

岩石の一軸圧縮強さと弾性波速度の関係のモデル化

高橋 亨^{1*}・田中 莊一¹

¹公益財団法人深田地質研究所（〒113-0021 東京都文京区本駒込2-13-12）

*E-mail: takahashi@fgi.or.jp

岩石の一軸圧縮強さを弾性波速度から合理的に推定する手法の開発を目的に、一軸圧縮強さと間隙率および弾性波速度と間隙率、それぞれを岩石物理モデルで表し、それらを組み合わせることによって一軸圧縮強さと弾性波速度の関係をモデル化した。このモデルを、国内のダム堤体の材料試験で得られた様々な種類の岩石の一軸圧縮強さと超音波速度測定データに適用し、その適用性を評価した。その結果、一軸圧縮強さの最大値を弾性波速度から推定できる可能性を示すことができた。

Key Words : *unconfined compressive strength, seismic velocity, rock physics model*

1. はじめに

トンネル、ダム、地下空洞等の土木構造物の設計や施工に当たっては、対象とする岩盤の変形や強度特性を把握する必要がある。これらの物性は、調査サイトに掘削されたボーリング孔を利用した原位置試験や岩石コアの室内試験によって測定され、地質・岩盤分類に基づいてサイトあるいはルート全体の物性モデルとして拡張、利用されるのが一般的である。しかしながら、数少ないボーリング地点での測定データに基づいたモデル化では、特に複雑な地質構造を有するサイトなどでは、その精度や信頼性に問題が生じる場合がある。

物理探査は広域の地下構造や物性を非破壊的かつ経済的に調査できる特長を有する。そのため、物理探査で得られる弾性波速度等の物性から変形係数や強度を推定することができれば、より効率的かつ精度の高い岩盤の力学モデルの構築が可能になると考えられる。そこで古くから、弾性波探査で得られる弾性波速度と原位置試験や岩石コアの室内試験で測定される変形係数や強度との相関関係や一般に知られた経験式等を利用して弾性波速度から変形係数や強度を推定する手法が用いられている¹⁾。しかしながら、一般に数量の少ないデータに基づく相関式や適用地質に制約の多い経験式では、推定精度や汎用性の面で課題がある。

そこで、筆者たちは、より合理的に弾性波特性から岩盤の変形係数や強度を推定することを目的に、岩石物理モデル²⁾を利用して変形係数や強度と弾性波速度との関

係をモデル化する検討を行っている。変形係数（静的ヤング率）については、弾性波速度のモデル化に利用されている既存の粒状媒質モデルに粒子間のすべりの概念を導入することにより、歪領域の大きい静的ヤング率をモデル化し、弾性波速度と静的ヤング率を同じモデルで表すことができることを示した⁴⁾。圧縮強さについては、三軸圧縮強さと弾性波速度の関係を同じく粒状媒質モデルで表し、堆積岩に対して得られた速度検層データや室内超音波速度と圧縮強さとの関係に適用し、その有効性を示した⁵⁾。

本研究では、さらに岩石の強度に関する基本物性として設計や施工に不可欠な一軸圧縮強さと弾性波速度との関係をモデル化することを目的に、一軸圧縮強さの持つ基本的な性質について調べた上で、三軸圧縮強さの場合と同じ手法でモデル化を試みた。そのモデルを国内のダムの堤体材料の室内試験で得られた一軸圧縮強さと超音波速度データに適用し、その適用性の評価を行った。

2. モデル化で着目する一軸圧縮強さの特性

図-1は、本研究で使用したダムの堤体材料の室内試験で得られた火山砕屑岩（主に、凝灰岩）の一軸圧縮強さと間隙率の関係をプロットしたものである。試験は同一仕様で実施されたにもかかわらず、同じ間隙率の一軸圧縮強さにおいてもばらつきが大きいことがわかる。特に間隙率の小さいものほど大きく、最大で50～350MPaと7

倍にも及ぶ範囲にばらついている。このばらつきの多くは岩石試験時における供試体の作成あるいは試験段階での人為的な要因によるものであると考えられているが、岩石材料固有のばらつきによっても生じていると考えられている⁹⁾。

