重合メッシュ法の地下空洞解析への適用性に関する検討

鈴木 隼人[1*]・尾留川 剛[2]・遊佐 泰紀[3]・岡田 裕[3]

[1]株式会社ＪＰビジネスサービス　社会環境部（〒135-8451 東京都江東区深川 2-2-18）
[2]電源開発株式会社　技術開発部　茅ヶ崎研究所（〒253-0041 神奈川県茅ケ崎市茅ヶ崎1-9-88）
[3]東京理科大学　理工学部（〒278-8510 千葉県野田市山崎2641）
* E-mail: hayato_suzuki@jpbs.co.jp

地下空洞掘削時における岩盤の変形挙動は，地質構造や弱層の影響を受けるため，解析による評価を行う際には，それらをモデルに反映させることが重要となる．しかし，複雑な地質構造や空洞といった複合領域に対するメッシュモデルの作成には大きなコストを要する場合が少なくない．このような問題を解決する方法に，重合メッシュ法がある．重合メッシュ法は，複数の独立に作成した有限要素メッシュを重ね合わせて解析を行う手法であり，重ね合わせるメッシュ間で境界や節点を共有させる必要がないため，モデリングを柔軟に行うことができる．本論文では，地下空洞を対象とした解析に重合メッシュ法を適用することを目的とし，数値解析例を通して有効性を確認した．

Key Words : *mesh superposition method, underground cavern, numerical analysis, finite element method*

1. はじめに

地下空洞の安全性評価にあたっては，有限要素法による解析が広く用いられている．有限要素法の解析モデルを構築する際には，地質構造や空洞の形状を考慮しつつ，要素サイズを意識した分割を行うことが要求される．すなわち，評価において重要となる空洞近傍は，他と比べて細かい分割を行うなどの対応が必要となり，モデル作成に多大な時間と労力がかかってしまう．こうしたモデリングに対する負荷の低減を目的とした手法として，エレメントフリーガラーキン法[1)]や拡張有限要素法[2)]，有限被覆法[3)]等がある．その中で，Fishら[4)]によって提案された重合メッシュ法は，解析領域全体を表すグローバルメッシュと，詳細な挙動を表現するローカルメッシュを重ね合わせて解析を行う手法であり，重ね合わせるメッシュ間で境界や節点を共有させる必要がないという利点を有する．

本報では，地下空洞の解析に重合メッシュ法を適用することを目的とし，数値解析例を通して有効性を確認する．

2. 重合メッシュ法

重合メッシュ法（以下，「S-FEM」という．）は，二つの有限要素メッシュを重ね合わせ，スケールレベルの異なる解析を同時に行う手法である．図-1のような構造を考えた場合，図-2に示すように解析領域全体は粗い有限要素メッシュ（グローバルメッシュ）でモデル化し，空洞とその周辺をローカルメッシュと呼ばれる詳細モデルを重ね合わせることにより，構造全体と個々の空洞を表現できる．なお，中住ら[5)]やOkadaら[6)]による応力集中問題や破壊力学問題への適用例ではグローバルメッシュの上にローカルメッシュを一つ重ね合わせているが，多数のローカルメッシュを重ね合わせ，さらにローカルメッシュどうしの重なりも許容することもできる（例えば、Okadaら[7)]）．

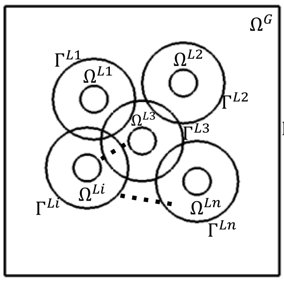
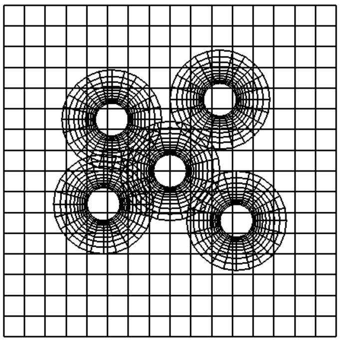


