# マルチスケール解析による非均質岩盤 の力学特性評価

## 加藤 準治1\*・寺田 賢二郎<sup>1</sup>・京谷 孝史2

#### 1東北大学 災害科学国際研究所 (〒980-0845 仙台市青葉区荒巻字青葉468-1) 2東北大学大学院工学研究科土木工学専攻(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06) \*E-mail: jkato@civil.tohoku.ac.jp

本研究では、ミクロスケールにおける岩石の塑性挙動および引張・圧縮強度特性を考慮して、非均質岩 盤に対するマルチスケール解析を行い、そのマクロ強度特性評価を行うことを目的とする.具体的には、 泥岩を母相に砂岩が傾斜して堆積している互層岩盤を対象として、そのミクロ構造に対する数値材料試験 によりマクロ強度包絡線を算定し、上部構造物の影響を考慮した非均質岩盤の異方的なマクロ強度特性評 価および局所化解析によるミクロ構造の破壊状況の把握を行う.構成則は、弾塑性構成則および弾塑性・ 損傷構成則を採用し、圧密応力に依存した材料パラメータを算定することで、深さ方向や上部構造物周辺 の圧密応力によって異なる岩盤の強度評価を可能とした.

Key Words: rock mass, anisotropic strength, elasto-plasticity, damage, multiscale analysis

### 1. はじめに

本研究は、津波荷重を受ける海洋構造物を敷設した互 層岩盤を対象にそのマルチスケール解析を行うものであ る. ここでは、ミクロスケールにおける岩石の塑性挙動 および引張・圧縮強度特性を考慮して、非均質岩盤に対 するマルチスケール解析を行い、そのマクロ強度特性評 価を行うことを目的とする.具体的には、泥岩を母相に 砂岩が傾斜して堆積している互層岩盤を対象として、そ のミクロ構造に対する数値材料試験によりマクロ強度包 絡線を算定し、上部構造物の影響を考慮した非均質岩盤 の異方的なマクロ強度特性評価および局所化解析による そのマクロ強度に対応したミクロ構造の破壊状況の把握 を行うものである.本研究では、実例として計算コスト を大幅に低減できる分離型マルチスケール解析手法りを 用いて数値解析を実施した.

# 2. 弹塑性構成則,等方性弹塑性·損傷構成則

本研究で解析対象とする、泥岩、砂岩に対して等方 性弾塑性構成則を仮定する.また、マクロ材料挙動とし ては異方性弾塑性構成則をマクロ構成則に仮定し、数値 材料試験からその材料パラメータを同定する. また, 引 張・圧縮強度特性の評価を目的として等方性・弾塑性損 傷構成則を導入する.

#### (1) 等方性弾塑性構成則

等方性弾塑性構成則には一般的なMises型の等方性弾 塑性構成則を採用する.ひずみ加算分解,弾性構成則, 降伏関数,流れ則,相当塑性ひずみ,内部硬化則,負 荷・除荷条件は、それぞれ次式で与えられる.

$$\sigma = \mathbb{C}_0^{\mathrm{e}} : \varepsilon^{\mathrm{e}} \tag{1}$$

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \alpha) = \|\boldsymbol{s}\| - \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_{y}(\alpha) = 0$$

$$\dot{\boldsymbol{e}}^{p} = \dot{\gamma}_{p} \boldsymbol{N}$$
(2)
(3)

$$^{\mathrm{p}}=\dot{\gamma}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{N}$$
 (3)

$$\alpha = \bar{\varepsilon}^{\mathbf{p}} = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3}} \|\dot{\mathbf{e}}^{\mathbf{p}}\| dt \tag{4}$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\bar{\varepsilon}}^{\mathrm{p}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \, \| \dot{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{p}} \| \tag{5}$$

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \alpha) \leq 0$$
  $\dot{\gamma}_{\rm p} \geq 0$   $\dot{\gamma}_{\rm p} f(\boldsymbol{\sigma}, \alpha) = 0$  (6)

ここで、Cot, 弾性係数テンソル、eeは弾性ひずみの 偏差成分、sは偏差応力である。Nは流れベクトルであ り, 偏差応力を成分とする単位ベクトル, ýpは塑性乗 数である.なお、硬化関数としては $\sigma_{y0}$ , H,  $R_0$ ,  $\beta$ をパ ラメータとする次のVoce硬化則を採用する.





