方法として、Terzaghi の手法^{3,4}がある。この手法は、トンネル空洞から地表面に向かい生成された破壊面を周辺地盤との境界面として、その内部の土塊の重量を支保への荷重として取り扱っている。破壊面上に作用するせん断抵抗力を土塊自重の支持に寄与するものとしているが、空洞近傍の地盤内で生ずる（と考えられる）応力の再配分、アーチアクションなどを考慮しているものではなく、地下浅所ということに限定しても、当然のことながら NATM の考え方^{5,6}に合致するものと見做すことはできない。

浅所トンネルの安定性に関する研究を概観すると次のようである。例えば、Carranza ら⁷は、円形空洞の周辺に進展する塑性域と地表面位置の関係に注目して弾塑性解を誘導しているが、その解は内部摩擦角 ϕ の値を 0（ゼロ）とした限られた条件下の解であるため、トンネルの中心位置が深くなるほど、空洞の安定性が低下するという解となっている。これは、直線斜面の安定解析に

おいて、 $\phi=0$ の条件下では想定すべり面の位置が深くなればなるほど、滑動に対する安全率が低下することと同じと言える。Khezri ら⁸も浅所トンネルの安定性に関して、極限平衡仮定に基づく解析解を誘導し、パラメトリックスタディを報告している。この研究は切羽の安定性に関する報告であり、地山の支保能力という視点の研究ではないと考えられる。また、Carranza らの研究⁷は高圧空気地下貯蔵(Compressed Air Energy Storage, CAES)に利用する地下空洞を主対象とするものであり、解の対象は少し異なる、つまり、NATMにおける地山の支保能力に関する検討結果ではないと考えられる。Limanov の式⁹や木山らによる弾性解析例¹⁰があるが、地表面や天端における沈下に関するものである。地山の強度に基づいて空洞安定性の評価と支保設計が実施されるとすれば、計測あるいは予測される変位をひずみへ変換して応力と関連づける必要がある。以上のようなことから、地下浅所トンネルの安定性について、地山の支保力を見積もるための研究が必要であるとの認識に至った。

本論文では、均質、等方応力状態を仮定した上で、地盤はモール・クーロン規準に従う材料であり、空洞は円形として、弾塑性解に基づいて空洞保持のための最小内空圧を求める式を示している（以下、弾塑性解とする）。中心を空洞の中心と同一にする円形の塑性領域が水平地表面を接線とする時を極限状態として最小内空圧を、強度定数 c 、 ϕ と空洞中心の深さ（地表面と空洞中心の距離） h の変化に対して計算例を記載している。円形の塑性領域内では、周方向応力が最大主応力である。塑性円が地表面に接することを極限状態とすることは、これ以上塑性域が広がるとき、周方向応力が形成するアーチが消滅するとすれば、NATM の概念に近づくものになるかもしれない。ここでは、その概要を述べることにする。今後、数値解析による実地盤を想定した結果との比較等が必要になる。地下浅所の問題でありながら、等方応力場とするなど多くの仮定を導入している。実地盤に近い