図-1　S-FEMにおける解析領域の設定



図–2　S-FEMによる解析モデル

グローバルメッシュ領域をΩ^G，ローカルメッシュ領域をΩ^{Lr} $(r=1,2,3,\cdots,n)$ とする．Ω^G 内とΩ^{Lr} 内ではそれらの形状関数によって独立に変位関数$u_i^G(x)$ と$u_i^{Lr}(x)$ を定義する．Ω^G と Ω^{Lr} が重なった領域では，変位$u_i(x)$ をそれらの変位関数の和で表す．例えば，Ω^G，とΩ^{Lr} $(1\le p,q\le n, p\ne q)$ が重なった領域では変位を次式で表す．

$$u_i(x)=u_i^G(x)+u_i^{Lp}(x)+u_i^{Lq}(x) \qquad (1)$$

Ω^G がローカルメッシュとの重なりを持たない領域では，

$$u_i(x)=u_i^G(x) \qquad (2)$$

とする．仮想変位$\delta u_i(x)$ も同様として仮想仕事の原理式

$$\int_{\Omega^G}\frac{\partial\delta u_i}{\partial x_j}E_{ijkl}\frac{\partial u_k}{\partial x_l}d\Omega^G=\int_{\Gamma_t}\delta u_i\bar{t}_i d\Gamma_t \qquad (3)$$

に代入すれば次式を得る（境界Γ_t 上でトラクション$\bar{t}_i$ が規定される）．

$$\int_{\Omega^G}\frac{\partial\delta u_i^G}{\partial x_j}E_{ijkl}\frac{\partial u_k^G}{\partial x_l}d\Omega^G+\sum_{q=1}^{n}\int_{\Omega^{L1}}\frac{\partial\delta u_i^G}{\partial x_j}E_{ijkl}\frac{\partial u_k^{Lq}}{\partial x_l}d\Omega^{Lq}$$

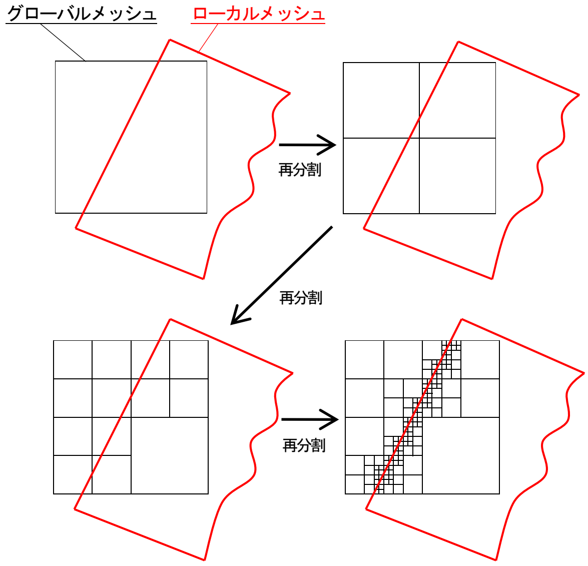
$$=\int_{\Gamma_t}\delta u_i^G\bar{t}_i d\Gamma_t \qquad (4a)$$

$$\int_{\Omega^{Lp}}\frac{\partial\delta u_i^{Lp}}{\partial x_j}E_{ijkl}\frac{\partial u_k^G}{\partial x_l}d\Omega^{Lp}+\int_{\Omega^{Lp}}\frac{\partial\delta u_i^{Lp}}{\partial x_j}E_{ijkl}\frac{\partial u_k^{LP}}{\partial x_l}d\Omega^{Lp}$$

$$+\sum_{\substack{q=1\\q\ne p}}^{n}\int_{\Omega^{Lp\text{-}Lq}}\frac{\partial\delta u_i^{Lp}}{\partial x_j}E_{ijkl}\frac{\partial u_k^{Lq}}{\partial x_l}d\Omega^{Lp-Lq}=\int_{\Gamma_t}\delta u_i^{Lq}\bar{t}_i d\,\Gamma_t$$

