

地中埋設型センサーによる ひずみテンソルの計測法

荻原 啓太¹・菊本 統^{2*}・谷 和夫³・岡田 哲実⁴・高倉 望⁵

¹横浜国立大学大学院 都市イノベーション学府 (〒240-8501 神奈川県横浜市保土ヶ谷区常盤台79-5)

²横浜国立大学大学院 都市イノベーション研究院 (〒240-8501 神奈川県横浜市保土ヶ谷区常盤台79-5)

³防災科学技術研究所 兵庫耐震工学研究センター (〒673-0515 兵庫県三木市志染町三津田西亀屋1501-21)

⁴電力中央研究所 地球工学研究所 (〒270-1194 千葉県我孫子市我孫子1646)

⁵東急建設株式会社 環境技術部 (〒150-8340 東京都渋谷区渋谷1-16-14 渋谷地下鉄ビル)

*E-mail: kikumoto@ynu.ac.jp

ボーリングコアにひずみゲージを貼付して孔に埋め戻し、地盤の変形を計測する地中埋設型センサー「コアセンサー」は、物性が等しく周辺岩盤と同じ変形を生じる点や、孔壁に直接ひずみゲージを貼付するより施工性に優れる点で他の手法に対して優位性がある。従来のコアセンサーでは、ひずみゲージ貼付方向の直ひずみ成分を計測してきたのに対し、本研究ではコアセンサーに複数枚のひずみゲージを貼付して3次元ひずみテンソルを計測し、任意方向のひずみ成分やひずみの不変量あるいは主ひずみとその方向を得る手法を提案する。本稿ではひずみゲージの計測値からひずみテンソルを算出する方法について説明し、計測値の誤差の伝播に関する理論解析に基づいて合理的なひずみゲージの貼り方について議論する。

Key Words : rock, strain tensor, core-sensor

1. はじめに

原位置地盤の変形計測手法として、地中埋設型センサー「コアセンサー」が開発された(谷ら, 特開2009-41269)。コアセンサーは、図-1に示すようにボーリングコア(以下、コアと呼ぶ)にひずみゲージを貼付し、連結して埋め戻した後、グラウト材を充填することによって、周辺岩盤の変形を計測する手法である。この計測手法は、物性が等しいボーリングコアをセンサーとして用いることで周辺岩盤と同様の変形を計測できる点や、地上でひずみゲージを貼付して埋め戻すため、孔壁に直接ひずみゲージを貼付するよりも施工性に優れているという点で、従来までの原位置地盤のモニタリング方法や地圧の測定方法に比べて優位性がある。

コアセンサーによる計測技術は模型実験や原位置での実証実験^{1)~5)}によって適用可能性や精度の検証が進められてきたが、これまでのコアセンサーはひずみゲージ設置方向の直ひずみを得る目的で用いられていたため、センサーを設置する前に変形が卓越する方向をあらかじめ予測し、その方向に計測機を設置する必要があった。また、3成分ロゼットゲージなど、多成分のひずみゲージ

を用いた場合でも2次元ひずみテンソルしか得られなかったため、3次元におけるゲージ設置方向以外の直ひずみ成分やせん断ひずみ成分、体積ひずみ、偏差ひずみ、主ひずみと主ひずみ軸などを特定する方法はなかった。これに対して本研究では、多数枚のひずみゲージを貼付したコアセンサーの計測値から3次元のひずみテンソルを計測し、任意方向のひずみ成分や体積ひずみ、偏差ひずみ、主ひずみなどの不変量を得る手法を提案する。また、誤差伝播の観点で合理的なひずみゲージの貼付方法について検討を行った。