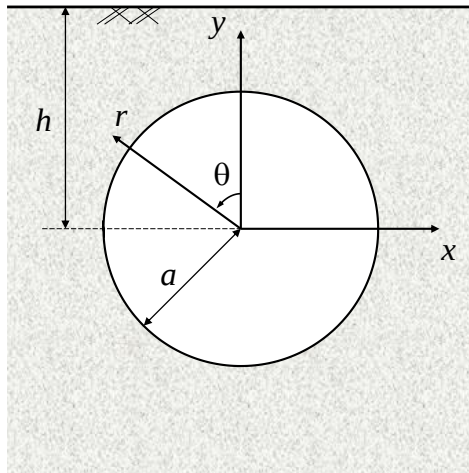


図-1 地下浅所の円形トンネル
— 問題の設定と単純化 —

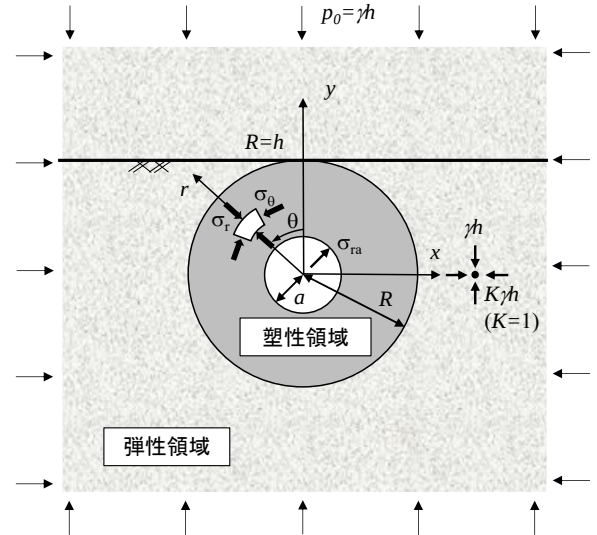


図-2 深さ h における土被り圧 γh を無限遠方作用応力とする荷重条件ならびに地表面と塑性円半径の関係

条件例えば土被り圧条件下での解析を実施して、弾塑性解の与える最小内空圧を数値として吟味する必要がある。この吟味とは、複数の仮定があるとはいえ、弾塑性解が示す最小圧以下の内空圧に対して、数値解析結果が静的安定状態を提供するか否かを確認することである。もし、弾塑性解が与える数値を下回る内空圧であっても、数値解析結果では地山の平衡状態が与えられるならば、弾塑性解は何らかの修正を求められることになる。

2. 弾塑性解を利用した最小内空圧の算出

図-1 に示す円孔壁面（半径 a ）に作用する内空圧 σ_a の大小が空洞周辺安定性に及ぼす影響を考える。均質地盤、等方応力状態を仮定して、図-2 のような仮定を導入する。つまり、掘削前を $\sigma_a = p_0(\gamma h)$ （ここに、 γ は地盤材料の単位体積重量）として、空洞掘削そして切羽の進行を σ_a の減少で表現する。この減少に伴い、空洞周辺に塑性域（この図では円形）が発生した状態を図-2 は表している。この図に示すように塑性円の半径 R が地表面とトンネル中心位置の距離 h と等しくなると、図-1 の地盤は極限状態にあると仮定する。この時の σ_a を空洞保持のための最小内空圧 $\overline{\sigma_{ra}}$ として求める定式化である。 $\overline{\sigma_{ra}} > 0$ なる値が得られるならば、その値が最小内空圧、一方、 $\overline{\sigma_{ra}} < 0$ なる値が得られるならば、無支保でも地盤は安定を保持するとの判定になる。なお、理想化した条件下で与えられる内空圧であり、地盤の不均質性や逐次破壊を考慮すれば、この算出通りにはならない可能性があるこ

とに留意する必要がある。この点については、有限要素解析結果などを実施して考察する必要がある。また、 $r > R$ つまり弾性領域は等方応力状態にあるのでせん断応力成分の発生は無い。一方、 $a < r < R$ の塑性円内では周方向 (θ) が最大主応力方向、半径 (r) 方向が最小主応力と仮定している。塑性円の周上で、せん断応力は、大きさ、方向とも不連続となっている。

以上のような仮定の下、基礎式は図-2 中の微小領域に関する応力のつり合い式となる。

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{(1-\zeta)\sigma_r - S_c}{r} = -\gamma \cos \theta \quad (1)$$

ここに、地盤はモール・クーロン降伏規準に従うとして c を粘着力成分、 ϕ をせん断抵抗角と表記して、

$\zeta = (1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi)$, $S_c = 2c \cos \phi / (1 - \sin \phi)$ である。 $r = a$ で $\sigma_r = \sigma_a$, $a < r < R$ では降伏規準を満足する状態にあると仮定して、式(1)を $\zeta > 1 (\phi > 0)$ に対して解くと次式となる。

$$\sigma_r = \left(\sigma_{ra} + \frac{S_c}{\zeta - 1} \right) \left(\frac{r}{a} \right)^{\zeta - 1} - \frac{S_c}{\zeta - 1} + \frac{\gamma a \cos \theta}{\zeta - 2} \left(\frac{r}{a} \right) \left\{ 1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\zeta - 2} \right\} \quad (2)$$