図-2 PSOによるパラメータ同定結果

#### (2) 異方性弾塑性構成則

マクロ構成則には,式 (1)の<sup>C</sup><sup>®</sup>に直交異方性を導入する.また,Hill応力のpHillを以下のように定義する

$$\sigma_{\rm pHill} = \sqrt{\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{M}_{\rm p} : \boldsymbol{\sigma}} \tag{8}$$

式中の**M**<sup>p</sup>は, Hillテンソルと呼ばれる各軸の初期降伏 応力の比を成分とする4階のテンソルであり,参照降伏 応力には各方向の初期降伏応力の最小値を採用した. 異方性弾塑性構成則では,降伏関数の代わりに塑性異方 性ポテンシャルφpを用いて塑性流れ則を以下のように 定義する.

$$\phi_{p} (\boldsymbol{\sigma}, \alpha_{\text{Hill}}) = \frac{1}{2} (\sigma_{p\text{Hill}})^{2} - \frac{1}{2} (\sigma_{y} (\alpha_{\text{Hill}}))^{2} \quad (9)$$
$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p} = \dot{\gamma}_{p} \frac{\partial \phi_{p}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \dot{\gamma}_{p} \boldsymbol{M}_{p} : \boldsymbol{\sigma} \quad (10)$$

また、相当塑性ひずみ速度を $\sigma_{pHill} \hat{\epsilon}^{p} = \boldsymbol{\sigma} : \hat{\epsilon}^{p} \boldsymbol{\epsilon}$ 満たすようなひずみ速度 $\hat{\epsilon}^{p} \boldsymbol{\epsilon}$ し、蓄積塑性ひずみはその時間積分量と定義すると、硬化則は、

$$\dot{\alpha}_{\text{Hill}} = \dot{\varepsilon}^{\text{p}} = \frac{\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{p}}}{\sigma_{\text{pHill}}} = \dot{\gamma}_{\text{p}} \sigma_{\text{pHill}}$$
(11)

となる.これらに次式の負荷・除荷条件が加わり,Hill の弾塑性モデルが完備される.

$$\dot{\gamma}_{\rm p} \ge 0, \quad \phi_{\rm p} \le 0, \quad \dot{\gamma}_{\rm p} \phi_{\rm p} = 0$$
 (12)

#### (3) 等方性弹塑性損傷構成則

多次元問題における等方性の損傷モデルは、損傷変数

を導入し、以下の式で表す.





図-4 マクロ解析境界条件と圧密応力の分布図

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D) \,\mathbb{C}_0 : \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{e}} \tag{13}$$

ここで、*D*は損傷変数であり、損傷がなければD = 0、 損傷が進展し、完全に破壊されている状態であれば D = 1を示す、 $0 \le D \le 1$ を値域とする変数である.損 傷判定には de Vree らによって提案された、引張 - 圧縮 間の強度比を導入した修正 von-Mises モデルにおける等 価ひずみを採用する.また,引張強度ftを用いて損傷開 始ひずみを以下の式で定義する.

$$\kappa_0 = \frac{f_{\rm t}}{E} \tag{14}$$

これらの損傷パラメータと、変形履歴における最大の等 価ひずみを $\kappa \ge 0$ と置くことで、負荷・除荷、損傷の判 定を行う.なお、損傷変数Dは以下の式で定義する.

$$D(\kappa) = \left[1 - \left\{1 - \frac{\kappa_0}{\kappa} \exp\left(-\frac{E\kappa_0 h_e}{G_f} (\kappa - \varepsilon_0)\right)\right\}\right]$$
(15)  
ここで、 $h_e$ は要素長さ、 $G_f$ は単位面積当たりのは界面  
を形成するのに必要なエネルギーである.

## 3. 数值材料試験

図-1に示す泥岩と砂岩から構成される非均質岩盤の ユニットセルに対して数値材料試験を行った.ここで, ユニットセルにおける体積比は泥岩 8:砂岩 2 と設定し, 圧密応力を0.0 MPaから1.96 MPaの間で,0.196 MPa刻みで 設定し,10 ケース試験を行った.また,この数値材料 試験を行う前段階として,泥岩,砂岩それぞれに対する 三軸圧縮CU 試験の結果から式(7)に示されるVoce 硬化 則の各パラメータと弾性定数を圧密応力ごとに同定し, 数値材料試験の入力データとしている.

図-1に示すユニットセルに,等方性弾塑性構成則を用 いて単軸圧縮とせん断変形をひずみ量が2.5% になるま で負荷する.数値材料試験の結果であるマクロ応力とマ クロひずみの関係から,対応する等価均質体のマクロ異 方性弾塑性パラメータを同定する.

本研究では、このパラメータ同定手法として、粒子群 最適化法(以下, PSOに略)を使用しており, 同定対象 としたマクロ異方性弾塑性構成則の材料パラメータは弾 性定数、ポアソン比、各方向の降伏応力、硬化係数であ る. ここで、弾性定数とポアソン比に関しては線形均質 化解析から同定することが出来るのでPSOの同定対象か ら外している. このとき, 圧密応力を0.0 MPa, 0.98 MPa, 1.96 MPa としたときのx方向, y方向のマクロ応力-マクロ ひずみ曲線とこれらに対してPSOを行った結果を数値材 料試験の結果 (図-2) とあわせて図-3に示す. 図中の数 値材料試験の結果とPSOの同定曲線には良い一致が見ら れるため、ここで得られたパラメータをマクロ異方性弾 塑性構成則に用いることとする. また, 実際の構造物に おける圧密応力は無限に考えられるため、本研究で仮定 した0.0 MPaから1.96 MPaの間で補間ができるよう,同定 したパラメータに圧密応力を変数とする近似曲線を導入 する.本研究では、次の2次関数形式を仮定する.

