

トンネル切羽近傍における一時的な塑性域に着目した地山挙動の考察

金子 哲也^{1*}・市田 雄行²・小原 伸高²

¹大成建設株式会社 土木本部次世代プロジェクト部 (〒163-0606 東京都新宿区西新宿1-25-1)

²大成建設株式会社 土木本部土木設計部トンネル地下設計室 (〒163-0606 東京都新宿区西新宿1-25-1)

*E-mail: t-kaneko@ce.taisei.co.jp

山岳トンネルの設計においては、地山変位と支保工内圧の平衡点を求めることが本質的に重要であるが、平面ひずみ状態を仮定した理論解から求められる平衡点と、3次元逐次解析によって求められる平衡点は、一部の条件下においては一致せず、無視できない差異があることが近年報告されている。本論文では、切羽近傍にて一時的に塑性域が広がる現象に着目し、2次元解析と3次元解析の差異について考察する。切羽近傍で地山に対する拘束圧が減少し一時的に塑性域が広がり、その後、支保工内圧の発達により弾性状態に戻り塑性域は縮小する。しかし、応力場が弾性状態に戻った後も塑性ひずみが残留することにより、3次元解析では2次元解析より大きな変位にて平衡に達することが示された。

Key Words : 3-dimensional numerical analysis , ground response curve, plane strain state, ground deformation, lining pressure, temporary plastic zone

1. はじめに

山岳トンネルは線状構造物であるので、切羽近傍での地山の応力状態は3次元であるものの、最終的には、坑口部等を除いて平面ひずみ状態で近似できると考えられる。そのため、山岳トンネルにおける地山変位と支保工内圧に関する従来の検討では、平面ひずみ状態を仮定した理論解による手法を用いることが多かった^{1),2),3),4)}。すなわち、理論解から得られる地山応答曲線と支保工内圧との交点を求めることで、トンネル変形量の予測や支保工の設計を行うことが試みられてきた。近年では、コンピュータ能力の向上に伴い3次元モデルによる逐次掘削を考慮した数値解析の検討も行われるようになり、応力状態が切羽近傍で一旦3次元になり、掘削が十分進行した後では2次元平面ひずみ状態で平衡に達する過程が再現されるようになってきた。3次元解析で求めた地山応力と変位の平衡点は、平面ひずみ状態を仮定した理論解にもとづく地山応答曲線での平衡点と一致することが期待されるが、一部の条件下では両者は異なることが国内外にて複数報告されている^{5),6),7)}。そこで、本論文では、3次元モデルによるトンネルの逐次掘削解析を実施し、切羽近傍に発生する地山の塑性域に着目することで、この理論解との差異の原因と量について考察する。

2. 理論解と3次元解析結果の比較

2次元平面ひずみ状態を仮定した理論解から得られる地山応力と変位の平衡点と、3次元モデルによるトンネルの逐次掘削解析から得られる平衡点との比較を行う。以降、本論文では前者を理論解、後者を3次元解析と呼ぶ。現象の本質を捉えるため、初期地圧は等方等圧とし、トンネルは円形で全断面掘削されるものと簡略化する。このとき、理論解は、Salencon (1969) による円孔理論解^{8),9)}により与えられ、図-1に示すとおり半径 a の円形トンネルに対し支保工内圧 $\sigma_r(a)$ を与えれば、塑性半径 R_0 、トンネル中心から半径方向に距離 r 離れた位置の地山の半径方向応力 $\sigma_r(r)$ 、周方向応力 $\sigma_t(r)$ および半径方向変位 $U_r(r)$ が得られる。また、3次元解析には有限差分法プログラムFLAC3Dを用いる。