$$(p=1,2,3,\cdots,n) \qquad (4b)$$

ただし，E_{ijkl} は弾性定数を表す4階テンソルである．右辺はローカルメッシュ領域Ω^{Lp} の境界が荷重の規定された境界を含む場合に現れる．式(4b)の中で，Ω^{Lp-Lq} はΩ^{Lp} とΩ^{Lq} が重なり合う領域を表す．



図–3　積分のためのサブ要素分割

以上より，剛性マトリックスが次のように導かれる．

$$\begin{bmatrix}\mathbf{K}^G & \mathbf{K}^{G-L1} & \mathbf{K}^{G-L2} & \cdots & \mathbf{K}^{G-Ln}\\ \mathbf{K}^{L1-G} & \mathbf{K}^{L1} & \mathbf{K}^{L1-L2} & \cdots & \mathbf{K}^{L1-Ln}\\ \mathbf{K}^{L2-G} & \mathbf{K}^{L2-L1} & \mathbf{K}^{L2} & \cdots & \mathbf{K}^{L2-Ln}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \mathbf{K}^{Ln-G} & \mathbf{K}^{Ln-L1} & \mathbf{K}^{Ln-L2} & \cdots & \mathbf{K}^{Ln}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\mathbf{u}^G\\ \mathbf{u}^{L1}\\ \mathbf{u}^{L2}\\ \vdots\\ \mathbf{u}^{Ln}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\mathbf{f}^G\\ \mathbf{f}^{L1}\\ \mathbf{f}^{L2}\\ \vdots\\ \mathbf{f}^{Ln}\end{Bmatrix} \qquad (5)$$

式(5) 中の剛性マトリックスの成分，$\mathbf{K}^G$，$\mathbf{K}^{G\text{-}L1}$，$\mathbf{K}^{G\text{-}L2}$，…，$\mathbf{K}^{G\text{-}Ln}$ は式(4a) より，その他の成分は式(4b)から導かれる．ローカルメッシュ領域どうしの重なりが無い場合は該当する剛性マトリックスの成分は現われない．

例えば，ローカルメッシュ領域Ω^{Lp} とΩ^{Lq} が重なった領域において，剛性マトリックスの成分$\mathbf{K}^{Lp\text{-}Lq}$ はローカルメッシュ領域Ω^{Lp} の要素i 内の積分

$$[k^{Lpi\text{-}Lqj}]=\int_{\Omega^{Lpi}}\Theta^{Lpi\text{-}Lqj}(x)[B^{Lpi}]^T[E][B^{Lqj}]d\Omega^{Lpi} \qquad (5)$$

などから求められる．ここで，$[k^{Lpi\text{-}Lqj}]$ はローカルメッシュモデル領域Ω^{Lp} の要素i とΩ^{Lq} の j の連成項を表し，$[B^{Lpi}]$ 等は変位-ひずみ関係（B マトリックス）である．$\Theta^{Lpi\text{-}Lqj}(x)$ は，それらの要素が重なり合う部分では1，重なりの無い位置では0とする．$[E]$ はフックの法則を表すマトリックスである．式(5)から明らかなように，非積分関数が積分を実行する要素内で不連続になることがあるため，一般的なガウス積分では積分精度が低下する．そこで，**図–3**に示すように，積分を実行する要素を他の