図-1 コアセンサーの概要

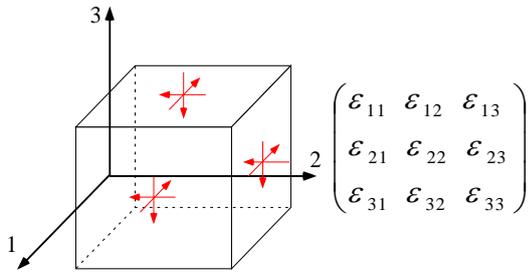


図-2 3次元ひずみテンソルと成分

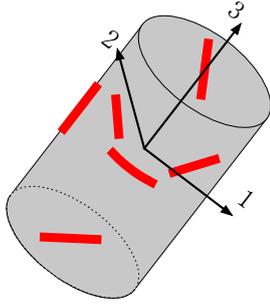


図-3 コアにおけるひずみゲージの貼付方法の一例と局所座標のとり方

2. コアセンサーによる3次元ひずみテンソルの計測方法と誤差伝播の評価方法

(1) 3次元ひずみテンソルの計測方法とひずみゲージの貼付方法の判定手法

3次元のひずみテンソルは、微小変形を仮定すると対称テンソルになるので、図-2のように直ひずみとせん断ひずみあわせて6つの独立な成分で構成される。よって、理論上は最低でも6枚のひずみゲージの計測値が必要になる。

図-3は円柱形のボーリングコアにひずみゲージを貼り付けたイメージ図であるが、埋戻したコアが均質で、地中で要素として一様な変形を呈すると考えれば、 n 枚のひずみゲージがもつ情報は計測値 x^n とコアの側方と軸方向にとった局所座標123系における貼付方向ベクトル e^n で表すことができる（同じ方向なら側面や上下端面の貼付面や貼付位置によらない）。

さて、ひずみテンソル ϵ は2階テンソルであるためひずみゲージの計測値 x^n 及び貼付方向ベクトル e^n との間に式(1)の関係が成立する。

$$\begin{pmatrix} e_1^n & e_2^n & e_3^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1^n \\ e_2^n \\ e_3^n \end{pmatrix} = x^n \quad (1)$$

式(1)を変形すると、式(2)が得られる。

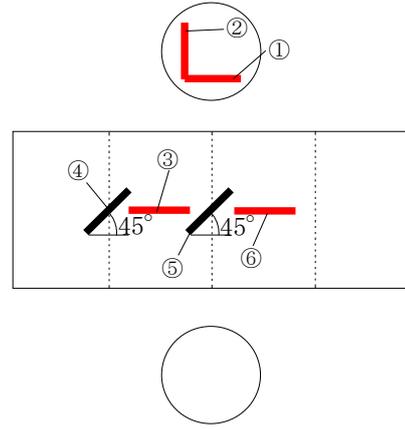


図-4 同一平面内に4枚以上のゲージを貼付した例

$$x^n = (e_1^n)^2 \epsilon_{11} + (e_2^n)^2 \epsilon_{22} + (e_3^n)^2 \epsilon_{33} + e_1^n e_2^n \gamma_{12} + e_2^n e_3^n \gamma_{23} + e_3^n e_1^n \gamma_{31} \quad (2)$$

6枚のひずみゲージそれぞれについて同様に式(2)が得られるので、それらをまとめると式(3)の関係が得られる。

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ \vdots \\ x^6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (e_1^1)^2 & (e_1^1)^2 & (e_1^1)^2 & e_1^1 e_2^1 & e_1^1 e_2^1 & e_1^1 e_2^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{11} \\ \epsilon_{11} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{pmatrix} \quad (3)$$

ここで、

$$x = \begin{pmatrix} x^1 \\ \vdots \\ x^6 \end{pmatrix} = E = \begin{pmatrix} (e_1^1)^2 & (e_1^1)^2 & (e_1^1)^2 & e_1^1 e_2^1 & e_1^1 e_2^1 & e_1^1 e_2^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{11} \\ \epsilon_{11} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{pmatrix} \quad (4)$$