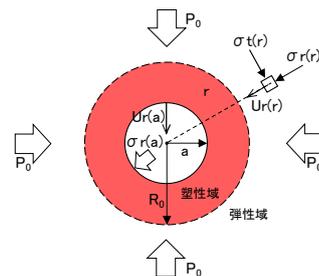


図-1 トンネル周辺地山の応力モデル

(1) 共通条件

理論解と3次元解析の比較に際して、両者共通の条件を以下に示す。

- ・トンネル形状は、掘削半径6mの円形とする。
- ・地山は連続体かつ単一地層とし、Mohr-Coulombの降伏規準にしたがう弾完全塑性体とする。
- ・塑性後の挙動は、非関連流動則にしたがう。
- ・初期応力状態は、側圧係数1.0とし土被り500m相当の土圧として12.5MPaが作用する応力状態とする。
- ・地山の物性値は表-1のとおりであり、一軸圧縮強さと土被り圧から地山強度比を算出すれば0.13程度であり、掘削に伴い地山は塑性化する条件となる。

(2) 3次元解析条件

図-2に3次元解析モデルを示す。解析領域は掘削の対称性を考慮して1/4断面とし、境界条件は、トンネルが含まれない外周面を固定、含まれる側面をローラー境界とした。支保工は厚さ25cmの吹付けコンクリートを想定し、物性値は表-1に示す値とした。また、表-2に示すとおり弾性体または地山と同様に弾完全塑性体の2ケースを設定する。なお、弾性係数は、材齢による変化は考慮せず参考文献¹⁰⁾に示される値を採用し、降伏強度（一軸圧縮強さ）は、吹付けコンクリートの設計基準強度に相当する18MN/m²とした。一掘進長1mの全断面掘削とし、解析ステップは掘削と支保工設置のサイクルを繰り返すものとする。ただし、現象の大局的な傾向を見るため、切羽から支保工設置までの距離 e は、表-2に示すとおり0～30mの範囲にて設定する。なお、NATMのみならずTBM工法も検討対象に入れれば、 $e=10$ m程度は現実的な施工条件である。

(3) 比較結果

3次元解析結果のうち、支保工背面の地山要素の半径方向応力 $\sigma_r(a)$ と半径方向変位量 $U_r(a)$ に着目し、掘削過程におけるこれらの履歴と平衡点を、図-3に示す。また、理論解から求まる $\sigma_r(a)$ と $U_r(a)$ を表わす地山応答曲線を図-3に併記する。支保工を弾性体とした場合は、これまで国内外にて報告^{5), 6), 7)}されているように、3次元解析結果の平衡点は地山応答曲線上に位置しない。図中の点線はこれらの平衡点を結んだものである。地山応答曲線との差異は、切羽から支保工設置までの距離 e が30～10m程度の範囲では、 e の増加に伴い一旦増加し、 $e=10$ m以上となると再び減少する傾向にある。

一方で、支保工を弾完全塑性体とした3次元解析結果においては、地山応力と変位の平衡点（図中の○、△点）は、概ね地山応答曲線上に位置する。また、支保工は降伏しており内圧の増加が得られなくなったことで、平衡点より前の段階から地山応力 $\sigma_r(a)$ は一定値を示す。

表-1 地山と支保工物性値

		地山	支保工 ^{※2}
単位体積重量	γ (MN/m ³)	0.025	0
変形係数	E (MN/m ²)	1000	3400
ポアソン比	ν	0.3	0.2
粘着力	c (MN/m ²)	0.5	9.0 ^{※3}
内部摩擦角	ϕ (°)	25	0 ^{※3}
ダイラタンシー角	ψ (°)	5	0 ^{※3}
一軸圧縮強さ ^{※1}	q_u (MN/m ²)	1.57	18.0