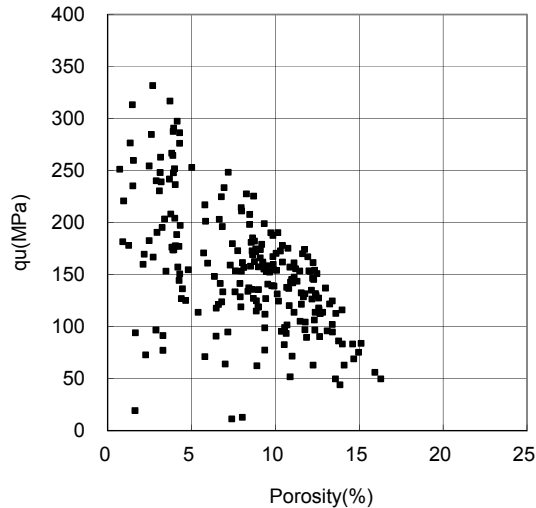


図-1 一軸圧縮強さと間隙率の関係（火山砕屑岩）

しかしながら、佐野ほか(1987)⁷⁾は、人為的なばらつきを極力低減させるように注意深く試験を行えば、ばらつきは大幅に低減させることができることを示した。図-2は、彼らが示した注意深い試験によって得られた一軸圧縮強さの分布とそうでない場合の結果を重ねて示したものである。注意深い試験では157MPaにピークを持つ幅の狭い範囲に強度が得られているが、そうでない試験では、145MPa付近にピークを持ち75MPa～165MPa程度の範囲に広がる分布になっていることがわかる。さらに、いずれの場合にも上限値を持つような非対称な分布を示していることを指摘しており、岩石本来の一軸圧縮強さは測定された値の最大値に近い値とすべきであることを示唆している。この非対称性は、材料の破壊強度である一軸圧縮強さのもつ本質的な性質を示していると思われる。岩石中に潜在するマイクロクラックが圧縮の過程で成長、集結して破壊に至ると考え、このモデル化に破壊現象の説明に利用されるパーコレーション理論の適用可能性を示唆した研究例もある⁸⁾。筆者達も同様な考えに基づいたモデル化についても検討しているが⁹⁾、本研究でのモデル化ではそこまでは立ち入らず、同一状態の岩石の測定値の最大値が岩石固有の一軸圧縮強さを表すということだけに着目する。つまり、ここでは試験で得られる一軸圧縮強さの最大値と弾性波速度との関係をモデル化する。

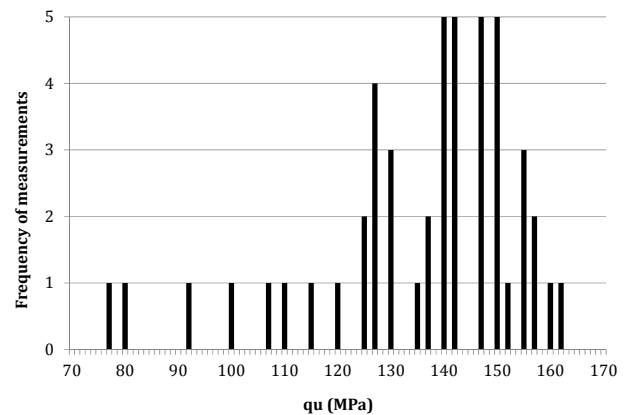
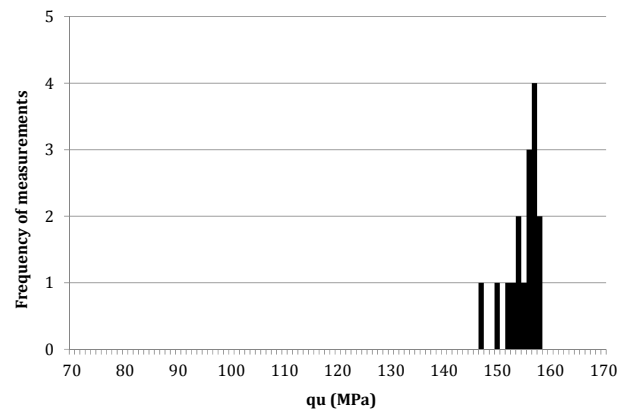