とおくと、

$$x = E \epsilon \quad (5)$$

となる。 x は6枚のゲージの計測値からなるベクトル、 E は6枚のひずみゲージの貼付方向から求まる 6×6 行列、 ϵ は対称なひずみテンソルを6成分のベクトルで表示し、工学ひずみ γ を代入している。式(5)より、3次元のひずみテンソルが求まる条件は E^{-1} が存在することは明らかなので、ひずみゲージの貼付方向の行列 E から算出した $\det E \neq 0$ を満たすか否かがひずみテンソルの計測可否を判定する条件式となる。 $\det E \neq 0$ を満たす貼付方法に対しては、3次元のひずみテンソルが式(6)によって与えられる。

$$\epsilon = E^{-1} x \quad (6)$$

この方法に従ってひずみゲージの貼付方法からひずみテンソルを算出可否を判定した一例を図-4、図-5に示す。

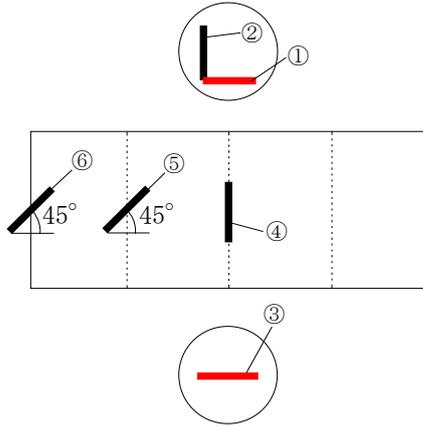


図-5 同一方向に2枚のゲージを貼付した例

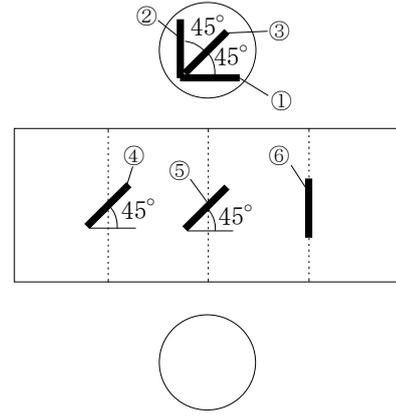


図-6 ひずみゲージの貼付方法の基本ケース

図-4は同一面内に4枚のひずみゲージ、図-5は同一方向に2枚のひずみゲージを設置しており、言うまでもなく独立な6つのひずみ成分を計測することはできないが、いずれの貼り方でも $\det E = 0$ となり、ここで提案する手法が3次元のひずみテンソルの計測可否を適切に判定できることが示されている。

(2) 計測誤差の伝播特性と評価方法

ひずみゲージにより得た計測値はあくまで最確値であり、計測器自体の仕様や計測条件、ボーリングコアの物性などに起因した誤差を含んでいる。したがって、計測値から計算により得るひずみテンソルや不変量も幾らかの誤差を含むことになる。このような現象を誤差伝播と呼ぶ。前節で説明した方法によればひずみテンソルを算出できる6枚のゲージの貼付け方を特定できるが、その貼付け方は無数に存在する。そこで本稿では、ひずみゲージの計測誤差がひずみテンソル等の計測値に及ぼす影響に着目し、誤差伝播の観点から最も合理的な貼り方を探索する。

計測値 x_i からひずみテンソルなどの計算値 ε への誤差伝播はガウスの誤差伝播の法則により評価できる。 ε は計測値 x_i から求まるので、 x_i の関数として式(7)で表される。

$$\varepsilon = \varepsilon(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (7)$$

例えば、ひずみテンソル各成分を計算値 ε とすると、式(7)は式(6)に他ならない。体積ひずみなどの不変量に対応する式(7)も式(6)を変形することにより得られる。さて、ある変数 i の誤差を σ_i と表し、ガウスの誤差伝播の法則を用いれば、式(7)より ε の誤差と x_i の誤差の関係は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_\varepsilon^2 &= \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} \right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_n} \right)^2 \sigma_{x_n}^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2 \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 n 枚のひずみゲージの計測誤差が全て同じだと仮定すると、

$$\sigma_{x_1} = \sigma_{x_2} = \dots = \sigma_{x_n} = \sigma \quad (9)$$

となる。これを式(8)に代入して次式を得る。

$$\sigma_\varepsilon = \sigma \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right)^2} \quad (10)$$

α は計測器の仕様や計測条件、ボーリングコアの物性などによって決まるひずみゲージの計測誤差である。ここでは、計測誤差 σ の計測値から算出する ε への伝播特性について議論するので、式(10)の右辺の平方根を

$$\alpha = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right)^2} \quad (11)$$

