

NMM-DDAを用いた 石垣模型振動台実験の再現解析

末岡知紘^{1*}・橋本涼太¹・菊本統²・神谷圭介³・Adrian RUSSELL⁴

¹広島大学大学院 工学研究科社会基盤環境工学専攻 (〒739-8527 広島県東広島市鏡山1-4-1)

²横浜国立大学大学院 都市イノベーション研究院 (〒240-8501 神奈川県横浜市保土ヶ谷常盤台79-1)

³株式会社三菱地所設計 (〒100-0005 東京都千代田区丸の内2-5-1)

⁴School of Civil and Environmental Engrg, University of New South Wales (Sydney, NSW 2052, Australia)

*Email: m182558@hiroshima-u.ac.jp

近年、地震による城郭石垣の崩壊事例が多数発生しており、崩壊機構の解明と合理的な修復方法の提案は急務になっている。そこで、数値解析による安定性評価が進められているが、石垣は石材間の不連続性と地盤材料の非線形性に起因して複雑な挙動を呈する構造物であるため、石垣の地震時挙動は必ずしも評価できていない。本研究では、石垣模型の振動台実験を実施するとともに、石垣の地震時挙動を精緻に再現する手法として離散体と連続体の強連成解析法であるマニフォールド法—不連続変形法連成解析(NMM-DDA)により模型実験をシミュレートし、両者の結果により解析の適用性を検証した。

Key Words : masonry wall, shaking table test, NMM-DDA, seismic analysis

1. 研究の背景と目的

国内各地には城郭石垣が点在しており、その歴史的な価値や築造技術、美的景観の観点から文化財・観光資源として保存・活用が進められている。しかし、2016年熊本地震をはじめとして近年、地震による城郭石垣の崩壊事例が多発しており、崩壊メカニズムの解明と合理的な修復方法の提案が求められている¹⁾。石垣は石材の寸法や勾配、高さなど様々な構造変数を持つため、動的特性はパラメトリックな数値解析により検討することが効果的であるが、用いる解析手法は石垣背面の地盤の非線形な変形特性と、石材間、石材—地盤間のずれ、剥離といった不連続性を考慮できることが必須である。

これまで石垣の地震応答解析には、しばしば粒状要素を用いた個別要素法^{2,3)}が用いられてきた。しかし、同手法は石材の離散的挙動を表現できる一方で、背面地盤の応力ひずみ特性を必ずしも再現できていなかった。これに対して、筆者ら⁴⁾は不連続性岩盤解析手法であるマニフォールド法—不連続変形法連成解析(NMM-DDA)⁵⁾を高精度化して地盤—石積建造物系の強連成解析を実現している。NMM-DDAとはともに離散体の接触解析手法であるマニフォールド法(NMM: Numerical Manifold Method)⁶⁾と不連続変形法(DDA: Discontinuous Deformation Analysis)⁷⁾を組み合わせた数値解析手法であり、有限要

素法(FEM: Finite Element Method)と同様に連続体の変形を表現できるNMMと落石等回転を伴う大変形を扱えるDDAの間の接触を定義することで両者の同時解析が可能である。筆者ら³⁾は同手法に弾塑性構成則を導入し、NMMで地盤を、DDAで石材をモデル化することで石積建造物の安定問題へと適用している。ただし、これまで同手法の適用例は石積建造物の準静的な安定問題に限られており、地震応答解析などの動的問題に対する妥当性の検証例は未だない。そこで、本研究では石垣の地震時応答解析手法の確立を目的として、簡易な石積—地盤の複合模型の振動台実験を行い、NMM-DDAを用いてその再現解析を実施することで適用性を検証する。



図-1 熊本地震後の熊本城戊亥櫓の石垣 (筆者が撮影)

2. NMM-DDAの概要

NMM-DDAでは、任意の数の連続体からなる系を対象として相互接触を含む運動・変形を解く。対象の連続体はNMM、またはDDAでモデル化し（図-2）、各物体の運動方程式の弱形式を接触部（図中の Γ_{jk} ）の非貫入条件と釣合い条件を制約条件として空間・時間離散化し解くことで系全体の運動・変形を時間刻みごとに計算する。