図-2 花崗岩の一軸圧縮強さの測定例（上：精密測定，下：通常測定）（佐野ほか(1987)⁷⁾のFig. 6, Fig.10を改変）

3. 一軸圧縮強さと弾性波速度の関係のモデル化

高橋・田中(2013)⁵⁾（以後、前報という）同様、ここでも岩石の一軸圧縮強さの最大値（以後、単に一軸圧縮強さという）を(1)式で表す¹⁰⁾。

$$q_u = 2c \cdot \tan\left(45 + \frac{\phi}{2}\right) \quad (1)$$

ここに、 q_u は一軸圧縮強さ、 c と ϕ はそれぞれ、粘着力と内部摩擦角である。

また、任意の間隙率に対する一軸圧縮強さを有効媒質モデルの1つである頁岩質砂岩モデル¹¹⁾で表す。このモデルは、岩石が力学的強度の大きい砂岩（後述の実例では珪岩）と小さい頁岩の2種類の岩石から構成されていると仮定し、その構成比を変化させることにより様々な強度を有する岩石を表すモデルである。ここでは、頁岩の構成比を f ($0 < f < 1$) で表し、(2)式に示す一般化したVoigt-Reuss-Hill³⁾の平均式（以後、VRHモデル）で表す。

$$\overline{q_u} = \omega \left\{ (1-f)q_{u1} + fq_{u2} \right\} + (1-\omega) \left(\frac{1-f}{q_{u1}} + \frac{f}{q_{u2}} \right)^{-1} \quad (2)$$

$$\phi = \phi_c \cdot f$$

ここに、 $\bar{q}_u$ は、間隙率 ϕ の岩石の一軸圧縮強さ、 q_{u1} と q_{u2} はそれぞれ、間隙率がゼロの砂岩と間隙率が最大（臨界間隙率 ϕ_c と呼ぶ）の頁岩の一軸圧縮強さを表す。

ω は、ここでは平均化指数とよぶ定数であり、 $0 < \omega < 1$ の値をとる、平均化指数は、Voigtモデル（(2)式の右辺第1項）とReussモデル（(2)式の右辺第2項）の割合を示す値であり、岩種によって異なる物性変化のパターンを表すためのモデルパラメータとして導入する。（1）式と（2）式を使うことにより、任意の間隙率の岩石の一軸圧縮強さを計算することができる。

一方、同じ頁岩質砂岩モデルを用いて弾性波速度と間隙率の関係をモデル化することができる¹²⁾。ここでは、砂岩と頁岩から構成される岩石の弾性波速度の計算に必要な体積弾性率と剛性率を（3）式に示すHashin-Shtrikmanの式により計算する³⁾。その際、間隙率ゼロの岩石の体積弾性率と剛性率は砂岩のそれぞれの値を用いる。最大（臨界）間隙率の岩石の体積弾性率と剛性率は、頁岩のそれぞれの値をもとに（4）式に示すHertz-Mindlinの式¹³⁾により計算する。

$$K = \alpha \left\{ \left(\frac{\phi}{K_{HM} + \frac{4}{3}G_s} + \frac{1-\phi}{K_s + \frac{4}{3}G_s} \right)^{-1} - \frac{4}{3}G_s \right\} + (1-\alpha) \left\{ \left(\frac{\phi}{K_{HM} + \frac{4}{3}G_{HM}} + \frac{1-\phi}{K_s + \frac{4}{3}G_{HM}} \right)^{-1} - \frac{4}{3}G_{HM} \right\}$$