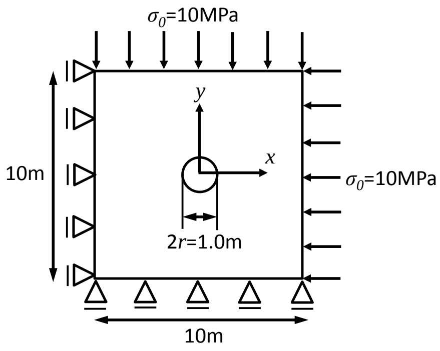
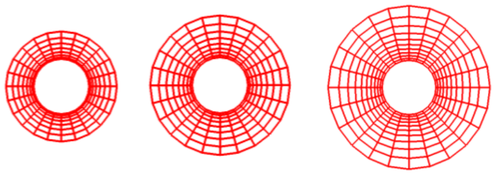


図-4　単一空洞モデル



(a) R =4r　　(b) R =5r　　(c) R =6r

図-5　ローカルメッシュの分割パターン

メッシュの要素境界が横断するような場合には，実行する要素を再分割し，再分割されたサブ要素内でガウス積分を行う．

3. 解析例

(1) 単一空洞モデルの解析

はじめに，図-4に示す空洞を有するモデルを対象に解析を行った．解析領域は10m×10mとし，空洞の半径 r は0.5mとした．左側面と下面をローラー境界とし，右側面と上面に10MPaの荷重 σ_0 を作用させる．ヤング率は10GPa，ポアソン比は0.3とした．グローバルメッシュには，全体を16×16，20×20，25×25に分割した3パターン，ローカルメッシュは，図-5に示すように領域サイズ R を空洞の半径 r に対して4r，5r，6r となるような3パターンを用意した．これらグローバルメッシュ3パターンとローカルメッシュ3パターンを組み合わせた全9ケースの解析を実施した．

グローバルメッシュの分割を25×25，ローカルメッシュ領域のサイズ R を6r（図-5(c)）としたケースの解析により得られた応力（σ_y/σ_0）の分布を図-6に示す．図より，空洞周辺の応力集中を表現できていることが確認できる．図-7には，ローカルメッシュにおける x 軸上の応力を理論解と比較して示す．同図によれば，ローカルメッシュの領域サイズが小さいほど，理論解との差が大きくなる傾向が認められる．グローバルメッシュに着目すると，分割数が少ないケースにおいて，精度が低下している事が分かる．

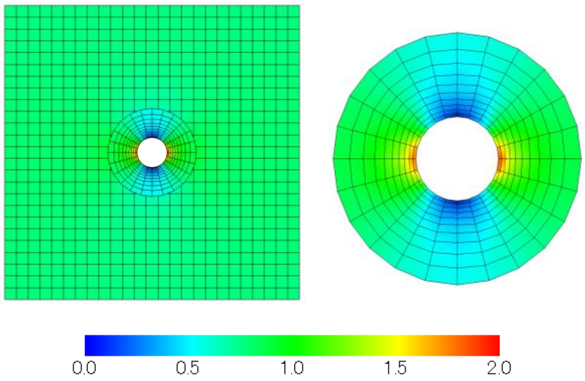
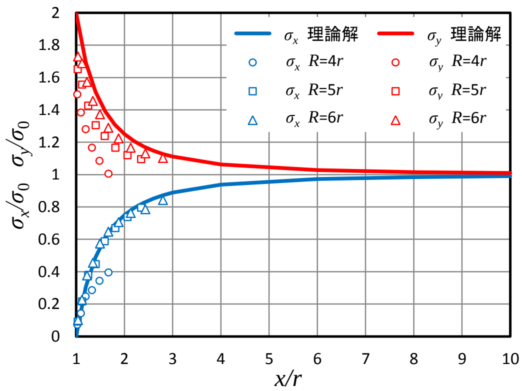
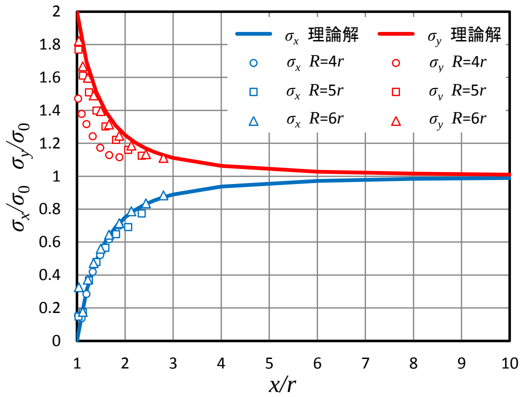