NMMとDDAで弱形式の空間離散化は、変位変数と変位場の近似式が異なる。DDAでは一つの連続体を単一の多角形ブロック（要素）でモデル化し、重心の剛体変位と重心まわりの回転量、ひずみを変数として、ブロック内部の応力やひずみは一様と仮定して変位場を近似する。一方、NMMでは図-2のように物理領域から独立した数学メッシュの節点変位を変数として、補間関数により変位場を表現する。これにより、両者を連成した同時解析によりNMM-DDAは地盤の変形と石材の回転を伴う崩落を同時に考慮した相互作用解析を実現できる。

なお、本研究では地盤をモデル化するNMM要素として4節点四角形アイソパラメトリック要素を使用するが、この際、地盤の弾塑性構成則の使用による体積ロッキングの発生を防ぐため、拡張ひずみ仮定法⁹⁾に基づく要素を導入した。また、NMM-DDAでは物体間の接触条件を満足させるため接触面の法線・接線各方向に剛なばねを挿入するペナルティ法を用いているが、接触面の摩擦強度を正確な評価のために摩擦構成則のリターン・マッピング法¹⁰⁾と滑動開始時の静止摩擦係数から動摩擦係数への移行アルゴリズムが導入されており、材料間の摩擦力を精緻に反映できる^{11), 12)}。なお、非線形方程式の反復解法としてNewton-Raphson法も合わせて実装されている。

3. 石垣模型振動台実験

NMM-DDAの石垣の地震応答解析への適用性検証のため、石垣模型の1g場の振動台実験を行った。本実験で用いた石垣模型の概要図を図-3に示す。模型は均一な幅だけずらして積まれた五段の石材と背面地盤で構成される。最下段の石材は土槽壁面に接し固定されている。実際の城郭石垣は石垣表面を揃えて勾配をもたせて積まれており、また、石材背面に栗石と呼ばれる礫材が存在するが、本研究では数値解析法の検証に重点を置いたシンプルな構造とした。背面地盤には含水比 $w_c=4.31\%$ 、比重 $G_s=2.65$ 、50%粒径 $D_{50}=0.31\text{ mm}$ のシドニー砂を用い、石材は一つあたり12.33 kg、平均密度が 3.076 g/cm^3 の中空のコンクリートブロックで代用した。一面せん断試験から求めたシドニー砂の粘着力は $c=4.09\text{ kPa}$ 、内部摩擦角は $\phi=33.7^\circ$ であった。石材間および石材と地盤間の静止摩擦角 ϕ_s と動摩擦角 ϕ_d はコンクリートブロックあるいは平坦に仕上げた土層の上にコンクリートブロックを設置し、上載荷重を変えながらばね計を用いて水平方向に等速度で滑動させて求め、石材間は $\phi_s=33.5^\circ$ 、 $\phi_d=29.6^\circ$ 、石材と地盤間は $\phi_s=31.0^\circ$ 、 $\phi_d=31.0^\circ$ を得た。石材と背面地盤