$$G = \alpha \left\{ \left(\frac{\phi}{G_{HM} + Z_s} + \frac{1-\phi}{G_s + Z_s} \right)^{-1} - Z_s \right\} + (1-\alpha) \left\{ \left(\frac{\phi}{G_{HM} + Z_{HM}} + \frac{1-\phi}{G_s + Z_{HM}} \right)^{-1} - Z_{HM} \right\}$$

$$Z_s = \frac{G_s}{6} \left(\frac{9K_s + 8G_s}{K_s + 2G_s} \right)$$

$$Z_{HM} = \frac{G_{HM}}{6} \left(\frac{9K_{HM} + 8G_{HM}}{K_{HM} + 2G_{HM}} \right)$$

$$K_{HM} = \left\{ \frac{n^2(1-\phi_0)^2 G_{clay}^2}{18\pi^2(1-\nu_{clay})^2} P \right\}^{\frac{1}{3}}$$

$$G_{HM} = \left\{ \frac{5-4\nu_{clay}}{5(2-\nu_{clay})} \right\} \left\{ \frac{3n^2(1-\phi_0)^2 G_{clay}^2}{2\pi^2(1-\nu_{clay})^2} P \right\}^{\frac{1}{3}} \quad (4)$$

ここに、 K 、 G は間隙率が ϕ の岩石の体積弾性率と剛性率である。 K_s 、 G_s 、 K_{clay} 、 G_{clay} がそれぞれ、砂

岩と頁岩の体積弾性率と剛性率である。 ν_{clay} は頁岩のポアソン比で、 K_{clay} 、 G_{clay} から計算される。 ϕ_0 が頁岩の臨界間隙率、 n が配位数、 p が拘束圧である。 α は、Hashin-Shtrikmanの上限式（(3)式の K 、 G の右辺第1項）と下限式（(3)式の K 、 G の右辺第2項）の割合を決める平均化指数で、 $0 < \alpha < 1$ の値をとる。（2）式の ω 同様、岩種によって異なる物性変化のパターンを表すモデルパラメータとして導入する。

上述のようにして、一軸圧縮強さと間隙率および弾性波速度と間隙率の2つのモデルが得られると、それらを組み合わせることにより、一軸圧縮強さと弾性波速度のモデルが得られる。

4. 実データへの適用と評価

解析に使用したデータは、国土交通省管内の18カ所のダムので体の材料試験で得られた物性データである¹⁴⁾。物性値としては、密度（自然、乾燥、湿潤）、有効間隙率（以後、間隙率）、含水比、超音波速度測定によるP波、S波速度、圧縮試験による一軸圧縮強さ（一部、三軸圧縮強さ）と静弾性係数（変形係数）、共振法による動弾性係数データが得られている。本研究では、採取された試料の岩種を、火山岩（安山岩、玄武岩等）、火山砕屑岩（主に凝灰岩）、深成岩（花崗岩、斑レイ岩等）、堆積岩（砂岩、泥岩等）の4種類に分け、上記物性のうち、超音波速度測定によるP波速度と一軸圧縮強さを間隙率との関係でモデル化し、その2つのモデルを組み合わせP波速度と一軸圧縮強さとの関係のモデルを得た。以下、火山砕屑岩を例にモデル化の流れを説明し、最後に他の岩種に対する結果をまとめて示す。

図-3は、火山砕屑岩の一軸圧縮強さと間隙率のデータをもとに、（1）、（2）式に従って一軸圧縮強さの最大値をモデル化した結果である。この計算に使用したパラメータを表-1に示す。ここでは、珪岩と頁岩の粘着力と内部摩擦角の値を使用した。これらの値はGoodman(1989)¹⁰⁾のTable 3.3に記載されている値を参考にした。頁岩の間隙率（臨界間隙率）としては、実測データに従って、0.25（25%）を使用した。VoigtモデルとReussモデルの割合を示す平均化指数は0.9（ほとんどVoigtモデル）で、図のような最適な適合が得られた。後述する図-6に示すが、他の岩種のデータについてもその他のモデルパラメータは同一の値を使用した。平均化指数は岩種毎に異なる値となった。このことは、このパラメータによって岩種の違いを表すことが可能であることを示している。