とおき、 α の大小関係について検討する。無論、 α は計測誤差に対して計算値が含む誤差の大きさを表し、大きいほど計測誤差が計算値 α に大きく伝播し、計算値の信頼性が損なわれることを示す。逆に、 α が小さいほど誤差伝播の観点で合理的と言える。

3. 結果と考察

ひずみテンソルが算出できるひずみゲージの貼り方のうち、図-6に示す貼り方を基本ケースとして、ひずみゲージの貼付位置や角度の影響について比較検討を行う。前章の説明した手順に従って、図-6の貼付方法の局所座標123系でのひずみゲージの貼付方向ベクトル x_i から、計測値とひずみテンソルの関係式を求めると、式(12)のようになる。

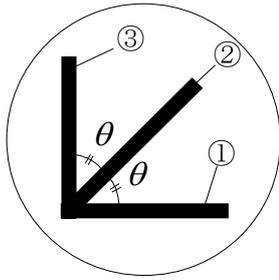


図-7 上端面のひずみゲージ貼付角度間隔

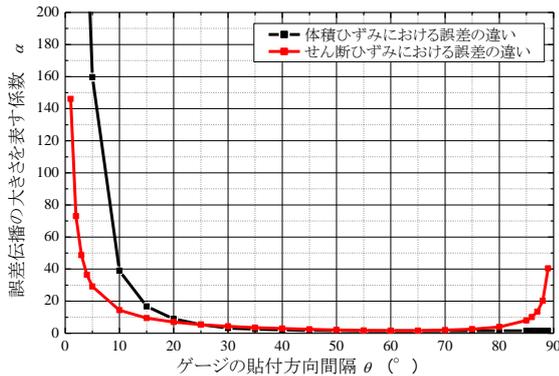


図-8 ゲージ貼付方向間隔の違いによる誤差の大きさの違い

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} \quad (12)$$

式(12)の右辺の6×6行列の係数は、各計測値とひずみテンソル各成分の線形関係を表す係数であり、各ひずみ成分の各計測値に対する偏微分係数でもあることから、この係数を式(11)に代入すれば、誤差伝播特性を調べることができる。ただし、ひずみ成分は座標の取り方に依存するので、本稿では不変量である体積ひずみへの誤差の伝播特性について検討する。

(1) 上端面のゲージ (ゲージ①～③) の貼付方向の違いの影響

④～⑥のゲージを固定して、図-7に示すように上端面における3枚のゲージの貼付角度間隔 θ を変化させて、計測値が体積ひずみの誤差に及ぼす影響を検討した。図-8にゲージの設置角度間隔と誤差伝播の大きさを表す係数 α の関係を示す。同図からゲージ貼付方向の間隔が狭くなるほど体積ひずみの誤差が大きくなるのが分かる。しかし、 45° よりも間隔が大きくなってからは体積ひず