ここで、の3は圧密応力である.マクロ解析を行う際に、 事前に圧密応力を算定しておくことで、この圧密応力に 依存したパラメータを利用することができる.マクロ強 度特性評価のため、等方性弾塑性・損傷構成則を用いて 軸方向引張変形を図-1のユニットセルに与える.

また,図-3はユニットセルに与える引張変形により 得られるマクロ応力の最大値(ピーク強度)と, x軸方 向, y軸方向に対して同時に負荷をかけた時のピーク強 度を結んだマクロ強度包絡線を示している.図中には圧 縮変形においてミクロ構造内の泥岩,砂岩の塑性変形が 始まる応力状態もプロットしている.このピーク強度と 降伏点はユニットセル内の泥岩,砂岩の配置に依存した ものであるが,このようなマクロ強度包絡線を事前に算 定しておくことで,マクロ解析で得られるマクロ応力の 分布図から,破壊箇所の判定を行うことが容易になる. 次章の解析例では,このマクロ強度包絡線を用いたマク 口強度特性の評価と局所化解析を用いたミクロ構造の強 度特性の評価を行う.

## 4. 海洋構造物に対する流体-構造連成解析

津波荷重を受ける海洋構造物を敷設した互層岩盤を対象にマルチスケール解析を行う.ここでの構造解析には動的陰解法を採用し、流体力には、自由表面流れとしてNavier-Stokesの運動方程式と連続の式をFEMとVOF法を用いて近似する.流体力の解析領域と構造解析モデルを図-4に示す.ここでは、防波堤のようなコンクリートブロックに流体力が作用する場合を考える.流体-構造の連成解析における境界条件としては、コンクリートブロックから40 m離れた地点に静水圧から12 mの波柱をたて、自由落下させることによって波を発生させて、流体解析を行った.

図-5に、波がコンクリートブロックに到達する前の 時刻と、節点変位ベクトルのノルム値である変位量が最 大になった時刻の解析結果を示す.また図中には、変位 量が最大値を取ったときの引張変形が卓越する領域のX、 Z軸方向のマクロ垂直応力を拡大した様子を示している.

ここで、図-3に示したマクロ強度包絡線を用いて考察を行うと、図中のX軸方向応力、Z軸方向マクロ垂直応力が共に正の値をとり、前者が1.0 MPaを超えている点A周りの領域では、軸方向応力値が第一象限にあるマクロ強度包絡線の外側にある.すなわち、この領域では、泥岩・砂岩両者に損傷が生じている可能性が示唆される.次に、点B周りの領域では、Z軸方向マクロ垂直応力が0.1 MPa前後であるため、X軸方向マクロ垂直応力の大小



図-5 マクロ解析境界条件と圧密応力の分布図

によっては砂岩に損傷が生じている可能性があり、点C 周りの領域では泥岩・砂岩ともに損傷が生じないと考え られる.

以上の考察の検証として、点Aから点Cについて局所 化解析を行う.これらの点のマクロひずみ履歴を入力デ ータとして、図-1中のミクロ構造解析モデルに対して局 所化解析を行った結果を図-5(右)に示す.この図からわ かる通り、点A,Bでは砂岩に損傷が発生していることが わかる.先に、マクロ応力のX、Z軸方向成分の分布図 からは点Aにおいて泥岩も破壊する可能性が示唆された が、比較的、引張強度の低い砂岩に先に損傷が発生した ため、泥岩に損傷が発生しなかったものと推察される. この点を除けば、マクロ強度包絡線を用いた考察と局所 化解析の結果は概ね一致している.

## 5. まとめ

本研究は、津波荷重を受ける海洋構造物を敷設した互層 岩盤を対象にマルチスケール解析を行った.ここでは、 泥岩と砂岩から構成される非均質岩盤に対して、ミクロ スケールにおける岩石の塑性挙動、圧縮・引張強度特性 を考慮してマルチスケール解析を行うことで、異方的な マクロ強度特性の評価を行った.

#### 参考文献

- Terada, K., Kato, J., Hirayama, N., Inugai, T., Yamamoto, K., A method of two-scale analysis with micro-macro decoupling scheme: application to hyperelastic composite materials, *Comput. Mech.*, 52 (5), pp 1199-1219, 2013.
- Terada, K., Kikuchi, N., A class of general algorithms for multi-scale analyses of heterogeneous media, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190 (40-41), pp. 5427-5464, 2001

## MULTI-SCALE CHARACTERIZATION OF TEBSILE AND COMPRESSIVE STRENGTHS OF HETEROGENEOUS ROCK MASS

## Junji KATO, Kenjiro TERADA and Takashi KYOYA

The macroscopically anisotropic strengths of rock masses with local heterogeneities are assessed by means of the method of micro-macro decoupling analyses in consideration of yield and tensile/compressive strengths of rocks at micro-scale. To evaluate the macroscopic strength characteristics, a series of numerical material testing analyses, which is based on the mathematical homogenization theory, is conducted on a layered structure of mudstone and sandstone, each of which exhibits consolidation-pressure dependent plastic deformations as well as tension-cut-off-type damage behavior. Numerical examples are presented to demonstrate the performance of this method.