図-4は、火山砕屑岩についてP波速度と間隙率のデータをもとに、両物性の関係をモデル化した結果である。表-2にモデル計算に使用したパラメータを示す。ここで

も、Mavko et al. (2009)³⁾のTable A.4.1を参考に、珪岩（ここでは砂岩とした）と頁岩の体積弾性率と剛性率を用いた。配位数は、一般に利用される間隙率と配位数の関係式¹⁵⁾を用いて臨界間隙率0.25に対して12とした。平均化指数は0.6で最適な適合が得られた。Hertz-Mindlinの式（(4)式）の拘束圧は、地表付近で採取された岩石試料であるので、小さい値(100kPa)とした。

これら2つのモデルを組み合わせ、一軸圧縮強さとP波速度の関係をモデル化した結果を実測値とともに図-5に示す。この結果は、岩石物理モデルを用いることにより、P波速度から一軸圧縮強さの最大値を推定することが可能であることを示している。

火山砕屑岩以外の3種類の岩種(火山岩、深成岩、堆積岩)のデータに対するモデル化の結果を図-6に示す。データのばらつきにより若干のずれはあるものの、いづれの岩種についても低速度から高速度の広い範囲においてP波速度から一軸圧縮強さの最大値を推定可能なことがわかる。なお、計算に使用したパラメータは、平均化指数以外は火山砕屑岩の場合と同じである。

図中には、岩種毎に一軸圧縮強さと間隙率、ならびに弾性波速度と間隙率のモデル化に使用した平均化指数を示す。これらの結果は、火山砕屑岩や火山岩では平均化指数は大きめの値、つまりVoigtモデルに近く、深成岩と堆積岩では小さめの値、つまりReussモデルに近いモデルで表されることを示している。Voigtモデルは複数の材料物性の算術平均、Reussモデルは調和平均であることから、Voigtモデルではより固い物性を有する材料に全体の物性が支配される。一方、Reussモデルでは弱い材料に支配されることになる。このことから、Voigtモデルでは間隙率が小さい領域では間隙率による物性の低減率が小さいが、Reussモデルでは大きい。これを岩石中にある流体（気体を含む）で満たされた間隙の形状で考えると、球形の間隙が多いと、間隙自身の力学的強度が大きく、間隙流体の影響を受けにくいので、多少の間隙の増加でも岩石全体の物性の変化は少ない。一方、平たい間隙が多いと間隙流体の影響を受けやすく岩石全体の物性の変化はより大きくなる。一般に、凝灰岩や安山岩に代表されるように火山砕屑岩や火山岩はより球形に近い間隙が多く、花崗岩や泥岩に代表されるように深成岩や堆積岩はより平たい間隙が多いと考えると、上記モデルが説明できる。すなわち、平均化指数を使用することによって、岩種の違いを数値化できる可能性が示されたわけであるが、この点については今後多くのデータへの適用を通じてさらに検討が必要であると考え。

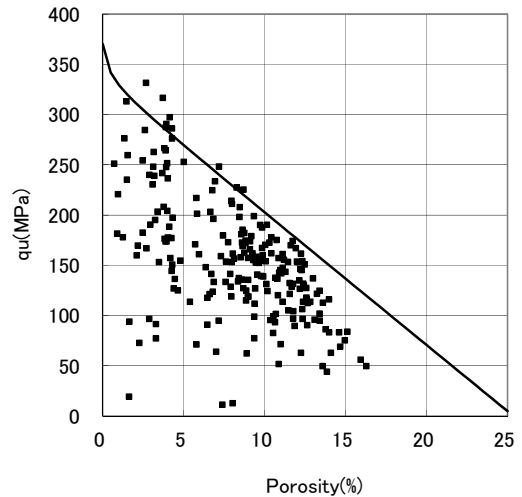


図-3 一軸圧縮強さと間隙率の関係
(点：実測値，実線：モデル計算値)

