

地層処分における地下水流動解析への境界要素法の適用性に関する考察

熊坂博夫

清水建設株式会社 技術研究所 (〒135-8530 東京都江東区越中島 3-4-17)

h.kumasaka@mac.com

放射性廃棄物処分において用いられる広域地下水流動解析では、解析領域が数10km四方から100km四方で深度が数kmの領域を対象としている。わが国の地形・地質環境は複雑であり、有限要素法に代表される領域分割型の数値解析手法ではモデル化に課題がある。そこで、境界分割型の境界要素法を用い、モデル化の簡易化と高精度化を図ることを目的として、従来型の定式化による解析コードを作成し、幾つかの事例解析を実施し、本手法の精度、モデル化の特徴等について整理する。これらより、本手法も十分利用可能であることを報告する。また、新たに抽出された大規模化と不均質性に関する課題について、その解決方法について整理・考察する。

Key Words : groundwater flow analysis, geological disposal, boundary element method, discretization method

1. はじめに

地層処分の地下水流動解析では、リージョナル（広域）、ローカル（領域・敷地）、サイト（処分場近傍）、ブロック、ニアフィールドなどと呼ばれ、検討の目的に応じた様々なスケールの領域を設定した解析と評価が行われる。

この中で、リージョナル、ローカル、サイトスケールの解析では、数10kmから100km四方で深さ10km程度の領域から数km四方で深さ1km程度の領域のそれぞれ広い領域を対象としている。解析におけるモデル化では、わが国の複雑な地層構成を考慮することやそのモデルの中に処分施設を考慮する場合もあり、有限要素法に代表される領域分割型の解析手法では、複雑な要素分割が要求され、これに伴う解析の大規模化も必要となってきた。また、最近、これらの解析と評価においては、より詳細な解析を実施するニーズも見られ、前述の解析モデルの作成の困難さが顕在化してきているように思われる。

現在、地下水流動解析で主に行なわれているのは定常解析であり、ポテンシャル問題である。著者は、このポテンシャル問題に対しては、有限要素法に代表される領域分割型の解析手法とともに、境界分割型の境界要素法の適用も十分有効であると考えている。しかしながら、

本手法による地層処分を対象とした解析事例の報告がほとんど見られない。そこで、本報告では幾つかの事例に対して解析を実施し、地層処分の広域地下水流動解析への適用性を検討するとともに、活用に応じた課題を抽出し、その解決策についても考察したので報告する。

2. 境界要素法を用いた定常浸透流解析の概要

(1) 境界積分方程式の定式化¹⁾

解析領域内の点 x のポテンシャルを $\phi(x)$ とすると、境界積分方程式は次式で与えられる。

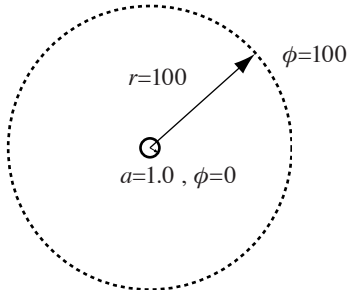
$$c_i \phi + \int_{\Gamma} \phi \frac{\partial \phi^*}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma} \frac{\partial \phi}{\partial n} \phi^* d\Gamma = 0 \quad (1)$$

ここに、 c_i は $\phi(x)$ が内点の場合1、滑らかな境界上にある場合1/2となる定数、 Γ は領域境界、 n は境界の法線方向、 ϕ^* はラプラス方程式の基本解であり、等方三次元の基本解は次式で与えられる。