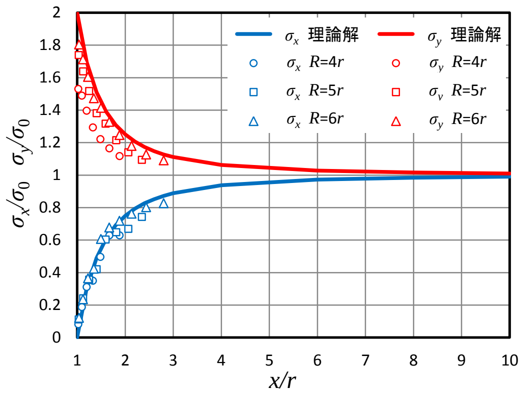
図-6　応力分布 σ_y/σ_0
（右：全体，左：ローカルメッシュのみ）



(a) グローバルメッシュ分割16×16



(b) グローバルメッシュ分割20×20



(c) グローバルメッシュ分割25×25

図-7　x 軸上における応力分布の比較

(2) 二つの空洞を有するモデルの解析

次に，**図-8**に示すように空洞を二つ有するモデルの解析を行った．グローバルメッシュは20×20分割，ローカルメッシュは$R=6r$（**図-5右**）を用いた．二つのローカルメッシュ領域はモデル中央部で重なっている．物性値および境界条件は前節と同様とした．精度比較のため，FEMによる解析も併せて実施した．解析に用いたメッシュを**図-9**に示す．

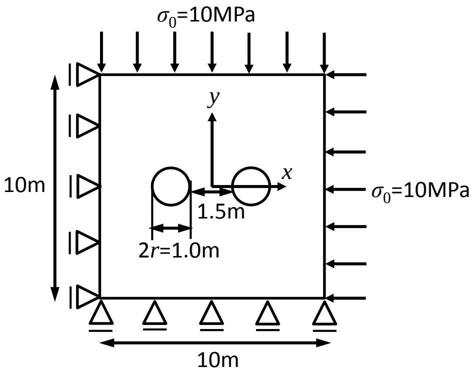


図-8　二つの空洞を有するモデル

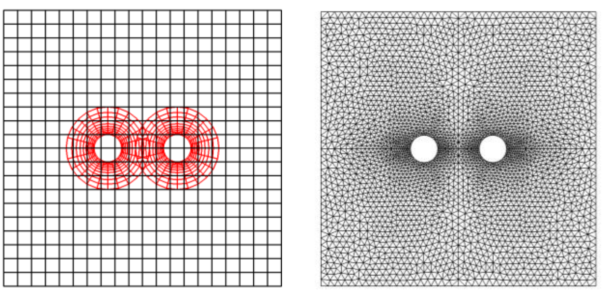


図-9　解析に用いたメッシュ（左：s-FEM，右：FEM）

図-10に，y方向の応力分布を示す．S-FEMの分布はFEMと定性的な一致を見ることができる．**図-11**はx軸上における応力の変化を示している．空洞の壁面近傍での応力の集中が表現できており，ローカルメッシュ同士が重複したモデル中央部においても，FEMとS-FEMの結果は概ね一致していることが確認できる．

