鉱物分布・組成を考慮した数値解析モデル による花崗岩の引張破壊挙動の予測

伊澤 正悟1*・緒方 奨1・安原 英明2・木下 尚樹2・岸田 潔1

¹京都大学大学院 工学研究科都市社会工学専攻(〒615-8540京都府京都市西京区京都大学桂4) ²愛媛大学大学院 理工学研究科生産環境工学専攻(〒790-8577愛媛県松山市文京町3番) *E-mail: izawa.shogo.37r@st.kyoto-u.ac.jp

本研究では、岩石の不均質性として鉱物分布・組成を考慮し、き裂発生・進展を伴う岩石の破壊挙動を モデル化する手法を提案した.また、提案手法の妥当性の検証および力学物性値の測定を目的として、花 崗岩供試体の一軸圧縮試験と圧裂引張試験を実施した.そして、提案手法を用いて作成した解析モデルに よって圧裂引張試験の再現解析を実施し、妥当性および性能の検証を行った.鉱物分布・組成をそれぞれ 考慮して作成した二つの数値解析モデルによって、応力一ひずみ曲線およびき裂発生・進展挙動について 圧裂引張試験の結果を精度良く再現することができ、提案手法の妥当性を確認できた.

Key Words : mineral distribution and composition, Brazilian test, tensile strength, fracture evolution

1. 序論

高レベル放射性廃棄物の地層処分場等の地下空間利用 施設建設時に空洞掘削を行う場合,空洞周辺に生じた局 所的な引張応力により岩盤中にき裂が発生・進展する可 能性がある.また,花崗岩等の高い圧縮強度を有する硬 岩中のき裂発生・進展の多くが引張破壊によって生じる という報告がある^{1,2}.したがって,地下空洞の安定性 評価にあたり,引張応力場での岩石のき裂発生・進展挙 動及び強度を精緻に予測可能な数値解析手法の構築が求 められている.

岩石のき裂発生・進展挙動及び強度を予測する上で課題となるのが、岩石の不均質性の考慮である。一般的に 岩石は鉱物分布・組成のばらつきや微小空隙等を有する 不均質な材料であり、これらは岩石の力学物性や破壊挙 動に支配的影響を与えることが報告されている^{3,5}.こ の問題に対し、種々の手法で岩石の不均質性を考慮した き裂発生・進展解析が実施されてきたが^{0,8}、引張応力 場での岩石のき裂発生・進展挙動及び強度をともに精緻 に再現した事例はほぼ皆無である。

例えば、Tang et al.⁹によって開発された損傷モデルを 用いた岩石のき裂発生・進展解析コードRFPAは、 Weibull分布を仮定し力学物性の不均質性を統計的に表現 しているが、Weibull分布の設定に必要な複数のパラメー タ(物性分布の指標値、分布の不均質係数)の値を実験 的に得ることは困難であり、実際の岩石の強度や剛性を 精度よく予測することはできていない^{0,7}.また、 Mahabadi et al.⁹は、鉱物分布に基づき力学物性の不均質性 を考慮した上で、有限個別要素法(FDEM:Finite-Discrete Element Method)を用いたき裂発生・進展解析により、 花崗岩供試体を用いた圧裂引張試験のき裂形状を再現す ることに成功しているが、引張強さの再現はできていない.

本研究では、対象とする岩石の鉱物分布・組成に立脚 して力学物性の不均質性を考慮し、岩石の引張応力場で のき裂発生・進展挙動及び強度をともに精度よく予測可 能な数値解析モデルを提案する.また、提案したモデル を用いて花崗岩を対象とした圧裂引張試験の再現解析を 行い、モデルの妥当性を検証する.

2. 実験の概要および結果

(1) 実験概要

本研究では花崗岩の圧裂引張強さと物性値の測定,き 裂発生・進展挙動の観察を目的として,圧裂による岩石 の引張強さ試験⁹の手順に準拠して圧裂引張試験を実施 した.花崗岩ブロックより直径50mm×奥行き50mmの直 円柱形供試体3本を作成し,3本の供試体をBr-1, Br-2, Br-3 とした.ひずみの計測にあたり,各供試体の両断面中央 にひずみゲージを取り付けた.載荷速度は荷重制御により100 N/s とし,破壊までの応力-ひずみ関係を記録した.