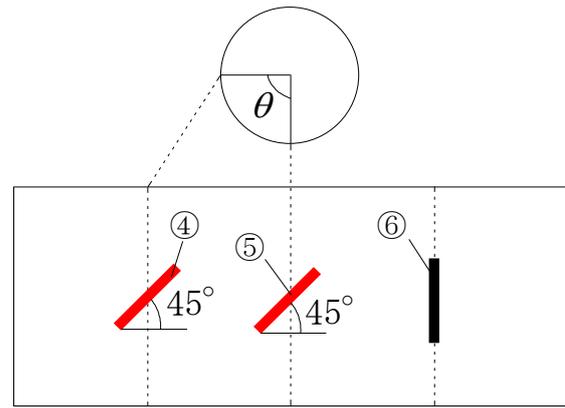


図-9 ゲージ貼付位置の違い

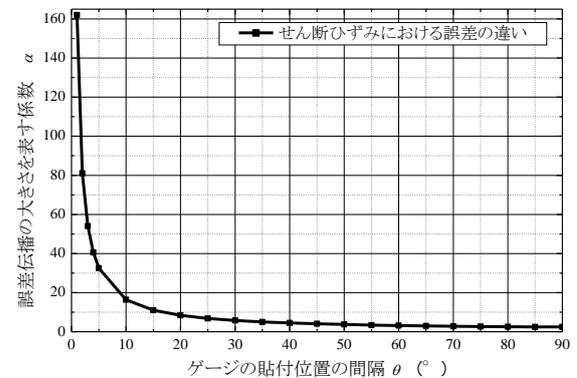


図-10 ゲージ貼付位置の違いによる誤差の大きさの違い

みの誤差にそれほど違いはみられなくなったため、ひずみテンソルの構成成分の一つである γ_{12} の誤差にも着目した。すると、 60° 間隔でゲージを貼付した時が最も誤差が小さくなるのが分かった。これは、平面内では 60° 間隔で3枚のゲージを設置することが事実上最もゲージ間隔が大きくなるため至極当然の結果であると考えられるが、逆に本稿で提案する誤差伝播の評価手法が解析的に合理的なひずみゲージの貼付方法を探索可能であることを示していると言える。

(2) 側面のひずみゲージ (④, ⑤) の貼付位置の違いが誤差に及ぼす影響

①～③、及び⑥のゲージを固定して、図-9に示すように側面における軸方向以外のひずみゲージの貼付位置の違い θ を変化させて (貼付方向は固定)、計測値が誤差に及ぼす影響を検討した。(1)とは異なり、体積ひずみの誤差に違いが生じなかったため、今回はひずみテンソルの構成成分の一つであるせん断ひずみ γ_{31} の誤差に及ぼす影響を検討した。図-10にゲージ貼付位置間隔と、誤差伝播の大きさを表す係数 α の関係を示す。同図から、

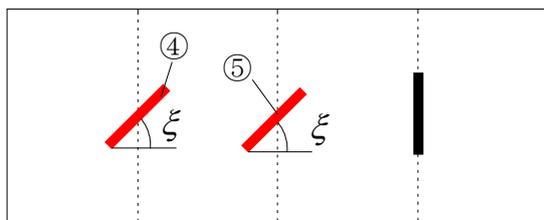


図-11 ゲージ貼付方向の違い（側面）

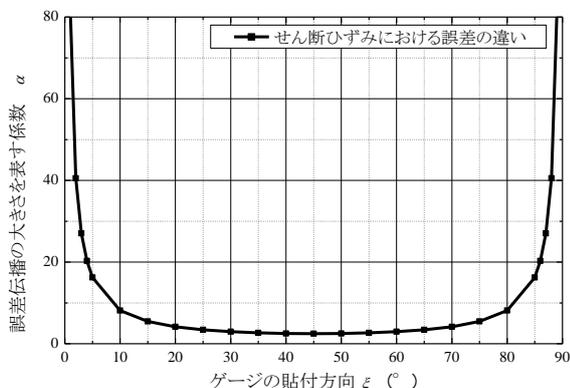


図-12 側面のゲージ貼付方向の違いによる誤差の大きさの違い

④と⑤のゲージ貼付位置を近いほど、せん断ひずみの誤差が大きくなることが分かった。そのため、基本ケースのように90°離れた位置にゲージ貼付する方法が最もゲージの間隔が大きくなる貼り方であり、誤差の伝播に関して合理的な貼り方であると言える。

(3) 側面のひずみゲージ（④、⑤）の貼付方向の違いが誤差に及ぼす影響

①～③、及び⑥のゲージを固定して、図-11に示すように側面における軸方向以外のひずみゲージの貼付方向の違い ξ を変化させて（貼付位置は固定）、（2）と同様に計測値がせん断ひずみの誤差に及ぼす影響を検討した。図-12にゲージ貼付方向と、誤差伝播の大きさを表す係数 α の関係を示す。同図から、④と⑤のゲージ貼付方向 ξ は45°のときに最もせん断ひずみ成分の誤差が小さくなることが分かった。そのため、④、⑤のゲージ貼付方向に関しても、基本ケースの貼付方法が最も合理的であると言える。