$r = R$ で $\sigma_r = \sigma_R$ とすれば、次式のように書き換えることが可能となり、

$$\sigma_{ra} = \left(\sigma_{rR} + \frac{S_c}{\zeta - 1} \right) \left(\frac{R}{a} \right)^{1 - \zeta} - \frac{S_c}{\zeta - 1} + \frac{\gamma a \cos \theta}{\zeta - 2} \left\{ 1 - \left(\frac{R}{a} \right)^{2 - \zeta} \right\} \quad (3)$$

$\sigma_{\theta} + \sigma_{\theta R} = 2p_0$, $\sigma_{\theta} = \zeta \sigma_{\theta R} + S_c$ の関係を利用し, さらに $R=h$ とすれば, 土被り圧 γh で除して次式を得る.

$$\frac{\sigma_{ra}}{\gamma h} = \frac{2}{\zeta+1} \left(\frac{h}{a} \right)^{1-\zeta} + \frac{\cos \theta}{\zeta-2} \left(\frac{h}{a} \right)^{-1} \left\{ 1 - \left(\frac{h}{a} \right)^{2-\zeta} \right\} + \frac{2 \cos \phi}{1 - \sin \phi} \frac{1}{\zeta-1} \left(\frac{h}{a} \right)^{-1} \left\{ \frac{2}{\zeta+1} \left(\frac{h}{a} \right)^{1-\zeta} - 1 \right\} \frac{c}{\gamma a} \quad (4)$$

式(4)右辺第2項により σ_{θ} は周方向に一定とはならない. そこで, $\theta=0^\circ$ として天端位置の $\sigma_{\theta}/\gamma h$ を求めて $\overline{\sigma_{ra}}/\gamma h$ と書き, 空洞保持のための最小内空圧の指標とする.

$$\overline{\frac{\sigma_{ra}}{\gamma h}} = \frac{2}{\zeta+1} \left(\frac{h}{a} \right)^{1-\zeta} + \frac{1}{\zeta-2} \left(\frac{h}{a} \right)^{-1} \left\{ 1 - \left(\frac{h}{a} \right)^{2-\zeta} \right\} + \frac{2 \cos \phi}{1 - \sin \phi} \frac{1}{\zeta-1} \left(\frac{h}{a} \right)^{-1} \left\{ \frac{2}{\zeta+1} \left(\frac{h}{a} \right)^{1-\zeta} - 1 \right\} \frac{c}{\gamma a} \quad (5)$$

同様にすれば, $\zeta=1(\phi=0)$ に対して, 以下の式になる.

$$\overline{\frac{\sigma_{ra}}{\gamma h}} = 2 - \left(\frac{h}{a} \right)^{-1} - \left\{ 2 \ln \left(\frac{h}{a} \right) + 1 \right\} \left(\frac{h}{a} \right)^{-1} \frac{c}{\gamma a} \quad (6)$$

図-2に示すモデルでは, トンネル空洞中心の深さ h における土被り圧 (γh) を無限遠方の応力として仮定するのみであり, 重力の作用はない. さらに, 式(1)の右辺に単位体積重量を導入することにより塑性化した領域内でのみ重力を考慮している. このような式(1)における重力の考慮により塑性域が図-2のように円として進展するためには, 円孔表面に作用する σ_{θ} は周方向に一定値とはならず, 式(2)右辺第3項に示される通り, 周方向に変化するものとなる. この分布については, 第3章で計算例を示す.

$R=h$ を極限状態とする仮定については以下の検討を記述しておく. 無限板内の円孔の問題は, 天端とインバート間の土被り圧の差がその深さにおける土被り圧に比べて小さい場合に採用される. 浅所トンネルでは, 地表面上方 (図-1で $y>h$) では空洞掘削に伴うエネルギーを吸収する地盤が存在しておらず, 半無限板の問題を採用すべきである. しかしながら, 半無限板の問題では, 木山らの弾性解¹⁰⁾においても相当量の, かつ複雑な式誘導がなされており, これに塑性化を導入することは現実的ではないと考えられる. そこで, 無限板内の円孔の問題を採用し, 塑性円を地盤内に留めることが地盤の安定性を保持するために必要であるとして前述の式誘導を行っている. その極限として塑性円が地表面を接線とする ($R=h$) としたものが図-2である. 式(2)において, $R=h$ とすることは可能であり, その時 $\sigma_{\theta} < \overline{\sigma_{ra}}$ であるが, $y=h$ は地表面で, これより上部に塑性円は進展できないとして除外している.