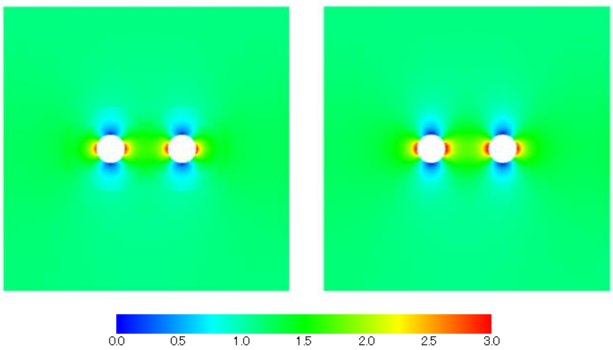


図-10　応力分布σ_y/σ_0（左：s-FEM，右：FEM）

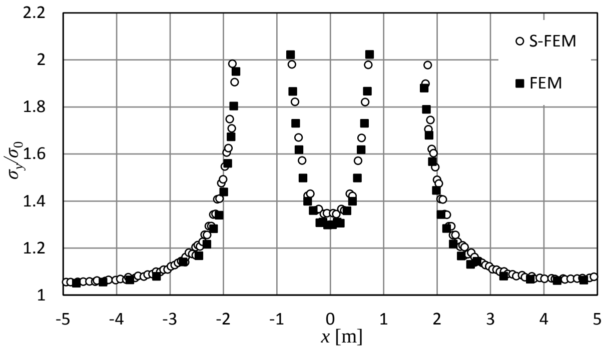


図-11　x軸上における応力σ_y/σ_0の比較

(3) 空洞掘削時の応力評価

最後に，掘削に伴う空洞周辺における応力状態の変化を把握するための解析を実施した．概要を**図-12**に示す．境界条件として，モデルの全周を固定した．ヤング率は，2.0GPa，ポアソン比は0.3とし，初期応力については，事前に自重解析（単位体積重量 20.0kN/m^3）を行った結果を用いた．比較のためのFEM解析も併せて実施した．解析に用いたメッシュを**図-13**に示す．

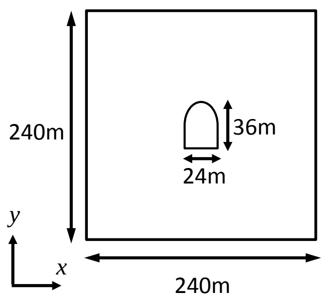


図-12　空洞掘削解析モデル

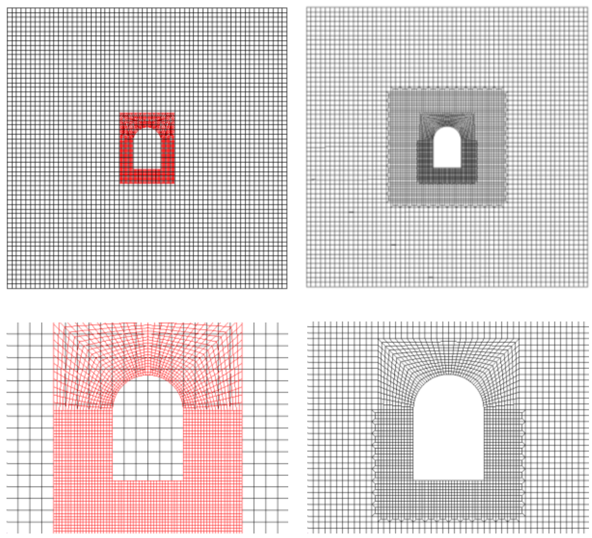


図-13　解析に用いたメッシュ（左：s-FEM，右：FEM）

図-14は，空洞掘削時の y 方向の応力分布である．S-FEMはFEMとほぼ同じ結果を与えているものの，空洞上部の分布に乱れが生じている．これは，応力の算出方法の影響によるものと考えられ，今後改善の余地がある．