(2) 実験結果と考察

表-1 に試験によって得られた圧裂引張強さを示す. 圧 裂引張強さは,破壊時点の荷重から式(1)を用いて算出した.

$$\sigma_t = \frac{2P}{\pi D_0 L_0} \times 10 \tag{1}$$

ここで、のは断面中央における引張応力 [MPa], P は荷重 [kN], Doは供試体の直径[cm], Loは供試体の長さ[cm]であ る. 図-1 に, 圧裂引張試験に用いた供試体断面の試験前 後の比較を示す. 図-1 (b)より, 供試体断面の中央にき裂 が発生していることが確認できる.

3. 解析モデル

(1) 応力解析

本モデルでは平面ひずみ状態を仮定し、以下の応力つ り合い式と弾性体理論を適用し、岩石内の応力・変形量 を算出する.

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{F}_{v} = 0 \tag{2}$$
$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{C} \boldsymbol{\varepsilon} \tag{3}$$

ここで、 F_{ν} は物体力 [N/m³]、 σ は応力テンソル [N/m²]、Cは弾性係数行列 [N/m²]、 ε はひずみテンソル [-]である.

(2) 損傷モデル

本解析では、等方性の損傷理論を用いて、き裂発生・ 進展挙動をモデル化する.損傷理論とは、き裂を連続体 の剛性低下によって記述する理論である.本解析では、 岩石内の応力分布をもとに、対象とする要素において引 張またはせん断による損傷が発生するかどうかを判定す る.具体的には、解析領域を代表要素体積(Representative Elementary Volume: REV)によって分割し、各 REV 内の各 主応力の平均値を求め、式(4)を用いて各 REV の損傷判 定を行う^{12,13)}.本研究では、引張応力を負、圧縮応力を 正とする.

$$\begin{cases} F_1 \equiv -\sigma_3 - f_{t0} = 0\\ F_2 \equiv \sigma_1 - \frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}\sigma_3 - f_{c0} = 0 \end{cases}$$
(4)

ここで、F1は引張損傷条件、F2はせん断損傷条件、のは **表-1** 圧裂試験結果

| | 圧裂引張強さ |
|------|----------|
| Br-1 | 6.21 MPa |
| Br-2 | 6.71 MPa |
| Br-3 | 5.52 MPa |
| 平均 | 6.15 MPa |



(a) 試験前(b) 試験後図-1 圧裂引張試験に用いた供試体(Br-1)





最大主応力 [Pa], σ は最小主応力 [Pa], f_0 は一軸引張強さ [Pa], f_0 は一軸圧縮強さ [Pa], θ は内部摩擦角 [$^{\circ}$]である. 等方性の損傷理論では、き裂の進展に伴って式(4)によ り損傷したと判定された REV の弾性係数 *E* は、以下の 式(5)を用いて減少していく⁷.

$$E = (1 - d)E_0 (5)$$

ここで、 たは損傷の無い状態の物体の弾性係数 [N/m²], dは損傷変数[-]である.損傷変数dは、 $0 \le d \le 1$ の値を とるスカラー変数であり、物体の損傷度合いを表す.損 傷がなければ 0、完全に破壊すれば 1 となる.すなわち、 完全に損傷したき裂部の REV の剛性は 0 として扱われ る.d>0をき裂発生とし、dは以下のようにひずみの値 を用いて定義される⁷.線形弾性則では、主応力 σ は主 ひずみと体積ひずみを用いて次式で表される.

$$\sigma_i = \frac{E}{1+\nu} \left[\varepsilon_i + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_\nu \right] \ (i = 1, 2, 3) \tag{6}$$

ここで、 ε_i (i=1,2,3)は最大、中間、最小主ひずみ、 ε_v (= $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$)は体積ひずみ[-]、 ν はポアソン比[-]である. この式(6)とモール・クーロンの破壊規準に基づき、損 傷変数dの算出に用いるひずみ ε_t 、 ε_c が次式(7),(8)で定義 される.