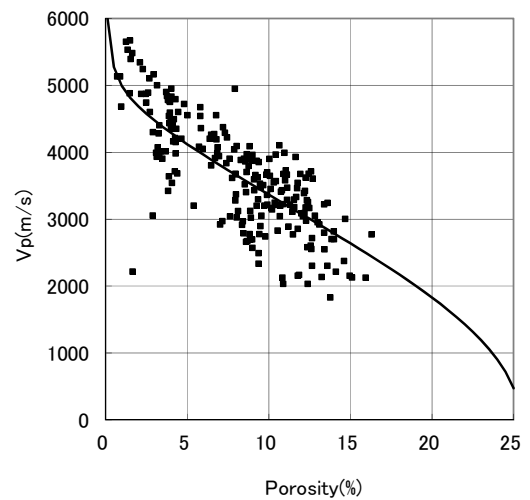


図-4 P波速度と間隙率の関係
(点：実測値，実線：モデル計算値)

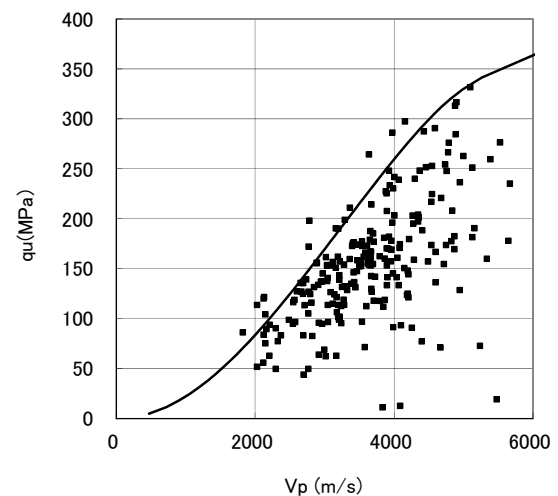


図-5 一軸圧縮強さとP波速度の関係
(点：実測値，実線：モデル計算値)

表-1 モデル計算に使用した物性

Rock type	C (MPa)	ϕ (degree)
Quartzite	70.6	48
Shale	2.1	7.5

表-2 モデル計算に使用した物性

Physical property	Value
Bulk modulus of Sandstone	36.6 GPa
Shear modulus of Sandstone	45.0 GPa
Bulk modulus of Shale	21.0 GPa
Shear modulus of Shale	7.0 GPa
Critical porosity	0.25
Coordination number	12

5. まとめと今後の課題

弾性波探査で得られる動的な弾性係数から工学的に重要な変形係数や強度を合理的に推定することができれば、設計・施工に必要な広域での岩盤の力学モデルを効率的且つ精度よく構築することができる。そこで、本研究では、弾性波探査で得られる弾性波速度から一軸圧縮強さを合理的に推定する手法の開発を目的に、ダム の 堤 体 の 材 料 試 験 で 得 ら れ た 超 音 波 速 度 (P 波) と 一 軸 圧 縮 強 さ データを用いてモデル化の検討を行った。

モデル化の前に一軸圧縮強さの基本的な特性を調べ、一軸圧縮強さの測定値の最大値をモデル化することが適当であることを確認した。その上で、岩石物理モデルの1つとして利用されている頁岩質砂岩モデルを利用して一軸圧縮強さと間隙率の関係およびP波速度と間隙率の関係をモデル化し、両モデルを組合せることにより、P波速度と一軸圧縮強さの関係を表すモデルを求めた。そのモデルを、火山岩、火山砕屑岩、深成岩、堆積岩の4種類に分類した岩石試料に対する一軸圧縮強さとP波速度の実測値に適用した。その結果、岩石物理モデルを用いることによって、P波速度から一軸圧縮強さの最大値を推定できることがわかった。その際、モデルパラメータの1つである平均化指数を用いて岩種を分類できる可能性も示すことができた。

高橋・田中(2012)⁴⁾で報告した変形係数(静的ヤング率)と合わせて、岩石物理モデルを利用することにより、いわゆる歪レベルの小さい領域での弾性波特性から工学的に重要な歪レベルの大きい領域での力学特性を推定できる可能性を示すことができたと考えられる。今後は、さらに多くの実データへの適用を通じて、モデルの適用限界を把握するとともに、精度や信頼性についても検討を行っていききたい。