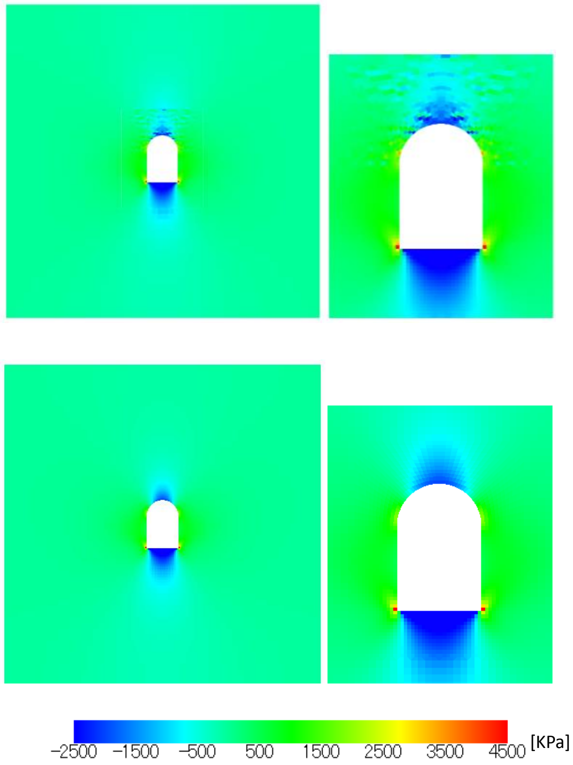


図-14　y 方向の応力分布（上：s-FEM，下：FEM）

4. おわりに

複雑な地質構造や空洞を考慮した複合領域のメッシュモデル作成にかかる労力を緩和する方法として，重合メッシュ法に着目し，地下空洞解析への適用を試みた．具体的には，解析領域全体をグローバルメッシュでモデル化し，空洞のを有するローカルメッシュを重ね合わせることによって地下空洞を表現した．数値解析例より，メッシュサイズや，空洞周辺のローカルメッシュ領域の大きさによって，結果に差が生じることがわかった．掘削を考慮した解析においては，有限要素法の解と概ね遜色のない結果を得ることができた．空洞の近傍で応力の乱れが発生する傾向が認められたが，応力の計算方法を見直すことで改善するものと考える．詳細な検討については今後の課題としたい．

参考文献

1) Belytschko, T., Lu, Y.Y. and Gu, L. : Element-free Galerkin Method. *Int. J. Numer. Methods Engrg.* 37, pp. 229-256, 1994.
2) Belytschko, T. and Black, T. : Elastic crack growth un finite elements with minimal remeshing. *Int. J. Numer. Methods Engrg.* 45, pp. 602-620, 1999.
3) 鈴木　克幸，大坪　英臣，中西　克嘉，金　伝栄：ボクセル被覆による３次元ソリッドのメッシュレス解析，土木学会応用力学論文集，1，pp.215-222，1998．
4) Fish, J. : The s-version of the finite element meshod. *Computers & Structures*, 43-3, pp. 539-547, 1992.
5) 中住　昭吾，鈴木　克幸，藤井　大地，大坪　英臣：重合メッシュ法による穴あき板の解析に関する一考察，計算工学会論文集，Vol.2001，20010016，2001．
6) Okada, H., Endoh, S. and Kikuchi, M. : On fracture analysis using an element overlay technique. *Engineering Fracture Mechanics.* 72, pp. 773-789, 2005.
7) Okada, H., Liu, C, T., Ninomiya, T. and Fukui, Y. : Analysis of particulate composite materials using an element overlay technique. *Compute Modeling in Engineering & Sciences.* 6, pp. 333-347, 2004.

STUDY ON APPLICABILITY OF THE MESH SUPERPOSITION METHOD TO UNDERGROUND CAVERN ANALYSIS

Hayato SUZUKI, Go ORUKAWA, Yasunori YUSA and Hiroshi OKADA

Since the deformation behavior of the rock during cavern excavation is influenced by geological structures and weak strata, it is essential to model them in the stability analysis. However, it usually costs high for modelling complex regions such as complicated geological structures and caverns. A method of solving such problem is the mesh superposition method. With this method the analysis is carried out by superimposing a plurality of independently created finite element meshes, and it is not necessary to share boundaries and nodes between overlapping meshes. In this study, the applicability and effectiveness of the method for the analyses of underground cavern have been confirmed with a case study.