岩石の反発音を利用した動弾性係数の評価手法

山辺 正1*・畠山 健²・安達 ちはる³

¹埼玉大学大学院 理工学研究科(〒 338-8570 さいたま市桜区下大久保 255)
²埼玉大学研究機構 総合技術支援センター
³埼玉大学工学部 建設工学科
*E-mail: yamabe@mail.saitama-u.ac.jp

構造物の健全度や劣化状況の確認に利用する打音検査は岩盤分類の一要素としても用いられる.本研究では 12 種類の新鮮な岩石試料を用いて、JIS A1127 に準じた簡易な方法によって得られた共振時の卓越周波数から 動弾性係数 E_d と動せん断弾性係数 G_d を定めた.また、同一の試料を用いて動弾性係数測定装置 (DYoung) に よる計測を実施し (E_d , G_d)を求めた.対象とした岩石の E_d は 4.40~76.0 GPa と広範囲に分布するが簡易な 方法と DYoung の結果は良好な1:1の関係を示し、本研究の手法は有効であった.さらに、同一試料に亀裂を 導入し動的性質を検討した結果、亀裂を含む岩石の卓越周波数は低減することが観測された.各種の制約など により他の試験では計測できない場合でも、本研究の簡易な方法により測定可能となることを示唆した.

Key Words : dynamic elastic properties, non-destructive method, induced defects

1. 目的

打音検査を岩盤に適用する場合は岩盤分類の一つの 指標に用いることが一般的であるが、その位置付けは 定性的な判定に留まることも多い. 一方, 新たな装置 を開発し、鉄道線路上に落下する可能性のある岩塊を 検出する試み¹⁾も実施されている.さらに,室内実験 から衝突音の応答に着目し音圧のパルス勾配を用いて, 岩盤分類の定量的指標に利用する手法²⁾が提案されて いる.これらの提案はコンクリート工学分野にも多く, JIS A1127「共鳴振動によるコンクリートの動弾性係数, 動せん断弾性係数および動ポアソン比試験方法³⁾」を コンクリートの打撃音に適用した研究では、供試体に 導入した亀裂深さは長手方向の縦波1次共振周波数に 与える影響は少なく、たわみ共振は検知が容易である こと⁴⁾ が示されている. また, ロッド先端の金属製の 回転部分をコンクリートの表面に押し当てながら回転 させ、打音変化を調べる回転式打音法の特性を実験と 数値解析によって考察した研究⁵⁾もある.その実験で 水中養生した材令28日のモルタル供試体を用いた打撃 試験から得た打音には 10kHz 以上の周波数成分が観測 されないとしている.

本研究では JIS A 1127 に準拠した簡易な実験手法を 提案し,岩石の角柱供試体で「縦,たわみ, ねじり」 振動から動的性質を決定する.また,同一の供試体に 亀裂を順次導入し卓越周波数の変化について考察する.

2. 均質な角柱の振動問題

JIS A1127 は「縦, たわみ, ねじり」振動の観測方法 を示し,動弾性係数 E_d と動せん断弾性係数 G_d の決定 方法を規定しているが,結果のみを表示しているため, 最初に測定原理を概観する.以下では,均質な角柱の 断面積を A,長さを L,質量を m,密度を ρ ,とする.

(1) 縦振動

角柱の長軸をx軸とし、その変位をu、垂直応力を σ_{xx} とすれば、微小要素の力の釣り合いから

$$p\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \tag{1}$$

ひずみ~変位関係,応力~ひずみ関係は次式だから

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$
 , $\sigma_{xx} = E_d \varepsilon_{xx}$ (2)

ε_{xx} は長軸方向のひずみであり,これらを式 (1) に代入 すれば,式 (4) の波動方程式を得る.

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} (E_d \varepsilon_{xx}) = E_d \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad , \qquad c = \sqrt{\frac{E_d}{\rho}}$$
 (4)

両端が自由支持なら軸方向力=0となり,相当する卓越 周波数 *f*₁ から, *E*_d を得る.