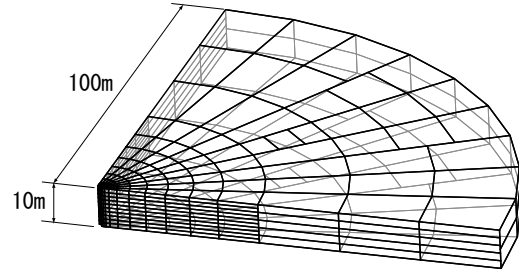
$$\phi^* = \frac{1}{4\pi r} \quad (2)$$

ここに、 r は点 x と境界積分の境界点 y の距離 $r=|x-y|$ である。

式(1)の各項をベクトルとマトリクスで表現すると次

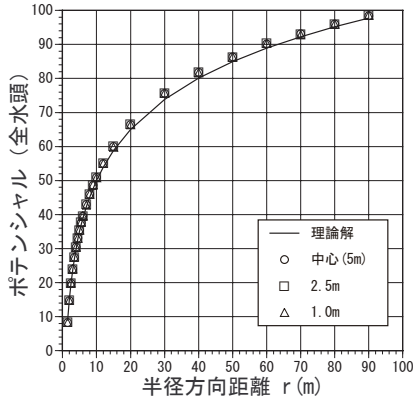


(a) 解析条件

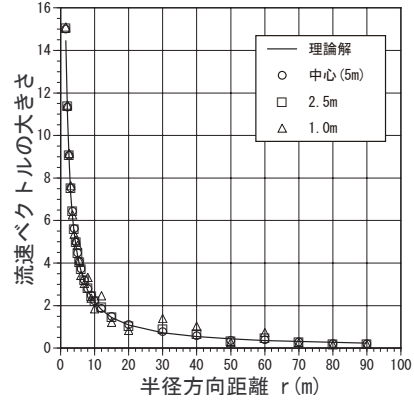


(b) 境界要素分割状況

図-1 被圧井戸の解析モデルの概要



(a) ポテンシャル値の比較



(b) 流速値の比較

図-2 解析結果と理論解の比較

式のようなになる。

$$[H]\{\phi\} - [G]\{q\} = 0 \quad (3)$$

ここに、 $\{\phi\}$ 、 $\{q\}$ は境界点（境界要素節点） i の ϕ_i と $q_i = \partial\phi/\partial n$ によるベクトルであり、マトリクス $[H]$ 、 $[G]$ の各成分 H_{ij} 、 G_{ij} は境界値が一定の要素では、次式で与えられる。

$$H_{ij} = c_i \delta_{ij} + \int_{\Gamma_j} \frac{\partial \phi^*}{\partial n} d\Gamma_j \quad (4.a)$$

$$G_{ij} = \int_{\Gamma_j} \phi^* d\Gamma_j \quad (4.b)$$

ここに、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。式 (3) において、境界値を既知量と未知量に分けて整理すると次式の連立一次方程式となる。

$$[A]\{x\} - \{b\} = 0 \quad (5)$$

上式中のマトリクス $[A]$ は非対称の密行列となる。この連立一次方程式をガウスの直接法や反復法の一般化最小残差法 (GMRES: Generalized Minimal residual method) などを用いて解くことにより、未知量である境界値が求まる。この境界値 ϕ_i と $\partial\phi/\partial n$ を式 (1) に代入することにより、任意の内点におけるポテンシャルとフラックス・流速を求めることができる。

(2) 複数領域の境界条件

地層処分の地下水流動解析では、多数の地層を取り扱う必要が生じる。二つの領域（領域 I, II とすれば）を分ける内部境界 $\Gamma_{I,II}$ は領域間のポテンシャルと流量の連続条件である次式で与えられる。

$$\phi_I = \phi_{II} \quad (6.a)$$

$$k_I \frac{\partial \phi_I}{\partial n} - k_{II} \frac{\partial \phi_{II}}{\partial n} = 0 \quad (6.b)$$

ここに、 k_I, k_{II} は領域 I, II の透水係数である。この両式を式 (3) に加えて連立方程式を解くことで内部境界値も含めた解が得られる。

3. 境界要素法を用いた定常浸透流解析の解析例と適用性

(1) 被圧井戸の理論解との比較例

理論解との比較を目的として解析を行った。解析モデルの概要を図-1 に示す。内点のポテンシャルと流速値の理論解との比較を図-2 に示す。図に示されるように理論解とよく一致している。