※1: $q_u=2c \cdot \tan(45^\circ + \phi/2)$

※2: 3次元解析のみに使用

※3: 支保工が弾完全塑性体の場合

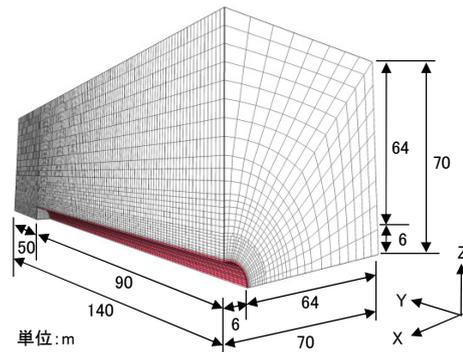


図-2 3次元解析モデル図

表-2 解析ケース

切羽から支保工設置までの距離 e (m)	支保工の力学モデル
0, 1, 5, 10, 20, 30	弾性体
1, 5	弾完全塑性体

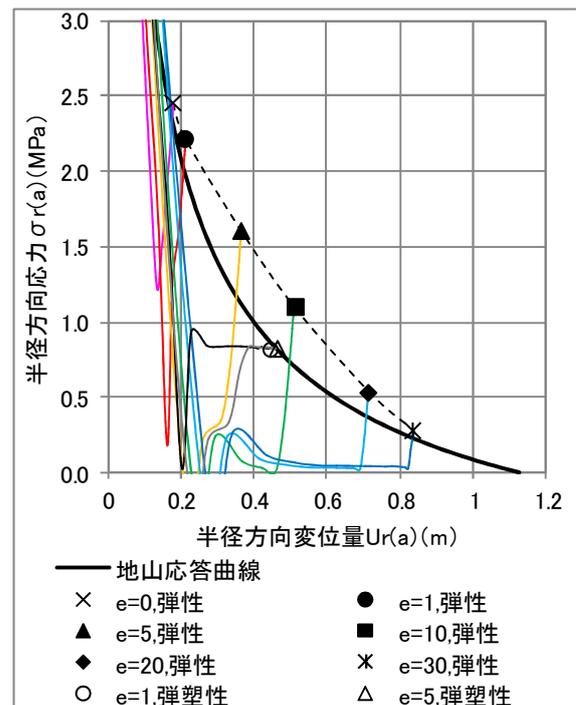


図-3 地山応力と変位の平衡点

理論解では、2次元平面ひずみ状態においてトンネル壁面に一定の支保工内圧が作用した状態を仮定し、地山応力と内圧の釣合から変位を求める。したがって、支保工が降伏する場合に限れば、掘削完了時の地山には支保工降伏強度に相当する一定の支保工内圧が作用しており、理論解で仮定される状態と同等にあることから、地山応答曲線上にて変位が収束したものとと言える。

3. 理論解と3次元解析解の差異に関する考察

前章にて、支保工を弾性体とした3次元解析の場合、地山応力と変位の釣合点は、地山応答曲線上を超える値にて平衡状態に達することを示した。本章では、この差異の原因と量について考察する。

(1) 差異の原因に関する考察

3次元解析結果のうち、支保工が弾性体かつ $e=5m$ のケースを例として、トンネル掘削過程における地山応力と変位の履歴、ならびに塑性域を図-4に示す。図-4の(a)はトンネル壁面から3m奥の地山要素について、掘削過程における地山応力の履歴を表わしたもので、また、(b)は支保工背面の地山要素における地山応力と壁面変位の履歴である。(c)はトンネル周辺地山の塑性領域を表わしたものである。縦軸の r/a はトンネル中心からの距離を掘削半径 a にて正規化したものである。

ここで、図中のA~C点は、下記に示す施工時期あるいは地山状態を表す。

- A点：支保工を設置した時期
- B点：塑性域（塑性半径）が最大となる時期
- C点：地山応力と変位が平衡に達した状態

図-4(b)によれば、切羽から支保工設置（A点）までの区間は、無支保区間であることから掘削面は自由面となり、地山の半径方向応力 σ_r は解放され0となる（図中の σ_r は要素中心の値であるため、 $\sigma_r \equiv 0$ ）。一方で、支保工設置後においては、 σ_r は増加傾向を示しており、これは支保工内圧による反力として地山応力 σ_r が再び増加している影響である。また、図-4(a)に示す $r/a=1.5$ 上の地山は、B~C点の区間において支保工内圧の増加に伴い地山応力 σ_r が増加し、地山の周方向応力 σ_t を最大主応力 σ_1 、半径方向応力 σ_r を最小主応力 σ_3 とする3軸圧縮状態に変化し再び弾性状態に戻る。