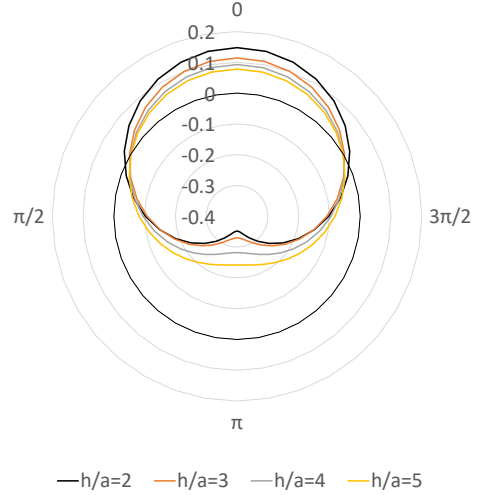


図-3 $r=a$ における $\sigma_{\theta}/\gamma h$ の周方向分布(式(4)による)

3. 最小内空圧の算出例

まず, 図-3に σ_{θ} の周方向分布の計算例を示す. これは, $c/\gamma a = 0.3$, $\phi=30^\circ$ とする計算例である. 前述したように, 円孔表面 $r=a$ で σ_{θ} は一定にはならず, 特にインバート付近では空洞内空側に引きこむように σ_{θ} が作用している様子が表現されている.

図-4に式(5)において $\phi=30^\circ$ と一定として, $c/\gamma a - \overline{\sigma_{ra}}/\gamma h$ 関係の例を示す. この図より, h/a が一定のとき, c の増大とともに最小支保圧が小さくなることがわかる. また, $c/\gamma a$ を一定とすれば, h/a の増大つまりトンネル中心位置が深くなれば, $\overline{\sigma_{ra}}/\gamma h$ は小さくなる. $\overline{\sigma_{ra}}/\gamma h$ 線より上方部分の σ_{θ} であれば, $R<h$ すなわち塑性円は地表面以下にあり空洞は保持されていることになる. 一方, $\overline{\sigma_{ra}}/\gamma h$ 軸, $c/\gamma a$ 軸および $\overline{\sigma_{ra}}/\gamma h$ 線で囲まれる三角形の内部ならば, $R>h$ となり空洞は保持されていないという判定となる.

図-5に式(6)の計算結果を示す. h/a の増大つまりトンネル中心位置が深くなれば, $\overline{\sigma_{ra}}/\gamma h$ が大きくなるつまり空洞保持のための内空圧が大きくなるという点が図-4と異なる点である. このことについては, 第1章に記述したとおりである. 図-6に $\phi - \overline{\sigma_{ra}}/\gamma h$ 関係の計算例を示した. $c=0$ の計算は式(6)で行って, 縦軸上に×印によりプロットしている. c の値が減少するとき, 式(5)による計算結果が式(6)の結果に収束する様子が記載されている. ϕ が大きくなれば $c/\gamma a$ が小さいほど $\overline{\sigma_{ra}}/\gamma h$ が大きく, つまり空洞保持のために大きな内空圧が必要となることが示されている.

式(7)に示す Terzaghi 式と式(5)の計算例の比較を図-7に示す.

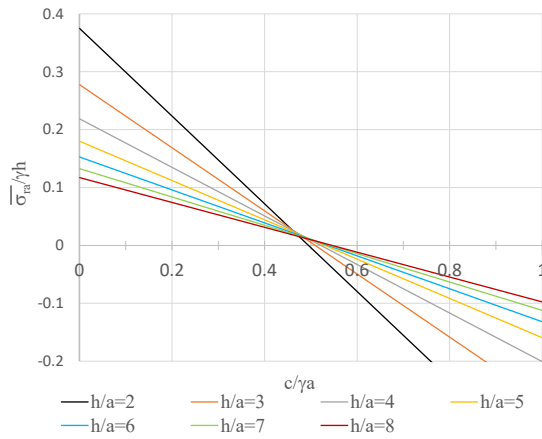


図-4 式(5)において $\phi=30^\circ$ 一定とする $c/\gamma a-\bar{\sigma}_{ra}/\gamma h$ 関係の計算例