参考文献

- 1) 須藤宏, 田中利和, 近藤達敏: 山岳トンネル地質調査における弾性波速度による変形特性評価, 日本応用地質学会研究発表会講演論文集 345-346, 2005.
- 2) Zhang, L.: *Engineering properties of rocks*, Elsevier, 2005.
- 3) Mavko, G., Mukerji, T. and Dvorkin, J.: *The Rock Physics Handbook 2nd ed.*, Cambridge Univ. Press, 2009.
- 4) 高橋亨, 田中莊一: ロックフィジックスをベースにした堆積岩の動的および静的弾性係数のモデル化, 材料, Vol. 61, No. 3, pp.228-232, 2012.
- 5) 高橋亨, 田中莊一: ロックフィジックスを利用した岩石の圧縮強度と弾性波速度の関係のモデル化, 第13回岩の力学国内シンポジウム, 2013.
- 6) 山口梅太郎, 西松裕一: 岩石力学入門(第3版), 東京大学出版会, 1991.
- 7) 佐野修, 工藤洋三, 古川浩平, 中川浩二: 岩石の一軸圧縮強度実験結果のばらつきに関する研究, 土木学会論文集, 第388号/III-8, 1987.
- 8) Oda, M., Katsube, T., Takemura, T.: Microcrack evolution and brittle failure of Inada granite in triaxial compression tests at 140MPa, *J. Geophys. Res.*, 107(B10), 9-1-9-17, 2002.
- 9) 高橋亨・田中莊一: 地盤工学における物理探査データのロックフィジックスをベースにした解釈技術に関する研究(その4)ー堆積岩の静的ヤング率と一軸圧縮強度のモデル化ー, 深田地質研究所年報, No.11, 2010.
- 10) Goodman, R. E.: *Rock Mechanics*, 2nd ed., John Wiley & Sons, 1989.
- 11) Avseth, P., Mukerji, T. and Mavko G.: *Quantitative Seismic Interpretation*, Cambridge Univ. Press, 2005.
- 12) 高橋亨・田中莊一: ロックフィジックスをベースにした浅層物理探査データの解釈技術に関する研究ー堆積性軟岩の岩石モデル解析ー, 物理探査, Vol. 62, No. 4, 437-446, 2012.
- 13) Mindlin, R. D.: Compliance of elastic bodies in contact, *J. Appl. Mech.*, 16, 259-268, 1949.
- 14) 高橋亨, 稲崎富士: 地盤物性データベース「KuniJiban」整備を目的とした岩石物性データの収集と分析, 物理探査学会第123回学術講演会講演集, pp.9-12, 2010.
- 15) Murphy, W. F. III: Effects of microstructure and pore fluids on the acoustic properties of granular sedimentary materials, *Ph.D. dissertation*, Stanford University, 1982.