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{E_d}{\rho}} \implies E_d = 4L^2 f_1^2 \rho = \frac{4Lm f_1^2}{A}$$
(5)

(2) たわみ振動

たわみ振動に関する支配方程式は,鉛直変位を v として以下で表される.

$$\rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + E_d I \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} = 0 \tag{6}$$

ここで、Iは断面 2 次モーメント.上式に未知関数 $\phi(x)$ と振動数 ω を適用すれば解 v(x,t) は次式となる.

$$v(x,t) = \phi(x)e^{i\omega t} \tag{7}$$

$$v(x,t)$$
を式(6)に代入し、 $\frac{\rho A}{E_d I}\omega^2 = \left(\frac{\lambda}{L}\right)^4$ と置換して
$$\frac{d^4\phi}{d^4} - \left(\frac{\lambda}{L}\right)^4\phi = 0$$
(8)

$$\frac{1}{dx^4} - \left(\frac{1}{L}\right) \phi = 0 \tag{8}$$
いて両端が自由支持された梁の増異条件は

式(8)において両端が自由支持された梁の境界条件は、 両端で曲げモーメント及びせん断力が0であるから

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = 0, \quad \frac{d^3\phi}{dx^3} = 0, \quad (x = 0, L)$$
 (9)

式 (9) から振動数方程式は $\cos \lambda_n \cosh \lambda_n = 1$ となる ので、1 次固有振動モードとして

 $\cos \lambda_1 \cosh \lambda_1 = 1 \implies \lambda_1 = 4.73004$ (10) を得る. 基準関数 $\phi_n(x) = 0$ を満足する時に節となり, 1 次固有モードに対し次式となる.

$$\phi_1(x) = 0 \implies x = 0.22415, 0.77584$$
 (11)

固有振動数 $\omega_1 = 2\pi f_1$ に, $\lambda_1 = 4.73004$, $I = \frac{bt^3}{12}$, を 代入し

$$f_1 = \frac{\lambda_1^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{E_d \, b \, t^3}{12\rho A}} = \frac{1.0279}{L^2} \sqrt{\frac{E_d \, b \, t^3}{\rho A}} \tag{12}$$

$$E_d$$
 について解くと, $\rho = \frac{m}{AL}$ であるから
 $E_d = 0.94645 \frac{L^3}{bt^3} m f_1^2$ (13)

JIS ³⁾ あるいは ASTM ⁶⁾ では、ポアソン比 ν に対する 修正として E_d に補正係数 Tを掛けて基準としており、 補正式を示している.

(3) ねじり振動

一般の等断面部材が平面を保持した単純なねじりを 受ける場合は,次式が成立する.

$$T = G_d J \frac{d\varphi}{dx} \tag{14}$$

Tねじりモーメント, $G_d J$ ねじり剛性, φ 中心回りの 回転角であり,正方形断面では次式が成立する.

$$\frac{G_d J}{\rho I_p} = \frac{2G}{\rho} \left\{ 1 - \frac{192}{\pi^5} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^5} \tanh \frac{(2n-1)\pi}{2} \right\}$$
(15)

式 (15) の級数は急速に収束するため、n = 3とすれば 十分 ⁷⁾ である.したがって、次式から G_d を得る.

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{G_d J}{\rho I_p}} \quad \Longrightarrow \quad G_d = 4.74172 \, \frac{mL f_1^2}{A} \quad (16)$$

3. 簡易な実験方法と岩石供試体の諸元

本研究の簡易な実験方法とは駆動回路にガラス玉の 落下による外力を用い,ピックアップ回路にデジタル ヴォイスレコーダを採用したシステムである.