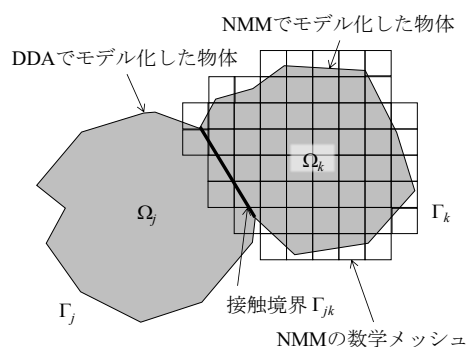


図-2 NMM-DDAにおけるモデル化の概念図

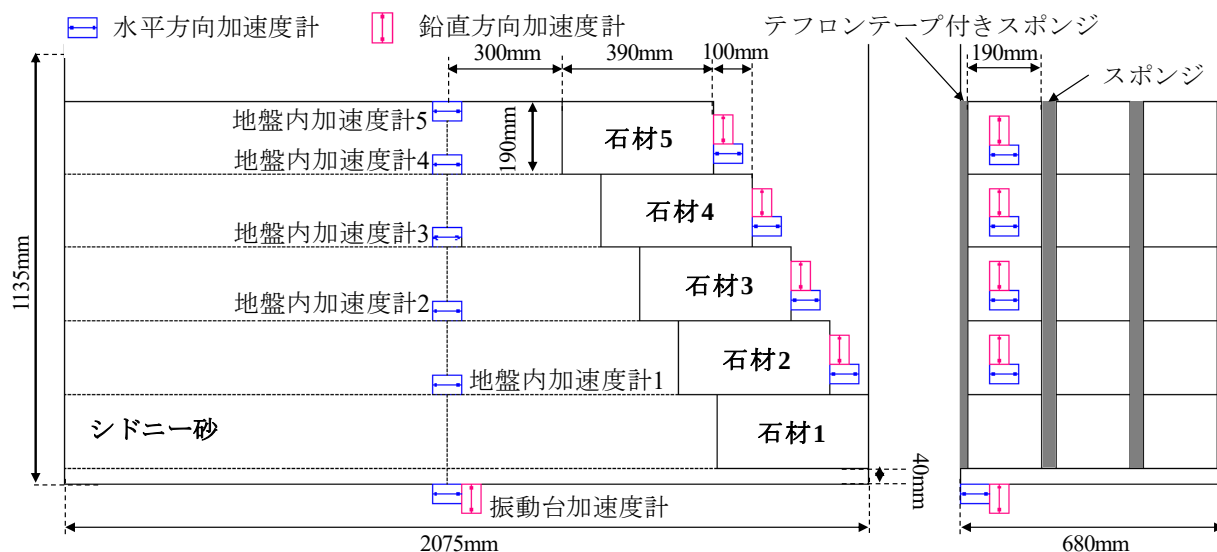


図-3 石垣模型の概要図（左図が横断面図、右図が前面）

の挙動を観察するため背面地盤に計5個の水平方向加速度計と滑動が想定される下から二段目から五段目の石材と振動台にそれぞれ水平・鉛直方向の加速度計を取り付けた。また、各石材の変位は実験時に撮影した動画を解析することにより算出した。

振動台にはニューサウスウェールズ大学（オーストラリア）で開発された水平鉛直2軸振動台（最大水平加速度0.83G，最大鉛直加速度0.58G）を用いた。図-4に本実験で用いた入力加速度（振動台に設置した加速度計の計測波形）を示す。ここでは水平方向にのみ周波数は4 Hzで、振幅を0から20秒にかけて706.3 galまでテーパを付けて増加させ、その後20秒間最大加速度で加振した。なお、20秒付近から大きな鉛直成分が生じているのは模型の変形過程での石材と土槽の衝突によるものである。

図-5に石材の振動台に対する相対水平変位量の推移を示す。下から二段目の石材が滑り出すことで上段の石材も滑動していることがわかる。なお、石材側面に貼付した加速度計を破損防止のため緩衝材で保護していることから、緩衝材が土槽壁面に接触した時点で石材2と3の水平変位の増加が止まっている。

ここで、図-6の加振後の下から二段目の石材が停止した時刻での石垣模型の様子を見ると、背面地盤が主働破壊し、石材が石垣前面に滑動していることがわかる。また、地盤上部に引張亀裂が生じており、これはシドニー砂の粘着力に起因して自立し生じたものであると考えられる。それを踏まえて背面地盤に発生したすべり線を考えると、すべり線は直線と仮定し引張亀裂から下から二段目の石材に沿って図-7のように推定できる。このことは図-8の地盤内加速度計3と5で観測された水平応答加速度の時刻歴から、加速度計5では地盤のすべりにより加速度計が動くことで応答加速度が乱れているが、すべり線より下に設置した加速度計3は応答加速度が乱れていないことから確認できた。