したがって、図-4(c)に示す地山の塑性半径は、切羽通過後からB点までに、最大で $r/a=2.30$ まで進展するものの、その後は支保工内圧の増加に伴い縮小し、C点では $r/a=1.25$ となる。トンネル掘削過程において、 $r/a=1.00\sim 1.25$ の領域はひとたび塑性化した後は塑性状態に留まり続ける領域であるのに対して、 $r/a=1.25\sim 2.30$ の領域は一度塑性化を経験するものの、平衡状態では弾性状態に戻る領域となる。以降、この一時的に塑性化した領域を、一時的塑性域と呼ぶ。なお、支保工を弾性体としたその他の解析ケースの塑性領域図を付録に示すが、切羽から支保工設置までの距離 e の違いにより一時的塑性域の規模は異なる。

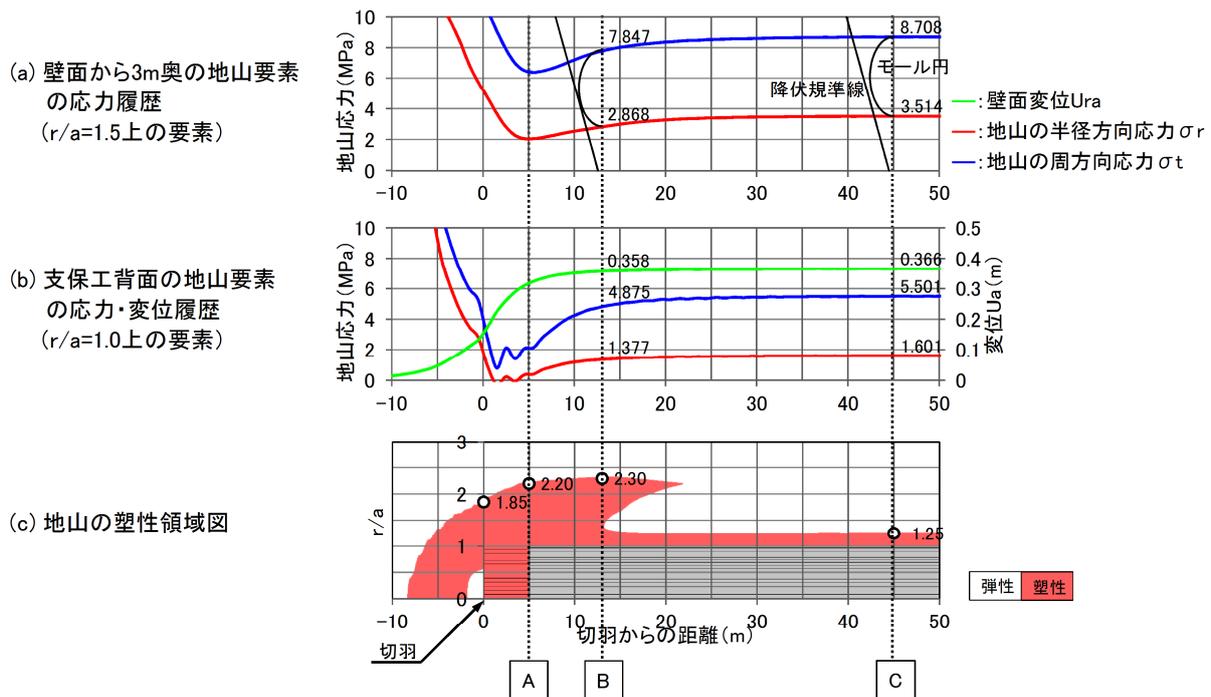


図-4 地山応力と変位の履歴・トンネル周辺の塑性領域

ここで、図-3に示す3次元解析結果には、逐次掘削に伴い発生した一時的塑性域内で生じた塑性ひずみが含まれている。つまり、3次元解析結果の場合では、図-4のC点は、塑性半径が最大となるB点までに生じた塑性化に起因する変位が含まれているものと考えられる。これに対して、平面ひずみ場を仮定した理論解（地山応答曲線）は、この一時的塑性域内の塑性ひずみを考慮していない。このため、3次元解析による平衡点は、理論解による平衡点より大きな変位を持っていると結論される。