一定要素を用いる場合には、図-1 の要素分割状況に

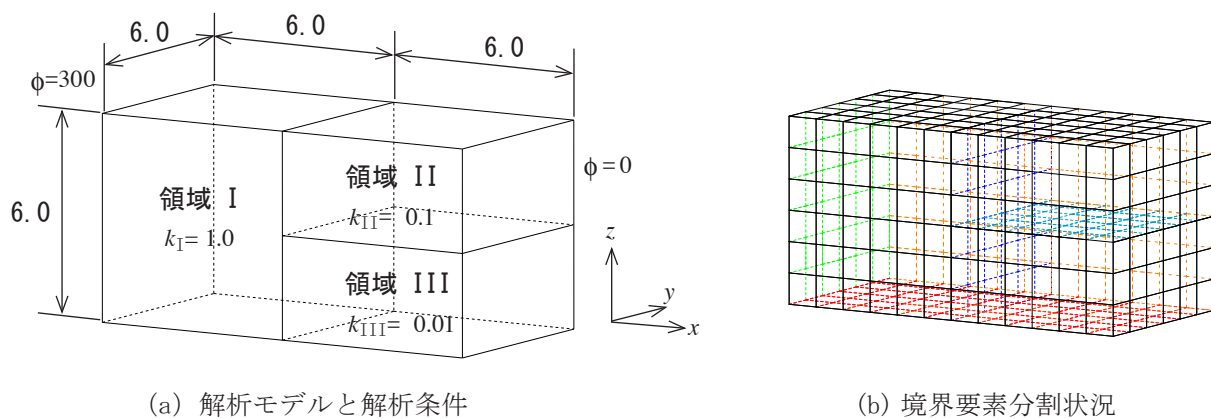


図-3 分岐をもつ一次元流の解析モデルと解析条件

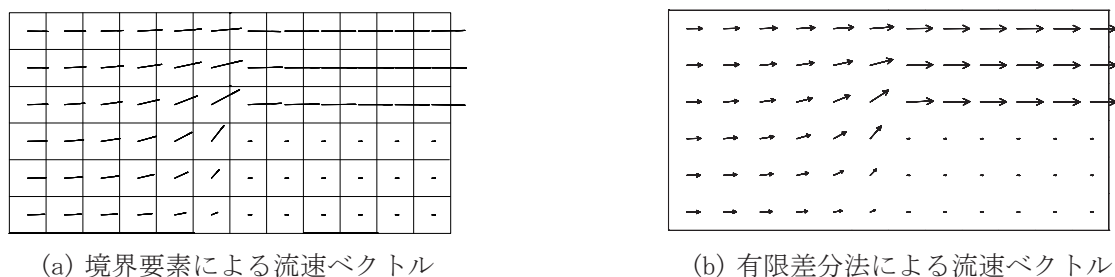


図-4 分岐をもつ一次元流の解析結果

示されるように、隣接する要素との接続性を緩和することができる。そのため、複雑な地形、地層条件における解析モデルの作成を容易化することが期待できる。

(2) 分岐をもつ一方向流の解析例

リージョナル、ローカル、サイトスケールの地下水流動解析では、複雑な地層構成となることや処分地下施設を考慮する場合もあり、複数領域が複雑に連結した状態が生じる。このため、分岐部における解析において十分な精度が得られることは重要である。本事例では透水係数の異なる三つの領域におけるモデルを図-3に示すように設定して検討した。本手法と有限差分法²⁾との流速ベクトルの解析結果を図-4に示す。図に示されるように解析結果は整合していることがわかる。

(3) Mose の論文の解析例³⁾

地層処分の地下水流動解析においては、近年、地下水流動に伴って移行する核種の挙動を精度よく評価したいとのニーズのために、数値解析における流量・流跡線の精度の向上が課題となっているようである。通常、有限要素法ではポテンシャルは要素間での連続性が成立しているが、流速については隣接する要素間での連続性は保証されていない。境界要素法では内部分割を必要とせず、任意の内点におけるポテンシャルや流速を求めることが可能であり、前述のような内部要素間での流速の不連続性は生じない。

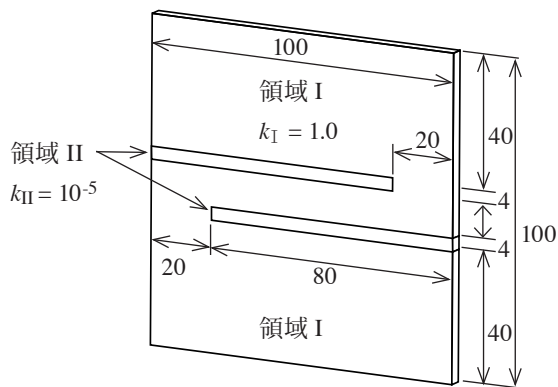
このような課題に対する解析検討の事例として、Moseらが解析に用いているモデルを例に、適用性の検討例を示す。検討に用いた解析モデルと解析条件の概要を図-5に示す。この解析結果として全域の流速ベクトルと屈曲部近傍の速度ベクトル図を図-6に示す。図の流速ベクトルの解析結果は有限要素法とよく整合している。また、通常の有限要素法では要素内の流速ベクトルが一定であるが、図-6(b)に示されるように境界要素法では領域内の算出点の位置により、流速ベクトルの大きさ、方向の変化が明瞭に算出されていることがわかる。