$$\varepsilon_{t} = \frac{1}{1+\nu} \Big[\varepsilon_{3} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{\nu} \Big]$$
(7)
$$\varepsilon_{c} = \frac{1}{1+\nu} \Big[\varepsilon_{1} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{\nu} \Big] - \frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} \frac{1}{1+\nu} \Big[\varepsilon_{3} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{\nu} \Big]$$
(8)

式(4)の破壊条件と図-2に示す構成則に従い,式(9)から損傷変数 d が計算される ⁷.

$$d = \begin{cases} 0 & F_1 < 0 \text{ and } F_2 < 0\\ 1 - \left|\frac{\varepsilon_{t0}}{\varepsilon_t}\right|^n & F_1 = 0 \text{ and } \Delta F_1 > 0\\ 1 - \left|\frac{\varepsilon_{c0}}{\varepsilon_t}\right|^n & F_2 = 0 \text{ and } \Delta F_2 > 0 \end{cases}$$
(9)

ここで、 ε_{t0} は限界引張ひずみ [-]、 ε_{c0} は限界圧縮ひずみ [-]、nは定数 [-]である.本研究では損傷理論を用いた既 往研究[¬]を参照し、n=2とする.式(9)中の、 $F_1=0$ and $\Delta F_1>0$ は、岩石内の応力状態が引張損傷条件を満たし、 かつ負荷状態にある場合、引張破壊が生じるという条件 を示している. $F_2=0$ and $\Delta F_2>0$ についても同様に、岩石 内の応力状態がせん断損傷条件を満たし、かつ負荷状態 にある場合、せん断破壊が生じるという条件を示す.ま た、本研究では、一度生じた損傷は回復しないものとし ている.

(3) 不均質性のモデル化

本研究では、岩石に不均質性を与える要因として鉱物 組成および分布に着目した.モデル化にあたり、断面全 体の鉱物分布をそのまま反映する手法と、観察によって 得られた各鉱物の含有割合にしたがい、鉱物をランダム に配列させる手法の二つを提案する.

まず、断面全体の鉱物分布をそのまま反映する手法に ついて述べる.この手法においては、解析対象となる岩 石供試体の断面を撮影した画像を用いる(図-1 (a)).本研 究で用いた花崗岩について、構成する主要な鉱物の分布 は色によって識別が可能であるという報告がある⁴.し かしながら、撮影した画像では花崗岩の構成鉱物(石英、 長石、黒雲母)の3種の鉱物同士の境界が不明瞭である ことから、その画像を分析、加工して鉱物分布を特定し、 境界を明確化したのちに二次元モデルとして取り込む. 本研究では、Br-1の断面をモデル化した.具体的な方法



図-3 鉱物分布・組成を考慮した二次元断面モデル

を以下に示す.

- 1) 圧裂引張試験に用いた花崗岩供試体の断面の画像 (図-1(a))を画像編集ソフトに取り込む.
- 花崗岩の主な構成鉱物である石英,長石,黒雲母の境界を検出,各鉱物の分布を明確化する.
- 境界を明確化した二次元断面モデルに各鉱物の力 学物性を割り当て、き裂発生・進展解析を行う.

本研究ではこの手法を<u>Modeling</u> based on <u>Mineral</u> <u>Distribution</u> method: MMD 法とし,作成したモデルを MMD モデル(図-3(a))とした.