(2) 差異の量に関する考察

理論解と3次元解析の平衡点の差異について、定量的な評価を試みる。図-4のB点とC点の状態を模式的に横断面で示すと、図-5(a)のようになる。B点（時期①）で塑性半径は、一旦 R_k まで拡がり、その後、支保工内圧の増加に伴い平衡状態となるC点（時期②）では R_s に縮小する。 $a < r < R_s$ が平衡状態での最終的な塑性域であり、 $R_s < r < R_k$ は一旦塑性化を経験した後、弾性状態に戻る一時的塑性域である。ここで、時期②において、一時的塑性域内の応力状態は弾性状態に戻っているが、時期①に経験した塑性ひずみは元に戻らずに残留している。この塑性ひずみに起因する変位を ΔU_p とする。

一方で、平面ひずみ状態を仮定した理論解では、一時的塑性域は表現されておらず、したがって、一時的塑性域内に残留している塑性ひずみも考慮されていない。そこで、図-5(b)に示すようなトンネル周辺地山に発生する塑性半径が R_k および R_s ($R_s < R_k$)となる平面ひずみ状態を考える。塑性半径が R_k である場合、 $R_s < r < R_k$ の範囲は塑性化していることから当該域内で生じる変位 ΔU_{E+P} は、式(1)に表すとおり弾性ひずみおよび塑性ひずみによる変位の和となる。また、塑性半径が R_s である場合、 $R_s < r < R_k$ の範囲は弾性状態にあり、当該域内で生じる地山変位 ΔU_E は、式(2)に表すとおり弾性ひずみのみによる変位となる。

図-5(a)の ΔU_p は、一時塑性域 $R_s < r < R_k$ に含まれる塑性ひずみによる変位であることから、図-5(b)の ΔU_{E+P} と

ΔU_E の差として表現可能と考える。 $U(r)$ の具体的な式形に理論解^{8),9)}を代入すれば式(3)のとおりである。

$$\Delta U_{E+P} = \int_{R_s}^{R_k} \varepsilon_{E+P} dr = U_{E+P}(R_k) - U_{E+P}(R_s) \quad (1)$$

$$\Delta U_E = \int_{R_s}^{R_k} \varepsilon_E dr = U_E(R_k) - U_E(R_s) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Delta U_P &\doteq \Delta U_{E+P} - \Delta U_E \quad (3) \\ &= \frac{P_0}{2G} \left\{ R_s \left[A + D \left\{ B \left(\frac{R_s}{R_k} \right)^{-K_{ps}-1} + C \left(\frac{R_s}{R_k} \right)^{K_p-1} \right\} \right] \right. \\ &\quad \left. - R_k \{ A + D(B+C) \} \right. \\ &\quad \left. - \left(1 - \frac{\sigma_{re}}{P_0} \right) R_s^2 \left(\frac{1}{R_s} - \frac{1}{R_k} \right) \right\} \end{aligned}$$

式(3)中のA~Dは、以下の式で表せる。

$$A = (2\nu - 1) \left(1 + \frac{q_u}{P_0} k_p \right), \quad B = \frac{(1-\nu)(K_p^2 - 1)}{K_p + K_{ps}} \quad (4)$$

$$C = (1-\nu) \frac{K_p K_{ps} + 1}{K_p + K_{ps}} - \nu, \quad D = \frac{2(P_0 + q_u k_p)}{P_0(k_p + 1)}$$

また、式(3)および(4)中の記号は下式にて与える。

$$K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}, \quad k_p = \frac{1}{K_p - 1} \quad (5)$$

$$K_{ps} = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}, \quad \sigma_{re} = \frac{P_0}{K_p + 1} \left(2 - \frac{q_u}{P_0} \right)$$

ここに、 P_0 : 初期地圧(MPa)

R_k : 時期①における塑性半径(m)

R_s : 時期②における塑性半径(m)