以上の結果を踏まえ、次章では土層内のすべり線の位置や下から二段目の石材の滑動開始時刻、背面地盤の水平応答加速度に着目しNMM-DDAの妥当性を検討する。

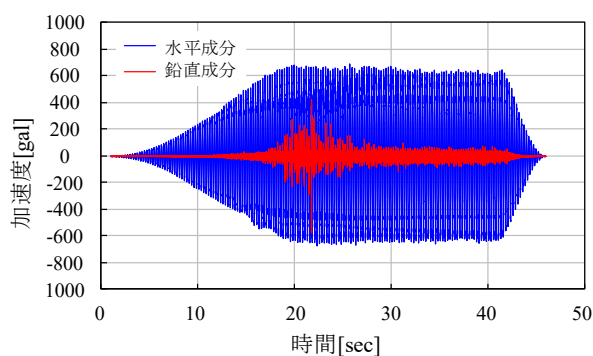


図-4 入力加速度

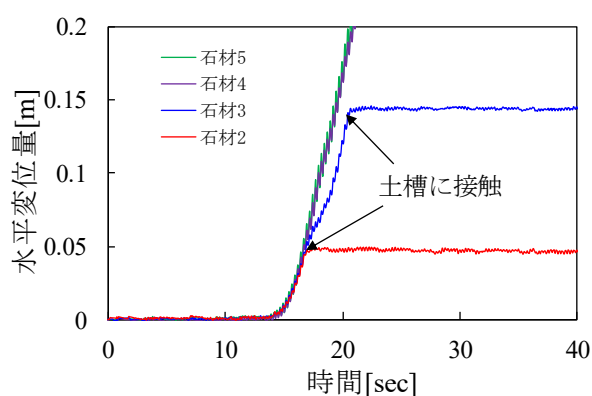


図-5 石材の相対水平変位量

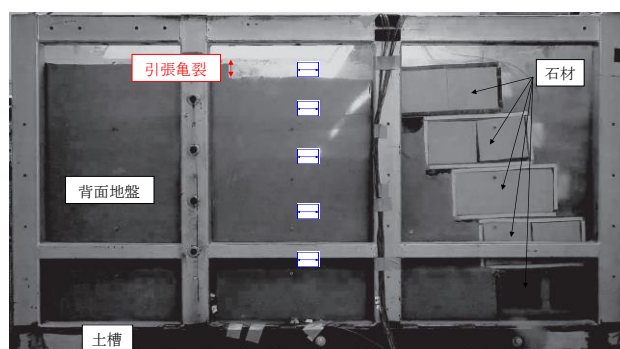


図-6 石垣模型の様子（加振17秒後）

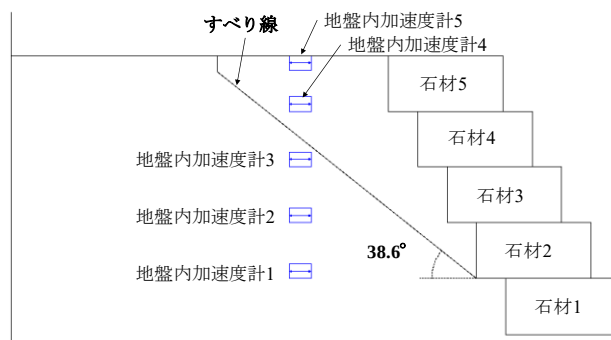


図-7 推定されるすべり線の位置

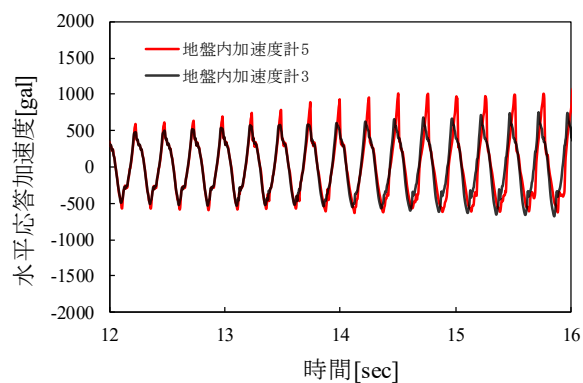


図-8 背面地盤で観測された水平応答加速度

4. 石垣模型振動台実験の再現解析

(1) 解析条件

ここでは、NMM-DDAの石垣の地震応答解析への適用性の検証を目的として、石垣模型振動台実験の再現解析を行った。本解析では図-9に示す石垣モデルを対象として、振動台に加速度を与え加振する。モデルは実験模型と同寸法で、2章で述べたように地盤をNMM、石材をDDAでモデル化して地盤と石積構造を同時に解析する。なお、本モデルでは土槽もDDAでモデル化している。