つぎに、観察によって得られた各鉱物の含有割合に従 って鉱物をランダムに配列させる手法について説明する. 空洞掘削解析などの実環境スケールでの数値解析に上記 の MMD 法を適用する場合,解析対象領域全体の鉱物分 布を正確に測定することは困難である上に、モデル作成 に要する時間も膨大となることが予想され、実環境スケ ールへの MMD 法の適用は現実的ではない. したがって, 本研究では、実環境スケールへの適用を念頭に置き、よ り簡便に岩石の不均質性を考慮する手法を提案する.具 体的には、解析対象となる岩石の構成鉱物の含有割合を 用いて解析モデルを作成する手法を提案する. 本研究で は、上記に示した MMD 法において明確化した各鉱物の 面積の比率による含有割合(石英: 29.2%,長石: 66.6%, 雲母: 4.2%) を用いた. また, 薄膜による観察 から、今回用いた花崗岩の鉱物粒子径の平均を1mmと |算出した. これらを踏まえ, 円形断面を上記の鉱物粒子 径に対応した1mm四方の正方形グリッドに分割した後, 各グリッドに対しモデル中の各鉱物の割合が既定の鉱物 組成と一致するように各鉱物を配置し、圧裂引張試験に おける円形断面のモデルを作成した. 鉱物の配置の際に は鉱物分布の不均質性を考慮し、乱数を発生させ、それ に基づいてランダムに行った.本研究では、上記モデリ ング手法を Modeling based on Mineral Composition method: MMC 法とし、この手法を用いて作成したモデルを

MMC モデル(図-3 (b))とした.本手法は,鉱物をランダ ムに配置させる性質上,モンテカルロシミュレーション の適用が望ましいが,本研究ではあくまで図-3 (b)に示 した 1 ケースのみの解析を実施した.また,藤井ら %に より,花崗岩における引張割れ目について,そのほとん どが鉱物粒子内を通ることが報告されている.したがっ て本解析モデルでは鉱物境界での剥離や滑りを考慮して いない.

(4) 解析条件

本研究では、実施した圧裂引張試験の再現解析を行う ことにより、提案手法の妥当性を検証する. 解析には、 上記提案手法によって作成したMMDモデルとMMCモデ ルを用いた.解析ジオメトリと境界条件を図-4 (a)に示 す. 解析手法には有限要素法を用い、解析ソフトウェア はCOMSOL Multiphisycsを使用した. 圧裂引張試験におい て、加圧板と供試体の間に生じる載荷面について、本解 析では幅を8.9 mmと設定した. また, 大久保ら²⁰によっ て、圧裂引張解試験は載荷速度に対する依存性が低いこ とが報告されていることから、実験と数値解析における 載加速度が異なっていても概ね一致した結果が得られる と考えられる. したがって計算速度との兼ね合いから, 解析領域の上端に加える1ステップあたりの変位vsを 0.002 mmと設定した. 解析領域下端はローラー条件とし た. 一般的に損傷理論では、要素サイズが小さい程、微 視的なき裂発生・進展を表現出来、より精緻にき裂形状 を計算可能であることが報告されている". これをふま え、本解析では、全要素数25134の十分に小さいサイズ の三角形メッシュを用いた(図-8 (b)).解析に用いたパラ メータを表-2に示す.ここで、花崗岩のポアソン比は本 研究で実施した一軸圧縮試験で得られた結果を用い花崗 岩の内部摩擦角、各鉱物の初期弾性率、引張強さは既往 実験15,10に基づき設定した.なお、黒雲母の一軸引張強 さについては,既往の実験的研究より信頼できる実験結 果が報告されておらず、本研究では、Mahabadi et al.⁸によ る解析的研究を参照し、長石の一軸引張強さの0.7倍の 値を設定した.また、各鉱物の一軸圧縮強さに関しても 既往の実験的研究による報告がされておらず、次式(10)、 (11)に示すGriffithの破壊規準を用いて算定した.

| $\sigma_1 = f_{t0}$ | $3\sigma_1 + \sigma_3 \ge 0$ (10) |
|--|-----------------------------------|
| $(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + 8f_{t0}(\sigma_1 + \sigma_3) = 0$ | $3\sigma_1 + \sigma_3 < 0$ (11) |

上式(11)に の=0 を代入し,各鉱物の一軸圧縮強度は一軸 引張強さの8倍と設定した.