(4) 単一坑道周辺の地下水流動の解析例

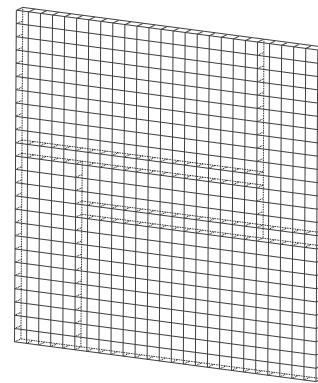
地層処分における地下水流動解析では、処分場の建設前、建設中、建設後のそれぞれの段階における地下水流動状況の把握、予測が求められる。そこで、建設時において坑道が大気圧状態となり、地下水が坑道に向かって流入する場合について、領域分割型の有限差分法と境界要素法による比較を行なった。

解析モデルの概要を図-7に示す。その解析結果として、坑道中心の鉛直軸線上と水平側線上のポテンシャルの各々の解析値を図-8に示す。図に示されるように、ポテンシャルの分布形状は両解析手法とも同様の形状となるが、坑道近傍のポテンシャル値の差が大きい。これは、領域分割型の要素寸法、形状（アスペクト比）の影響とみられる。

なお、境界要素法では領域内部の要素分割が外側の要

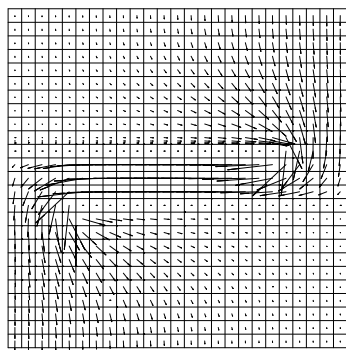


(a) 解析モデルと解析条件

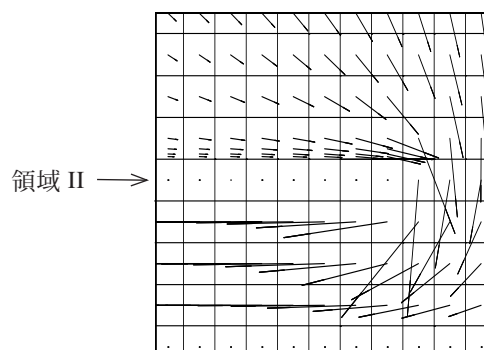


(b) 要素分割状況

図-5 解析モデルの概要

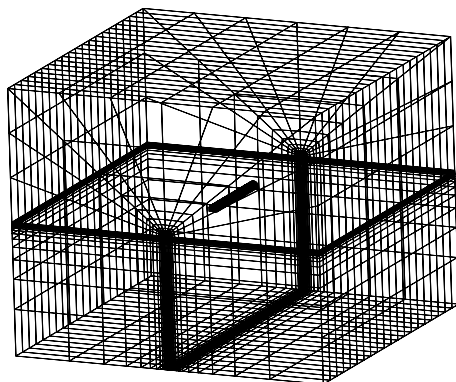


(a) 全体の流速ベクトル



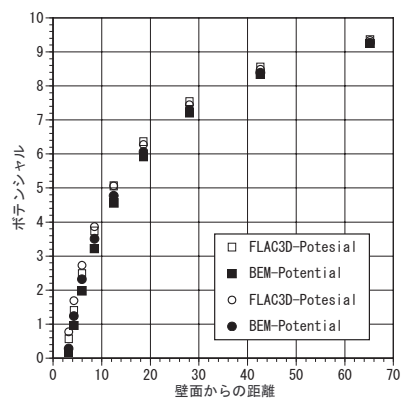
(b) 屈曲部近傍の流速ベクトル

図-6 解析結果の流速ベクトル

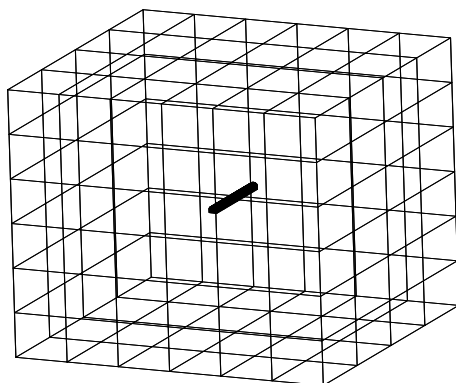


(a) 有限差分法における要素分割状況（表面）

全体領域
200 × 200 × 200
境界：φ = 10
内部境界：φ = 0

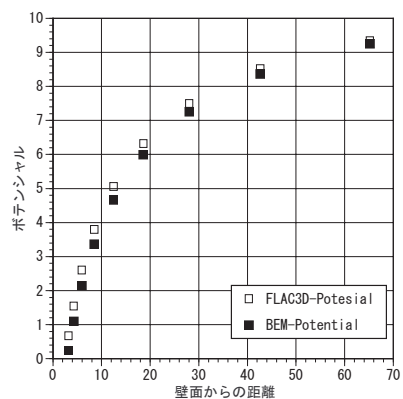


(a) 坑道中心の鉛直側線のポテンシャル分布比較



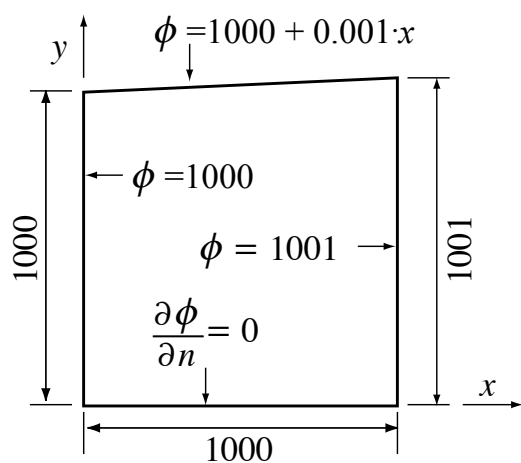
(b) 外側を境界要素で分割を簡素化した例

図-7 解析モデルの概要



(b) 水平側線のポテンシャル分布比較

図-8 解析結果の比較