石材および背面地盤の解析用物性値は表-1に示す。石材は弾性体、背面地盤はDrucker-Pragerの破壊規準を用いた弾完全塑性体とした。地盤の強度定数は先述の通り一面せん断試験で決定した。また、表-2に不連続面の解析用物性値を示す。石材-地盤間の摩擦角には先述のバネばかりを用いたせん断試験結果を用いたが、石材間の摩擦角は動的な条件での摩擦特性をより適切に入力するため、上段と振動台に固定された下段の二つの石材で構成された単一石材の振動台実験（図-10）と再現解析を別途実施し決定した。具体的には加振中の上段石材の滑動

開始時刻と滑動量を測定し、それらを再現可能な ϕ と ϕ_i を逆解析的に求めた。

振動解析に先立って自重解析により初期応力を決定した。自重解析は模型作成過程を考慮して一段ごとに石材と地盤に自重を漸増载荷し、応力分布が収束したときの応力状態を引き継いで次の段の自重を载荷する、という手順を五段階まで繰り返した。

表-1 石垣の物性値

		石材	地盤
単位体積重量 γ	[kN/m ³]	8.6	14.8
弾性係数 E	[GPa]	10.0	0.1
ポアソン比 ν		0.2	0.3
内部摩擦角 ϕ	[°]	N/A	33.7
ダイレイタンシー角 ψ	[°]	N/A	33.7
粘着力 c	[kPa]	N/A	4.09

表-2 不連続面の物性値

		石材間	石材-地盤間
静止摩擦角 ϕ	[°]	37.0	31.0
静止摩擦角 ϕ_i	[°]	27.5	31.0
法線ペナルティ係数	[GN/m]	1.0	1.0
接線ペナルティ係数	[MN/m]	100.0	100.0