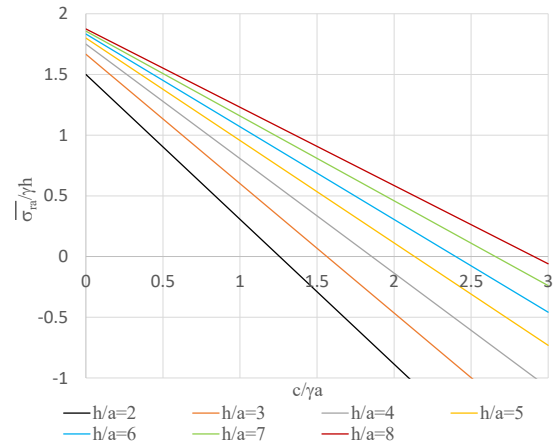


図-5 式(6) ($\phi=0^\circ$) による $c/\gamma a-\bar{\sigma}_{ra}/\gamma h$ 関係の計算例

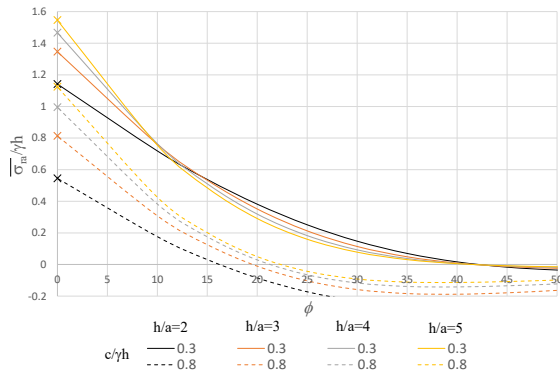


図-6 c の値を一定とする $\phi-\bar{\sigma}_{ra}/\gamma h$ 関係の計算例

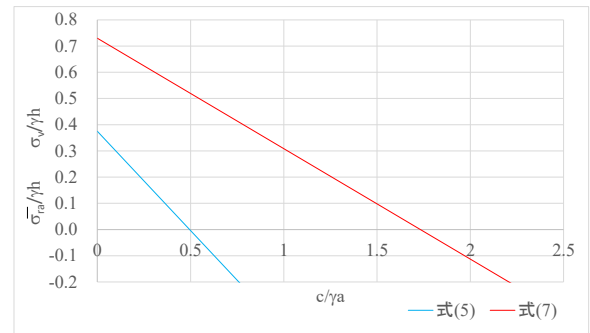


図-7 式(5)による $c/\gamma a-\bar{\sigma}_{ra}/\gamma h$ 関係と式(7)による結果の比較 ($h/a=2$, $\phi=30^\circ$)

$$\sigma_v = \frac{B_1 \left(\gamma - \frac{c}{B_1} \right)}{K \tan \phi} \left(1 - e^{-\frac{K \tan \phi h}{B_1}} \right) + q_0 \cdot e^{-\frac{K \tan \phi h}{B_1}} \quad (7)$$

ここに、 $K=1$ 、また、 B_1 は次式で与えた。 q_0 は地表面荷重であり、この計算では $q_0=0$ とした。

$$B_1 = a \cdot \cot \left(\frac{\pi/4 + \phi/2}{2} \right) \quad (8)$$

図-7 は $\phi=30^\circ$ とする場合の比較である。式(5)、(7)の差は、塑性域内における応力状態の取り扱いの差であると理解される。

さて、式(5)(6)は、深さ h における土被り圧を作用応力とする等方応力場、トンネルと中心を同一とする円形の塑性域の進展などの仮定の下で誘導したものである。実地盤への応用を目指すとき、第1章に記述したように実地盤の条件として許容可能な範囲内の設定であるか、吟

味が必要である。今後は、この研究で採用した境界条件を浅所トンネルの解析に適用することの確認を含めて、有限要素解析を利用した結果との比較などを実施する予定である。

4. 結言

本報告では、均質地盤、等方応力状態を仮定した円形空洞周辺の弾塑性解に基づいて、空洞保持ために必要な最小内空圧を求める式を示した。得られた結果を列記としてまとめる。