(1) 縦振動

縦振動実験の模式図を図-1に示す.同図では全ての 装置と机の間に防振を目的としてゴムパッドを挟んだ. 供試体を水平に設置し,両端から長さLの22.4%位置 を中心に支持台を設置した.支持台は直径50mm高さ 50mmの大理石で,その上面に硬質ゴム(幅10mm)を 貼り付けて支持とした.同図において右上から円弧に



図-1 縦振動実験の模式図 (供試体諸元は表-1 参照)

沿ってガラス玉(ビー玉)を落下させると角柱供試体 の右側断面の中心に衝突し,数回反発した後に動きが 停止する.この衝突音を左側断面の中心から供試体の 長軸方向に 1mm 程度離して設置したデジタルヴォイス レコーダのマイクで録音した.この録音システムには, 20Hz~21kHzの感度があり今回の実験において十分な 音域と言える.図-1の供試体長さは約145mm であり, ガラス玉の落下高さを同図に示した.このガラス玉は 直径25mm,質量は20.4gであるが,予備的な実験から 小さなガラス玉(直径16mm,質量5.9g)を用いても, アルミ玉(直径20mm,質量11.8g)であっても,卓越 周波数 f_1 の変化は ± 2 Hz 程度であり,ここでは直径 25mm のガラス玉を採用した.

録音した音源は左チャンネルだけを有効とし,不要な 情報の取得を避けた.この音源から初回の衝突音だけを 抽出し,フリーソフトのAudacityを用いてスペクトラム 解析を実施した.高価な解析ソフトであるMathematica でも同様の解析は可能であるが,Audacityでも十分な 精度で卓越周波数 f_1 を決定できた.同一波形を用いた スペクトラムの解析例を,図-2と図-3に示す.両図の 横軸は周波数 (Hz),縦軸は音圧レベル (dB)であり同一 供試体に対する同一波形の解析例である.音圧レベル の絶対値は異なるが,波形のピークである卓越周波数 (f_1) を得る上で両図は十分に一致している.



図-2 Audacity による卓越周波数



図-3 Mathematica による卓越周波数



図-4 たわみ振動実験の模式図

(2) たわみ振動

たわみ振動実験とマイクの設置状況を図-4に示す. 縦振動と同一の外力とピックアップ回路を用い,支点 の構造も同一である.ただし,外力は供試体上方から 中央上部に作用させ,計測マイクは供試体下面の中央 に配置した.スペクトラム解析手法は縦振動の場合と 同一であり卓越周波数を決定した後に前節の式 (13) と 補正式³⁾に従い動弾性係数 *E*_d を求めた.

(3) ねじり振動

ねじり振動の実験模式図を,図-5に示す.供試体を 載せる土台の上面に十字形の支持を作成した.支持の 断面は2等辺三角形であり,偏心した外力を与える事



図-6 ねじり振動の支持状況(平面図)

で供試体に「ねじり」を作用させる事ができる.また, 土台を SS400 製として剛性を高めた構造とした.支持 状況の平面図を,図-6 に示す.式 (16)を,実験条件に 合わせて $m \rightarrow \frac{m}{2}, L \rightarrow \frac{L}{2}$ とすれば次式を得る.

$$G_d = \frac{4.74172}{4} \frac{mLf_1^2}{A} = 1.185 \frac{mLf_1^2}{A} \qquad (17)$$

(4) 供試体の諸元

本研究で用いた岩石試料を,表-1に示す.これらの 岩種は密度から予想される弾性係数が幅のある構成と なっている.全ての角柱の表面は,研削盤により十分 平滑に仕上げてあり,表面の凹凸から発生する誤差は 最小かつ均一な状態となっている.同表の全ての値は, 3回計測した結果の平均値である.

4. 弾性係数 *E*_d, *G*_d の相互比較

(1) 縦振動とたわみ振動の比較

異なる振動モードを与えた動弾性係数を比較すると 図-7になる.「縦, たわみ」は共に簡易な実験方法だが, 動弾性係数 E_d は1点を除き45°線上にある.図中の 数字は,表-1の試料番号に対応している.