G : せん断弾性係数(MN/m²)

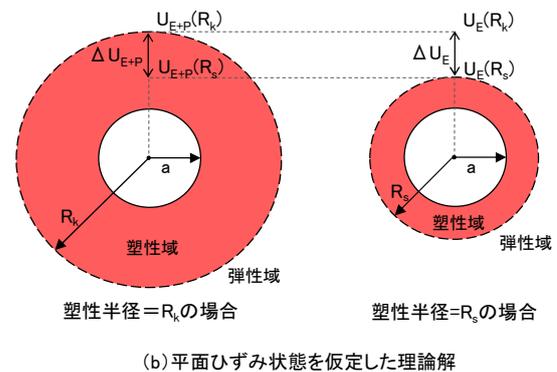
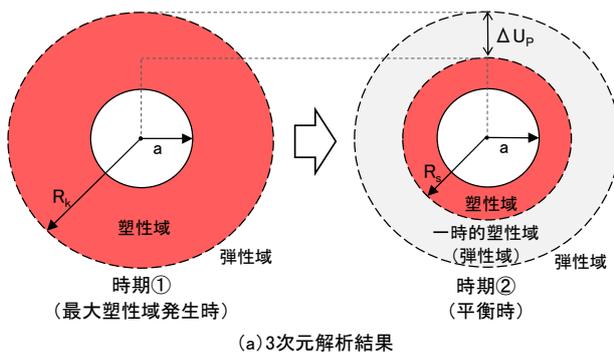


図-5 地山の一時的塑性領域

表-3に、トンネル半径方向変位量として、3次元解析で得られた $U_r(a) |_{3D}$ と、理論解で得られる $U_r(a) |_{2D}$ 、ならびに式(3)で求められる ΔU_p を示す。なお、これらは、支保工を弾性体として切羽から支保工設置までの距離 e を0~30mとした場合の結果である。また、表-3に示す値をグラフにすると図-6となる。図中の○印は3次元解析結果を、×印は理論解による変位量 $U_r(a) |_{2D}$ に一時的塑性域の発生に伴う残留変位 ΔU_p (式(3))を加えた点である。表-3および図-6に見られるように、 $U_r(a) |_{3D}$ と $U_r(a) |_{2D} + \Delta U_p$ は非常に近い値となっている。また、切羽から支保工設置までの距離 e の増加に伴い、地山応答曲線との差異が一旦増加しその後減少する傾向も再現されている。

もちろん、理論解と3次元解析結果の差異には、これ以外の要因も考えられる。例えば、 $a < r < R_k$ や $R_k < r$ の領域内で生じたひずみ量の差異も影響する。また特に塑性半径が R_k となる時期①については、平衡に達していない状

表-3 3次元解析値と理論解との差異量

e (m)	3次元解析結果				理論解より算出		
	$\sigma_r(a)$ (MPa)	R_k (m)	R_s (m)	$U_r(a) _{3D}$ (m)	$U_r(a) _{2D}$ (m)	ΔU_p (m)	$U_r(a) _{2D} + \Delta U_p$ (m)
0	2.455	1.75	1.35	0.178	0.166	0.018	0.184
1	2.227	1.85	1.25	0.212	0.186	0.041	0.227
5	1.601	2.30	1.25	0.366	0.264	0.130	0.394
10	1.100	2.50	1.30	0.512	0.370	0.142	0.512
20	0.543	3.00	1.60	0.715	0.594	0.159	0.753
30	0.279	3.10	1.85	0.840	0.789	0.114	0.903