表-2解析パラメータ ¹⁵⁻¹⁷⁾

| パラメータ | 石英 | 長石 | 黒雲母 |
|----------------------------|------|------|------|
| ヤング率 E_0 [GPa] | 76.9 | 39.6 | 33.9 |
| 一軸引張強さ <i>f</i> [[MPa] | 10.3 | 10.5 | 7.3 |
| 一軸圧縮強さf _@ [MPa] | 82.5 | 83.6 | 58.6 |
| 内部摩擦角 θ [°] | 50 | 50 | 50 |
| ポアソン比v[-] | 0.19 | 0.19 | 0.19 |



表-3 圧裂引張強さの比較(解析値と実験値)

| | 圧裂引張強さ |
|------------|----------|
| 実験値 (Br-1) | 6.21 MPa |
| 解析值 (MMD) | 5.62 MPa |
| 解析值 (MMC) | 6.35 MPa |

4. 解析結果と考察

まず,実験(Br-1)より得られた荷重-変位曲線と,MMD, MMC 両解析モデルによって得られた解析値との比較を 図-5 に示す.図より,解析結果は実験結果と概ね一致し ており,MMD,MMC 共に圧裂引張試験時の岩石の破壊 点までの力学的応答を再現できていることが確認できる. つぎに,実験によって得られた花崗岩の圧裂引張強さと,



図-7MMCモデルによるき裂発生・進展挙動



図-8実験と数値解析によって得られたき裂形状の比較

解析によって得られた圧裂引張強さの比較を表3 に示す. 本解析モデルにおける圧裂引張強さは、き裂発生時の荷 重の値から式(1)を用いて算出した.表より、MMD, MMC 両モデル共に圧裂引張試験時の岩石の強度を概ね 再現できていることが確認できる.つぎに、き裂発生・ 進展挙動(損傷変数 d の分布の進展)を図-6,7 に示す. 図-6,7 では、 $-1 \le d < 0$ の赤〜黒色の領域が引張によ る損傷領域を表している.図-6,7 および図-8 に示す実験 によって観察されたき裂形状との比較から、MMD, MMC モデルともに供試体中央に発生する引張破壊によ るき裂を概ね再現できていることが確認できる.図-8 よ り、MMD モデルは供試体 Br-1 の実際の鉱物分布を直接 反映しているため、MMC モデルと比較して実験結果の き裂形状をより忠実に再現できている.したがって、同 じ鉱物組成であっても分布の違いによってき裂進展・発 生挙動に違いが見られるということが示された.また, MMD, MMC モデル共に実験において観察された上下両 端部におけるき裂発生を再現できていない.その原因と して, 圧裂引張試験において供試体上下両端部に発生す る圧縮応力場におけるせん断破壊によるき裂発生が再現 できていないことが考えられる.せん断破壊の再現にあ たっては,本解析モデルで考慮していない鉱物境界での 剥離や滑りなどの挙動や解析領域上下端部における載荷 板と供試体間で発生する摩擦を考慮することが必要であ ると考えられる.

5. 結論

本研究では、圧裂引張試験における岩石の引張破壊 挙動及び引張強さを予測するため, 鉱物分布・組成の影 響を考慮した二つの数値解析モデルを提案した. 提案し た両モデルを用いて実施した圧裂引張試験の再現解析で は、提案モデルは共に、実験より得られた荷重-変異関 係および引張強さを算定でき、引張応力による断面中央 部のき裂発生・進展挙動についても概ね再現可能である ことが確認された.また、実際の岩石の鉱物分布を反映 したMMDモデルの方がより高精度にき裂形状を再現し た. しかしながら、提案モデルではいずれも供試体上下 両端に発生する圧縮応力場でのき裂を再現できておらず, 鉱物境界における剥離や滑り、載荷板と供試体の接触部 に生じる摩擦などの考慮が必要であると考えられる. ま た、本研究で提案したMMCモデルを実環境スケールに 適用することを見据え,潜在的な微小欠陥や異方性,三 次元的な鉱物分布等の影響を考慮可能なモデルへの拡張 も課題である.加えて、二軸試験や三軸試験などの、よ り複雑な応力条件下の数値解析への適用性も検証する必 要がある.