4. まとめ

ひずみゲージを貼付したボーリングコアを孔に埋め戻して地盤の変形を計測するコアセンサーに対して、複数枚のひずみゲージを貼付して3次元ひずみテンソルを計測し、任意方向のひずみ成分やひずみの不変量あるいは

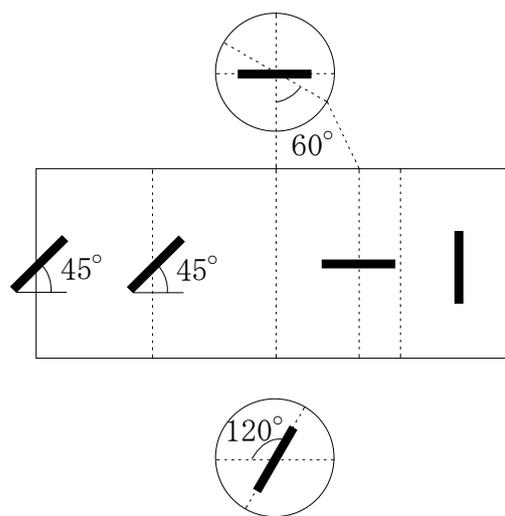


図-13 最も合理的な6枚の貼り方

主ひずみとその方向を得る手法を提案した。まず、ひずみゲージの計測値からひずみテンソルを算出する方法について説明した後、計測値の誤差伝播の観点で合理的なひずみゲージの貼り方について検討を行った。誤差伝播の検討結果と上下端面の断面積の制約などを考慮すると、図-13に示すようなひずみゲージの貼付方法が合理的であると言える。なお、ひずみテンソルの算出には6枚のひずみゲージが最低限必要となるが、ひずみゲージの故障や計測不良およびひずみテンソルの算出精度の向上という観点では、7枚以上のひずみゲージを用いることがより効果的である。7枚以上のひずみゲージを用いたひずみテンソルの計測方法や誤差評価、計測器の故障や計測不良に影響を受けにくいひずみゲージの貼付方法については、別の機会に報告する予定である。

参考文献

- 1) 谷和夫, 田中悠一, 岡田哲実, 平野公平, 高倉望, 池野谷尚史: 埋設型センサーで計測されるひずみの補正に関する室内要素試験, 第40回岩盤力学に関するシンポジウム, pp.115-120, 2011.
- 2) 高倉望, 中澤楓太, 沼上清, 池野谷尚史, 田中悠一, 谷和夫: 大深度地下空洞の埋め戻しに伴う周辺岩盤のひずみ計測, 第41回岩盤力学に関するシンポジウム, pp. 101-104, 2012.
- 3) 中澤楓太, 沼上清, 高倉望, 谷和夫: 大規模・大深度掘削工事における上総層群土丹層のリバウンド挙動, 第41回岩盤力学に関するシンポジウム, pp. 123-128, 2012.
- 4) 池野谷尚史, 岡田哲実, 高倉望, 澤田昌孝, 田中悠一, 谷和夫: 高温下における堆積軟岩の原位置加熱実験(フェーズⅢ), 第41回岩盤力学に関するシンポジウム, pp.197-201, 2012.
- 5) 高倉望, 岡田哲実, 池野谷尚史, 平野公平, 谷和夫: ボーリングコアを用いた岩盤中のひずみ計測方法の高度化, 土木学会第68回年次学術講演会, 2013.

THE METHOD OF MEASURING THE STRAIN TENSOR BY UNDERGROUND TYPE SENSOR

Keita OGIWARA, Mamoru KIKUMOTO, Kazuo TANI, Tetsuji OKADA
and Nozomu TAKAKURA

“Core-sensor” is a sensor for measuring the deformation of the ground in the practical field. Authors’ group developed this sensor and have examined its applicability through model tests and in-situ tests. Strain gauges are attached to a boring core, which has same mechanical characteristics and exhibits similar deformation as the surrounding ground, and the boring core is then backfilled again to measure the ground deformation. In this study, a method to obtain three-dimensional strain tensor by the core-sensor to which six strain gauges are attached is proposed and rational arrangement of the strain gauges is proposed by considering the error propagation of the measurement to the calculated strain tensor.