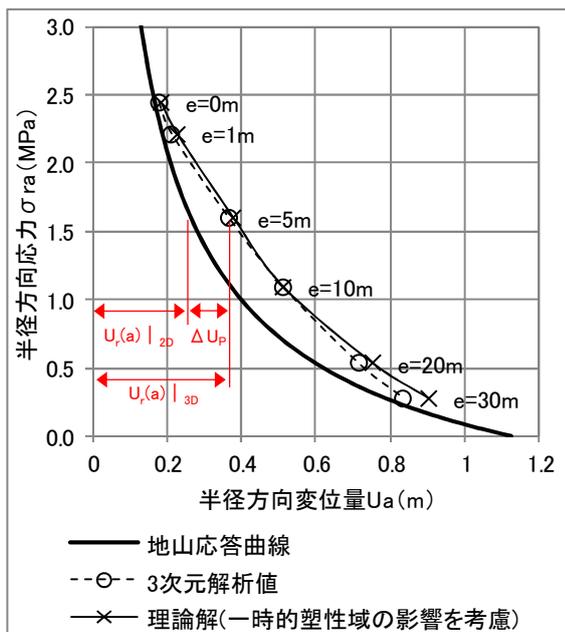


図-6 一時的塑性域の影響を考慮した地山応力と変位の平衡点

態に対して、平面ひずみ状態を仮定した式を準用しているなどの誤差も含まれる。しかし、式(3)から求めた差異を考慮することで、3次元解析結果との非常に良い近似を得られており、理論解と3次元解析結果の差異の量を概ね説明できることが示された。多くのケースで定量的に説明できたことによって、一時的塑性域が、理論解と3次元解析の差異の主たる原因であることが裏付けられたと考える。