(2) ねじり振動の比較

図-5のねじり振動を計測した結果を検討する.比較の対象として、図-8に示すマルイ製の動弾性係数測定装置 (DYoung)を用いた.この装置は、JIS A 1127 に

#	試料名	A	L	ho
1	白浜砂岩	1906.7	144.56	2.301
2	大谷凝灰岩	2022.7	145.03	1.491
3	真壁花崗岩	2027.1	145.97	2.634
4	稲田花崗岩	1942.0	145.19	2.626
5	芦野溶結凝灰岩	2015.6	145.16	2.166
6	葛生苦灰岩	2025.4	145.03	2.712
7	トラバーチン	2021.1	145.12	2.679
8	サボニエル石灰岩	2036.7	145.03	1.618
9	本小松安山岩	2021.4	144.88	2.616
10	福建花崗岩	2018.7	144.93	2.605
11	田下凝灰岩	1996.3	144.89	1.782
12	来待砂岩	2010.2	144.96	2.041

表-1 乾燥供試体の諸元, 断面積 $A \text{ (mm}^2)$, 長さ L (mm), 密度 $\rho \text{ (g/cm}^3)$



 図-7 たわみ振動と縦振動による動弾性係数 E_d の比較 (数字は表-1 参照)

準拠しており共振モードの卓越周波数と対数減衰率を 表示できる.計測の一例を図-9に示す.表-1の試料を 用いて得た G_d を図-5のねじり振動の値と比較すると 図-10となる. G_d は多少の乱れもあるが,ほぼ45° 線上にある.簡易な方法でも,ねじり振動は他の方法 と比較可能な精度で計測できた事が判る.

5. 亀裂を含む角柱の挙動

第4節で用いた乾燥供試体に亀裂を導入し,力学的 効果を検討した.検討にあたっては簡易な手法による 卓越周波数の決定方法を採用した.



図-8 動ヤング率測定装置(マルイ製, DYoung カタログ)



図-9 DYoung による計測例



図-10 ねじり振動 (打音) と DYoung による G_d の比較 (数字は表-1 参照)

(1) 亀裂を導入した供試体の作成

長さ Lの供試体上面において端部から L/3の位置に, カッターブレードで鉛直亀裂を導入した. 亀裂深さを 供試体高さ t に対し t/3 とした場合を (1/3) と表した. 亀裂幅は 2mm で「縦, たわみ,ねじり」の簡易試験を 実施した後,亀裂を同様に深さ 2t/3 まで進展させた. これを (2/3) と呼び一連の試験を実施した.次に (2/3) 供試体において端部から 2L/3の位置に,深さ 2t/3の 亀裂を導入し (4/3) と呼んだ. (4/3) 供試体には対称な 位置に深さ 2t/3の亀裂が 2本導入してあり,図-11 に 模式図を示す.



図-11 亀裂を含む供試体の模式図



図-13 亀裂による卓越周波数の変化(たわみ振動)



(2) 亀裂による卓越周波数の低減

前項の亀裂供試体を用いて実施した簡易な試験方法 から得た卓越周波数の変化を,図-12と図-13に示す. どちらも亀裂を含まない場合を「0」と表示してあり, 亀裂量が増加するに伴ない卓越周波数が低減していく. 両図は,たわみ振動の例であり岩石の硬軟に関わらず 一定の傾向を示した.これらの亀裂は供試体をたわみ 易くさせる効果を発揮するので,卓越周波数 f_1 が低減 したと考えられる.式(13)からも明らかなように f_1 は 二乗に比例して E_d を低下させる.さらに微量である が,亀裂は質量mも低下させる.図-12と図-13の f_1 から亀裂供試体に等価な E_d を求めることは容易だが, 亀裂を含む領域をそれと等価な材料に置き換えるには 明らかに構造が異なっており,ここでは f_1 のみによる 評価とした.