参考文献

- 青柳和平,石井英一,石田毅:幌延深地層研究センタ 一の 350m 調査坑道における掘削損傷領域の破壊様式 の検討, Journal of MMIJ, Vol.133, pp.25-33, 2017.
- Kelsall, PC., Case, JB., Chabanne, CR.: Evaluation of excavation induced changes in permeability., *International Journal of Rock Mechanics & Mining sciences*, Vol. 21, pp.121-135, 1984.
- 林為人,高橋学,中村敏明,藤井幸泰:稲田花崗岩の引張り強 さ・変形特性およびその異方性-岩石の一軸引張試験と圧 裂試験の比較を中心として-,地盤工学ジャーナル,Vol.3,No. 2,pp.165-173,2008.
- 藤井幸泰,竹村貴人,高橋学,林為人,赤岩俊治:異方性 を考慮した稲田花崗岩の一軸引張割れ目の特性,応用地質, Vol.46, No.4, pp.227-231, 2005.
- 5) 奈良禎太, 大野有希, 今井康暁, 金子勝比古: 花崗岩にお

ける応力腐食による亀裂進展現象の異方性および粒径依存性,資源と素材, Vol.120, pp.25-31.2004.

- 6) Tang, C.A., Kaiser, P.K. : Numerical Simulation of Cumulative Damage and Seismic Energy Release During Brittle Rock Failure—Part I: Fundamentals, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol.35, pp.113-121.
- Zhu, W. C., Tang, C. A.: Numerical simulation of Brazilian disk rock failure under static and dynamic loading, *International Journal of Rock Mechanics* & *Mining sciences*, Vol.43, pp.236-252, 2006.
- Mahabadi, O., Lisjak, A. : New Combined Finite-Discrete Element Numerical Code for Geomechanical Applications, *International Journal of Geomechanics*, Vol.12, pp.676-688, 2012.
- 9) 地盤工学会: 圧裂による岩石の引張強さ試験, 地盤材料試 験の方法と解説, pp.901-911, 2009.
- 10) Hondros, G. : The evaluation of Poisson's ratio and the modulus of materials of a low tensile resistance by the Brazilian (indirect tensile) test with particular reference concrete, *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, Vol. 10, pp.243-268, 1959.

- 11) 佐藤嘉晃: 圧裂試験における破壊開始位置と破壊荷重についての Griffith 理論による検討,材料, Vol.36, pp.1219-1224, 1987.
- Lu, Y.L., Elsworth, D., Wang, L.G.: Microcrack-based coupled damage and flow modeling of fractureing evolution in permeable brittle rocks, *Computers and Geotechnics*, Vol. 49. pp.226-244, 2013.
- 13) Wang, J., Elsworth, D., Wu, Y., Liu, J., Zhu, W., Liu, Y.: The Influence of Fracturing Fluids on Processes: A comparison Between Water, Oil and SC-CO₂, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, Vol.51, Issue 1, pp.299-313, 2018.
- 14) 大久保誠介,金豊年,秋山雅雄:一軸引張強度と圧裂引張強度の載荷速度依存性,資源と素材, Vol.109, Issue 11, pp.865-869, 1993.
- 15) Savanick, G.A., Johnson, D.I. : Measurements of the Strength of Grain Boundaries in Rock, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, Vol.11, Issue 5, pp.173-180, 1974.
- 16) Mavko, G., Mukerji, T., Dvorkin, J.: The Rock Physics Handbook, 2009.
- 17) Zhang, L.: Engineering Properties of Rocks (Second Edition), 2017.

PREDICTION OF TENSILE FRACTURE EVOLUTION OF GRANITE BY NUMERICAL ANALYSIS MODEL CONSIDERING MINERAL DISTRIBUTION AND COMPOSITION

Shogo IZAWA, Sho OGATA, Hideaki YASUHARA, Naoki KINOSHITA and Kiyoshi KISHIDA

We proposed two numerical analysis models considering mineral distribution and composition of targeted rock to predict the behavior of fracture evolution and tensile strength through the Brazilian test. In order to confirm the validity of models, Brazilian tests using granite specimens were conducted. Subsequently, numerical analyses using proposed method were prformed to reproduce the result of the experiments. Simulated results were good agreement with fracturing process and tensile strength obtained from experiments, and validity of the model was indicated.