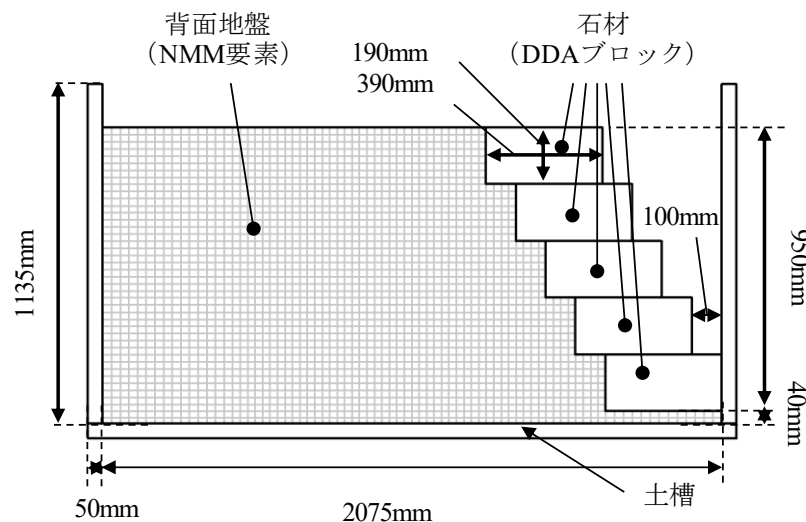


図-9 石垣模型の解析モデル

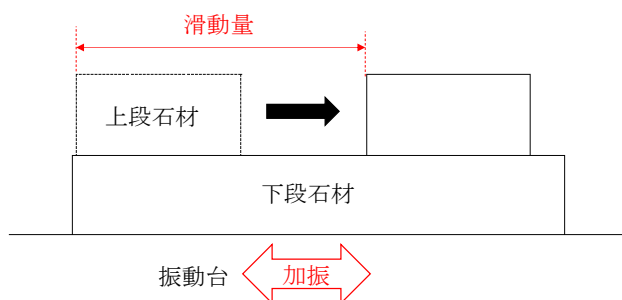


図-10 単一石材の振動台実験

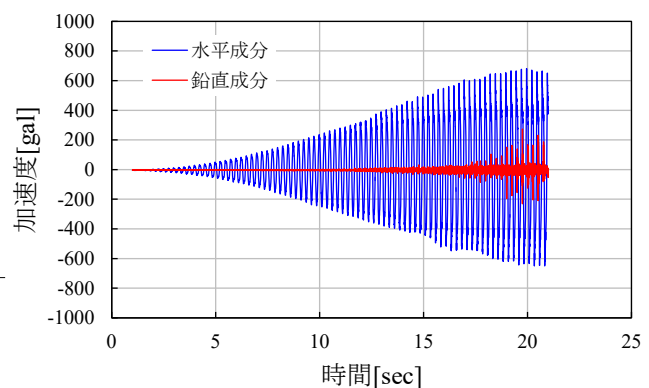


図-11 再現解析での入力加速度

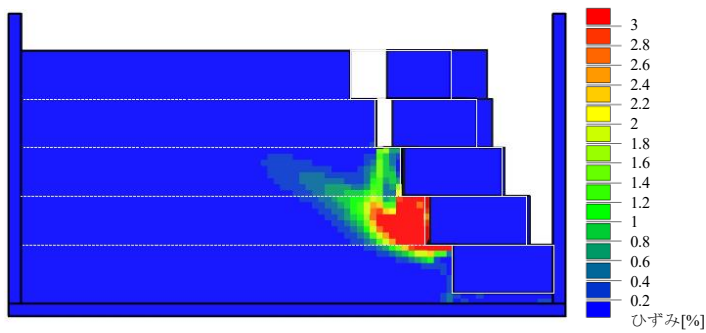


図-12 最終状態における偏差ひずみ分布図

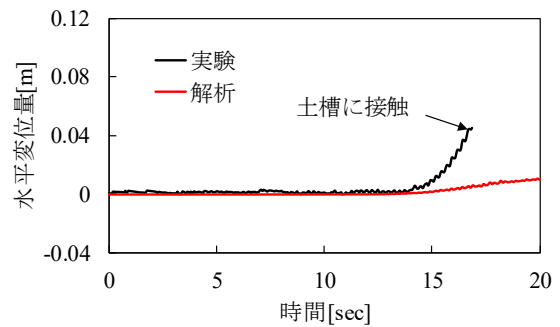


図-13 下から二段目の石材の相対水平変位量

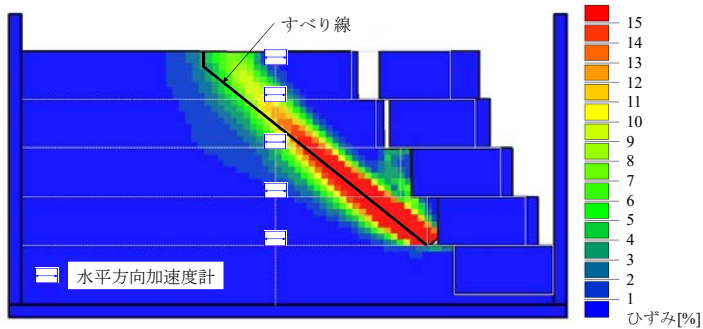


図-14 加振17.0秒後の偏差ひずみ分布図 ($c=1.9 \text{ kPa}$)