図-12と図-13に例示した卓越周波数 f₁を用いて, 図-14の横軸を亀裂の無い供試体の卓越周波数,縦軸 を亀裂を含む供試体の卓越周波数とした.図-14には



図-14 亀裂による卓越周波数の変化(たわみ振動), 図中の 数字は表1参照

図-11に示した亀裂の呼び名と共に表-1の試料番号が 含まれており亀裂の増加と共に卓越周波数が低減する 様子が判る.同図で図-12と図-13の卓越周波数 f₁を 含む全ての測点が,亀裂の比率に応じて低減している. 亀裂(1/3)の場合に1点(供試体番号10)が傾向線から 外れているものの,それ以外の場合には整合した関係 が見出される.なお図-12や図-13には様々な雑音も 含まれており図-9で得られたような滑らかさは無いが, 卓越周波数を抽出する上での支障はない.亀裂の存在 により図-14に示す卓越周波数の変化を認識できれば, 亀裂の存在を想定する事が可能であり卓越周波数から 得られる動弾性係数そのものではなく,卓越周波数の 変化を相対的に検知する事が重要となる.

6. 結論

本研究で提案した簡易な実験手法を適用し,岩石の 角柱供試体を用いた「縦,たわみ,ねじり」振動から 動弾性係数 *E*_dと動せん断弾性係数 *G*_dの値を決定した. それらを相互に比較検討すると共に,動弾性係数測定 装置 (DYoung)の値と比較し,簡易な手法の有効性を 検討した.また,同一の供試体に亀裂を徐々に導入し 卓越周波数の低減を確認した.

謝辞:本研究を進める上で埼玉大学の先生方には大変 お世話になりました.動ヤング率測定装置を快く利用 させて頂いた浅本晋吾先生,多くの供試体を提供して 頂いた小口千明先生に深く御礼を申し上げます.また, 本研究を実施するにあたり JSPS 科学研究費補助金 (JP26249068, JP26630218)の助成を受けた事を記し 深く感謝いたします.

参考文献

- 川越 健,石原 朋和,浦越 拓野,太田 岳洋:岩盤斜面に おける岩塊の安定性に関する評価手法,鉄道総研報告, Vol.25, No.7, pp.31-36, 2011.
- 2) 稲森 光洋,御手洗 良夫,船曳 伸二,瀬崎 満弘,原田 隆典,横田 漠:岩盤分類の定量的指標としての「応答 音圧パルス勾配法」,土木学会論文集,No.638/III-49, pp.335-351, 1999.
- 3) 日本工業規格 A 1127: JIS ハンドブック, pp.2288-2292, 2017.
- 4) 魚本 健人,伊東 良浩:打音法によるコンクリートの 非破壊検査, コンクリート工学論文集, Vol.7, No.1, pp.143-152, 1996.
- 5) 園田 佳巨,中山 歩,三好 茜,吉田 直紹:回転式打音法の 打音特性に関する基礎研究,土木学会論文集 A, Vol.65, No.2, pp.514-522, 2009.
- ASTM : Standard Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio by Impulse Excitation of Vibration, Designation E 1876-09, pp.1 -15, 2009.
- 7) 小松定夫:構造解析学 III, 第 16 章, pp.93-100, 丸善, 1983.

Dynamic elastic properties of rocks by using the non-destructive method

Tadashi YAMABE, Ken HATAKEYAMA and Chiharu ADACHI

In this study, test specimens of prism are used to investigate the elastic properties of various types of rocks by measuring the frequencies of natural vibration. The measuring system is simply consisted from the impact acoustic generator and receiver. The fundamental resonant frequency of test specimen is given by a single elastic strike with an impulse tool, and the receiver senses the resulting mechanical vibrations. Results obtained by the above mentioned systems are compared with Young's modulus rigidity meter. Then some experiments are carried out to clarify the influences of defects on amplitude and resonant frequency of impact acoustics.