4. まとめ

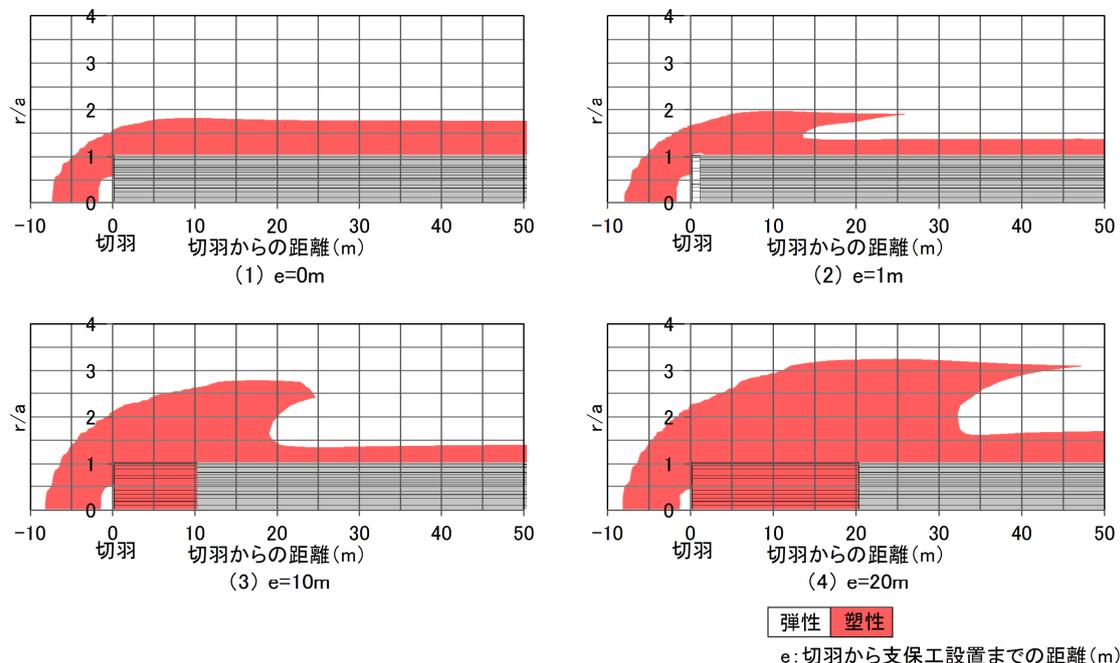
本検討から得られた知見を以下に示す。

- ①国内外にて報告されているように、逐次掘削を再現した3次元解析から得られたトンネル壁面近傍の地山の最終的な応力と変位は、平面ひずみ状態を仮定した理論解から得られる地山応答曲線上で平衡状態に達しないことを確認した。ただし、これは支保工を弾性体とした場合のみの現象である。一方で、支保工を弾完全塑性体とした場合にて、支保工が降伏し支保工内圧が一定に保たれる条件に限れば、地山応答曲線上にて平衡状態に達することが認められた。
- ②3次元解析結果のうちトンネル周辺の地山応力の履歴および塑性領域図から、切羽周辺にて一時的に塑性域が拡大し、支保工設置後は支保工内圧の増加に伴い塑性域は縮小する現象が確認された。ただし、支保工を設置する時期によって、一時的に塑性化する地山の規模は異なる。この一時的塑性域の発生原因として、トンネル壁面近傍の地山は、切羽面～支保工設置前にて拘束圧が減少し塑性化が進展し、支保工設置後では支保工内圧の増加に伴い、その反力として地山応力も増加し3軸圧縮状態となり、再び弾性状態に戻ったためであることを示した。
- ③前述した3次元解析結果と理論解による地山応答曲線との差異は、掘削過程において一時的塑性域内で生じた変位によることを示した。さらに、この差異の量を理論解^{8),9)}を用いて簡易的に算出した結果、良好な近似解を得ることができた。

今後は、より広範な地山条件や、切羽から支保工設置までの距離、あるいは支保工剛性等に対する検討を実施し、一時的塑性域の規模やこれに起因する理論解との差異の量を、より詳細に分析していきたい。検討結果をもとに、トンネル変形量の予測や支保工設計の合理的な手法の構築の一助としたい。

付録

3次元解析結果による地山の塑性領域図 (支保工を弾性体としたケース)



参考文献

- 1) H.Kastner (金原弘 訳) : トンネルの力学, pp.37-64, 森北出版株式会社, 1974.
- 2) E. Hoek, E.T. Brown (小野寺透, 吉中龍之進, 齊藤正忠, 北川隆 共訳) : 岩盤地下空洞の設計と施工, pp.179-191, 土木工学社, 1985.2.
- 3) 福島啓一 : わかりやすいトンネルの力学, pp.50-60, 土木工学社, 1994.
- 4) 今田徹 : 山岳トンネル設計の考え方, pp.61-126, 土木工学社, 2010.
- 5) F.Amberg : For a correct interpretation of ground of reaction curves, *12th Congress of ISRM*, Beijing China, pp16-21, 2011.
- 6) L.Cantiemi, G.Anagnostou : The Effect of the Stress Path on Squeezing Behavior in Tunneling, *Rock Mechanics and Rock Engineering* 42, pp.289-318, 2009.
- 7) 熊坂博夫 : 切羽と吹付けコンクリート支保の距離が支保工特性曲線に及ぼす影響について, *トンネル工学研究論文集*, 第18巻, pp.11-20, 2008.11
- 8) Salencon, J. : Contraction Quasi-Statique D'une Cavite a Symetrie Spherique Ou Cylindrique Dans Un Milieu Elasto-Plastique, *Annales Des Ponts Et Chaussées*, Vol.4, pp.231-236, 1969.
- 9) ITASCA : FLAC Fast Lagrangian Analysis of Continua Verification Problems, pp.3-1,2,3, 2002.
- 10) 独立行政法人 鉄道建設・運輸施設整備支援機構 : 山岳トンネル設計施工標準・同解説, 2008.4

THE GROUND BEHAVIOR CONSIDERING TEMPORARY PLASTIC ZONE AROUND THE TUNNEL FACE

Tetsuya KANEKO, Takeyuki ICHIDA and Nobutaka OHARA

Recently, many papers have pointed out that there exists the deviation between the equilibrium point, for the ground displacement and the tunnel support pressure, by 3-dimensional numerical calculation and that by 2-dimensional analytical solution obtained under the assumption of plain strain state, such as the ground response curve. In this paper, the authors focus the phenomenon that the decrease of confining stress around the tunnel face leads the development of the plastic zone temporarily. The deviation above is shown by the plastic strain within the temporary plastic zone, which is not described by the plain strain analysis. The quantity of the deviation is also approximately formulated.