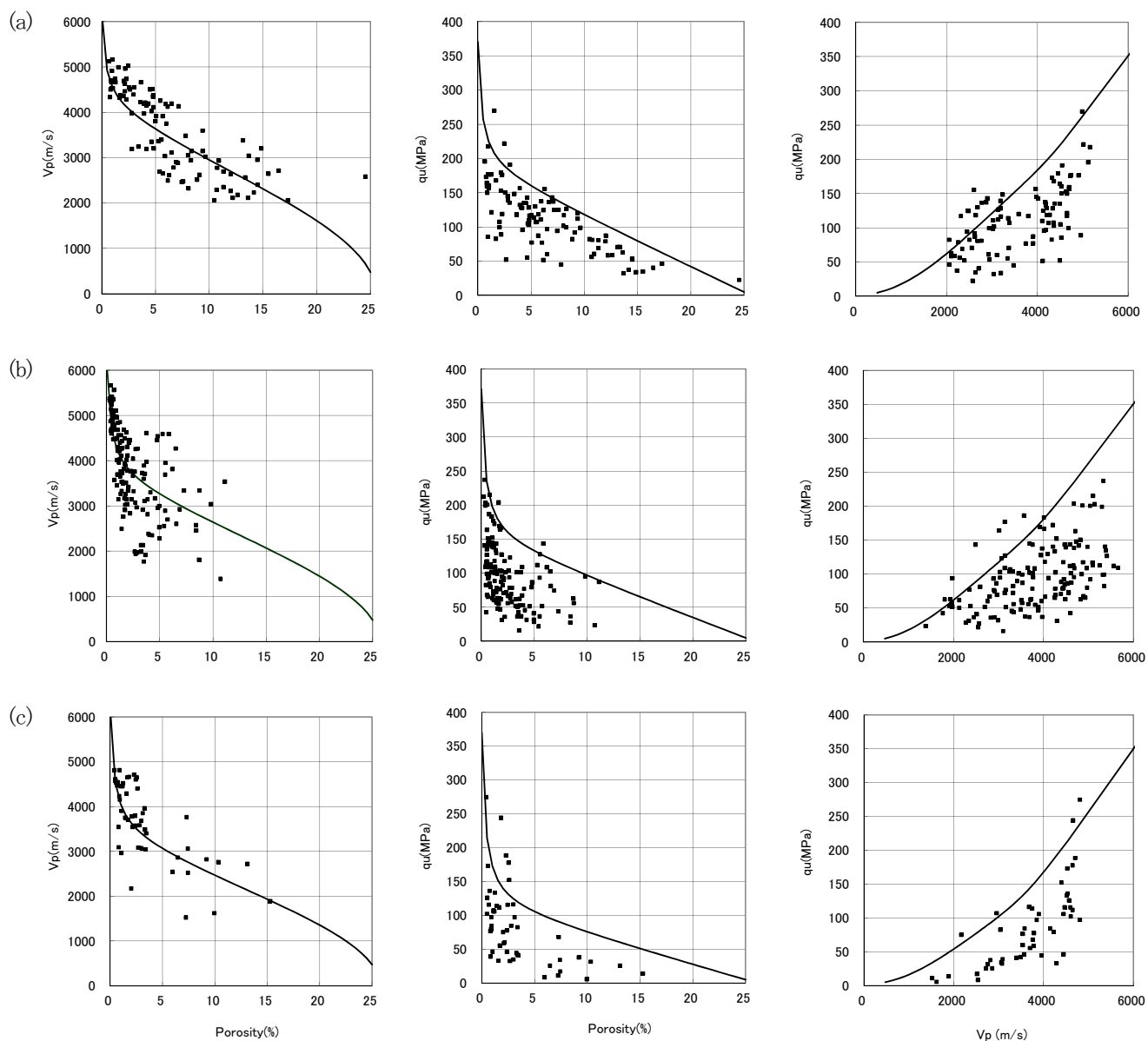


図-6 火山岩(a), 深成岩(b), 堆積岩(c)に対するモデル化の結果

左列：P波速度と間隙率の関係，中列：一軸圧縮強さと間隙率の関係，右列：一軸圧縮強さとP波速度の関係

点：実測値，実線：モデル計算値

平均化指数(ω , α): 火山岩(0.5, 0.45), 深成岩(0.4, 0.35), 堆積岩(0.3, 0.3)

MODELING OF THE UNCONFINED COMPRESSIVE STRENGTH – SEISMIC VELOCITY RELATIONSHIP OF ROCKS

Toru TAKAHASHI and Soichi TANAKA

For developing a method to rationally estimate the unconfined compressive strength (UCS) of rocks from seismic velocity, we have studied rock physics models. Two effective medium models for UCS – porosity and seismic velocity – porosity relationships are combined for modeling the UCS – seismic velocity relationship. This model is applied to UCS and ultrasonic velocity measurement data in the laboratory for various types of rocks sampled in dam sites in Japan for evaluating its applicability. This application proves that the proposed model can be used for estimating the maximum unconfined compressive strength of rocks from seismic velocity.