(1) 地盤はモールクーロン規準に従う材料であり、空洞は円形であるとして、弾塑性解に基づいて空洞保持のための最小内空圧を求める式を示した。その式では、中心を空洞と同一にする円形の塑性領域が水平地

表面を接線とする時を極限状態として、最小内空圧は与えられるとしている。この最小内空圧の式は、強度定数 c 、 ϕ と空洞の半径 a と空洞中心の深さ（地表面と空洞中心の距離） h を用いて定式化されている。

(2) (1) に述べた算出式は、 $\phi=0$ 地盤では（空洞半径 a 一定ならびに粘着力 c 一定の条件の下で）空洞中心が深くなれば、空洞保持のための内圧が大きくなることを示している。一方、 $\phi>0$ 地盤では、この傾向とは異なり、深くなれば空洞保持のための内圧が小さくなることを示した。このことは、直線斜面の安定解析において、 $\phi=0$ の条件下では想定すべり面の位置が深くなればなるほど、滑動に対する安全率が低下することと同じと言え、せん断抵抗角と土被り圧の効果として考察した。

以上の考察から、トンネル掘削に伴う地盤の安定性を検討するとき、弾塑性解の与える数値を空洞保持のために最低限必要な内空圧として位置付けた上で、荷重条件の変化などについて数値解析を併用すれば、地山の支保力の表現が可能になると推論した。

本論文に示した解析解の誘導では、トンネル空洞掘削の進行を2次元問題における円形断面の内空表面での半径方向応力の解放で表現している。つまり、切羽前後で大きな変化を示すとされる¹⁾半径方向変位を仲立ち（つまり、2次元解析における半径方向変位と（実地盤における）内空変位を関係づけるという意味）として、切羽そして周辺地盤の荷重負担分を応力解放率で表現しているに過ぎない。内空表面における応力解放は、まさに仮想的なものであるため、本文で示した結果は切羽からの距離を意識しながら整理し直すことが必要であろう。さらに、実施工では半径方向応力ではなく、壁面付近で計測される変位の周方向成分に注目して空洞安定性の検討が進められる。本論に記述した内容が、空洞周辺地盤の支保能力に対する議論の一つとなり、そして、実務に貢献するものとなるように研究内容の向上を図る予定である。

る。

参考文献

- 1) 国立研究開発法人土木研究所：福岡市地下鉄七隈線延伸工事現場における道路陥没事故に関する検討委員会報告書，<https://www.pwri.go.jp/jpn/kentou-iinkai/pdf/houkokusyo.pdf>, 2017.（2019年10月31日参照）
- 2) Bhalla, S., Yang, Y.W., Zhao, J. & Soh, C.K.: Structural health monitoring of underground facilities – Technological issues and challenges, *Tunnelling and Underground Space Technology*, 20, pp.487–500, 2005.
- 3) Terzaghi, K., *Theoretical Soil Mechanics*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1943.
- 4) 土木学会：トンネル標準示方書，〔共通編〕・同解説／〔シールド工法編〕・同解説，pp.52-55, 2016.
- 5) Rabcewicz, L.V.: Stability of tunnels under rock load (Part I), *Water Power*, 226 p., June 1969.
- 6) 土木学会：トンネル標準示方書，〔共通編〕・同解説／〔山岳工法編〕・同解説，pp.73-75, 2016.
- 7) Carranza-Torre C. & Reich T.: Analytical and numerical study of the stability of shallow underground circular openings in cohesive ground, *Engineering Geology*, 226, pp.70–92, 2017.
- 8) Khezri, N., Mohamad, H., Hassani, M. & Fatahi, B.: The stability of shallow circular tunnels in soil considering variations in cohesion with depth, *Tunnelling and Underground Space Technology*, 49, pp.230–240, 2015.
- 9) 土木学会：トンネル工学ライブラリー第24号，実務者のための山岳トンネルにおける地表面沈下の予測評価と合理的対策工の選定，132p., 2012.
- 10) 木山英郎・藤村 尚：地下浅所のトンネル掘削に伴う地表面沈下の弾性解析，*土質工学会論文報告集*, Vol.22, No.3, pp.161-169, 1982.
- 11) 日本材料学会岩石力学委員会編：岩の力学 基礎から応用まで，丸善，pp.601-609, 1993.