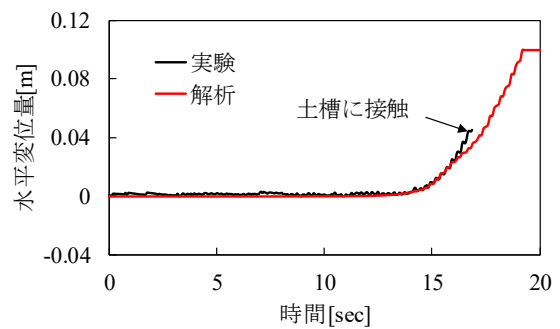


図-15 下から二段目の石材の相対水平変位量 ($c=1.9 \text{ kPa}$)

振動解析の入力加速度には模型実験時に振動台に取り付けた加速度計で観測された加速度を用い、石材3が土槽に衝突して停止するまでの20秒間を対象とした(図-11)。なお、振動解析では解析を開始して1秒間モデルを静置させ物体間の接触状態を落ち着かせた後に、土槽ごと加振した。

(2) 解析結果

解析結果より得られた最終状態における偏差ひずみ分布図を図-12に示す。下から二段目の石材周辺のみ変形が集中しており、背面地盤の主働破壊には至らなかった。また、図-13の下から二段目の石材の相対水平変位量を見ても石材がほとんど滑動しなかったことがわかる。これは、模型地盤の拘束圧 ($\leq 15 \text{ kPa}$) に対し一面せん断試験の拘束圧 ($20\sim 90 \text{ kPa}$) が大きく強度が過大評価されたことで背面地盤が自立したと考えられる。そこで、影響が大きいと考えられる粘着力をパラメトリックに変化させて再現解析を実施し、実験結果との比較により $c=1.9 \text{ kPa}$ と決定した。

粘着力を $c=1.9 \text{ kPa}$ に再設定したケースから得られた偏差ひずみ分布図を図-14に示す。 $c=4.09 \text{ kPa}$ のケースと比較すると、下から二段目の石材から沿って背面地盤上部まで破壊が見られ、実験で見られたすべり線と照らし合わせると、破壊形態が概ね一致していることが確認できる。また、図-15に示す下から二段目の石材の相対水平変位量の時刻歴から、石材の滑動開始のタイミングもほ

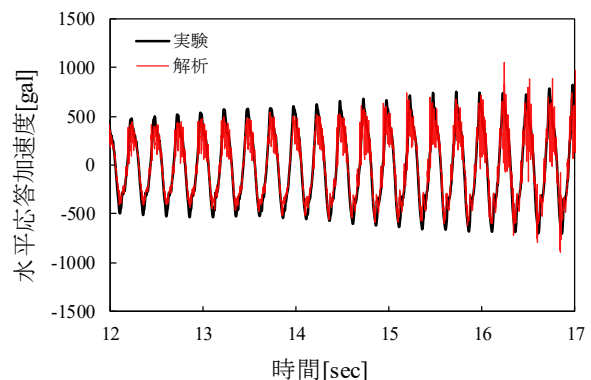


図-16 地盤内加速度計3の水平応答加速度 ($c=1.9 \text{ kPa}$)

ぼ一致していることがわかる。次に、図-16に示す実験と解析から得られた背面地盤で計測された水平応答加速度の時刻歴を見ると、地盤内加速度計3で観測された水平応答加速度はほぼ一致していることが確認できた。

以上より、適切な強度定数を用いて解析を行うことで、NMM-DDAは石材と地盤両者の挙動を精度良く表現することができ、実験結果を定性・定量的に再現できた。

5. 結論

本研究では、城郭石垣を対象とした動的応答解析手法の確立を目的として、石垣模型の振動台実験とNMM-

DDAを用いたその再現解析を行った。その結果、適切な材料定数を使用することで模型実験時の石材および地盤内部の挙動を定量的に再現することができ、NMM-DDAの石垣の地震時安定性評価手法としての適用性を示すことができた。

ただし、先述の通り今回実施した模型実験および振動解析では構造条件を非常にシンプルにした石垣モデルを対象とし、入力加速度も水平方向のみの正弦波であった。今後は石材の段数や勾配といった石材の積み方を変えたり、熊本地震をはじめとする過去の観測波や上下動の影響を考慮した地震動を入力するなど様々な構造条件、外力条件に関するパラメトリック・スタディを実施することにより、城郭石垣の力学特性を検討し崩壊要因の解明を図る。

参考文献

- 1) 小山倫史, 菊本統, 橋本涼太, 桑島流音: 平成 28 年 (2016 年) 熊本地震における熊本城の城郭石垣の被害調査およびその分析, 社会安全学研究, No. 7, pp.87-94, 2017.
- 2) 野間康隆, 山本浩之, 西村毅, 笠博義, 西形達明, 西田一彦: 城郭石垣の地震時変形予測と安定性評価に関する研究, 土木学会論文集 C, Vol. 69, No. 4, pp. 444-456, 2013.
- 3) Fukumoto, Y., Yoshida, J., Sakaguchi, H. and Murakami, A.: The effects of block shape on the seismic behavior of dry-stone masonry retaining walls: a numerical investigation by discrete element modeling, *Soils Found.*, Vol. 54, No. 6, pp. 1117-1126, 2014.
- 4) Hashimoto, R., Kikumoto, M., Koyama, T. and Mimura, M.: Method of deformation analysis for composite structures of soils and masonry stones, *Comput. Geotech.*, Vol. 82, pp. 67-84, 2017.
- 5) Miki, S., Sasaki, T., Nishiyama, S. and Ohnishi, Y.: Development of coupled discontinuous deformation analysis and numerical manifold method, *Int. J. Comput. Method*, Vol. 7, No. 1, pp. 1-20, 2010.
- 6) Shi, G. H. and Goodman, R. E.: Generalization of discontinuous deformation analysis for forward modelling, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol. 13, pp. 359-380, 1989.
- 7) Shi, G. H.: Manifold method of material analysis, *Trans. 9th Army Conf. on Applied Mathematics and Computing*, Report No. 92-1, U.S. Army Research Office, 1991.
- 8) Simo, J. C. and Rifai, M. S.: A class of mixed assumed strain methods and the method of incompatible modes, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 29, pp. 1595-1638, 1990.
- 9) De Borst, R. and Groen, E.: Some observations on element performance in isochoric and dilatant plastic flow, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 38, pp. 2887-2906, 1995.
- 10) Wriggers, P.: *Computational Contact Mechanics (Second Edition)*, Springer, 2006.
- 11) 橋本涼太, 菊本統, 小山倫史: 摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムを導入した不連続変形法 (DDA) の開発, 土木学会論文集 C (地圏工学), Vol. 75, No. 3, pp. 336-348, 2019.
- 12) 末岡知紘, 橋本涼太, 岩田直樹, 清田亮二, 高橋裕徳: 動摩擦を考慮した完全陰解法 DDA による岩盤斜面振動台実験の再現解析, 第 46 回岩盤力学に関するシンポジウム講演集, pp. 55-60, 2019.

SIMULATION OF SHAKING TABLE TEST OF MASONRY WALL BY NMM-DDA

Tomohiro SUEOKA, Ryota HASHIMOTO, Mamoru KIKUMOTO, Keisuke KAMIYA
and Adrian RUSSELL

For the investigations on the effective seismic reinforcement method of the masonry walls, a stability evaluation method to reveal the collapse mechanisms of the masonry walls are strongly demanded now. In this study, coupled Numerical Manifold Method and Discontinuous Deformation Analysis (NMM-DDA) that can treat the mechanical interaction among the materials such as the stones and the ground was focused on. To establish the numerical method for the masonry walls, a shaking table test of the masonry wall model was simulated using the NMM-DDA. The simulated results agreed quantitatively well with the experiment when a proper material properties were used, and the validity of the NMM-DDA was successfully confirmed.