$$K(x) = 10 \left[7 + \sin\left(\frac{2\pi \cdot x}{L_x} + 50\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot y}{L_y} + 50\right) \right]$$

$$L_x = L_y = 400$$

図-9 解析モデルと境界条件⁶⁾

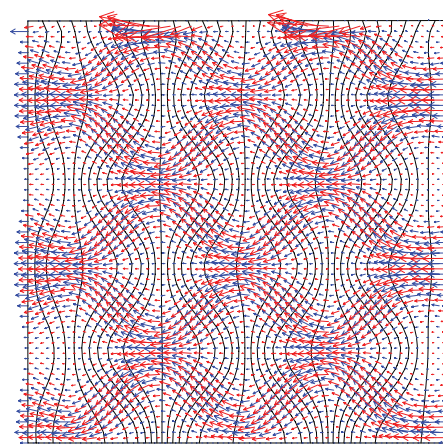
素分割に及ぼす影響，制約が軽減される．このため，図-7(b)のように外側の要素分割を簡素化することが可能である．

4. 技術課題とその対応策に関する考察

(1) 大規模問題への課題とその対応策

前述したように，地層処分のリージョナル，ローカル，サイトスケールの地下水流動解析では，広域な領域を対象とする．そのため，複雑な地層構成や地下施設をモデルに考慮することや詳細な地形変化の影響を考慮するため，境界領域の要素分割は自ずと細分化が必要となり，それに伴い解析モデル・自由度の大規模化が要求される．前節の式(5)の全体マトリクス[A]は境界要素法では有限要素法に比べて密な行列となるため内部要素分割する場合よりも大きなマトリクスとなる．このため，計算を実施する上で大きな記憶容量が必要となり，ハード的な制約が生じる．従来は，この制約が境界要素法の実用化への一つの課題であったと考えられる．しかしながら，近年ではこの課題については高速多重極展開法を活用することで解決できることが報告⁴⁾されている．

高速多重極展開法では，式(2)の基本解のソース点 y と観測点 x の他に，多重極点 y_0 を考え，多数のソース点の影響を多重極点 y_0 に集約することで，観測点 x におけるポテンシャルとそのフラックス・流速を高速に計算する手法である．このため，この手法ではGMRESなどの反復法と組み合わせることで，式(5)の全体マトリクス[A]を作らず，残差ベクトルを逐次計算することで連立方程式の解を得ることができる．



(青矢印が境界要素法，赤矢印が有限差分法)

図-10 解析領域全体における二重相反境界要素法と有限差分法の解析結果から得られたポテンシャル ϕ のコンター分布と流速ベクトルの比較⁶⁾

また，地層処分の地下水流動解析では大量の任意の点でのポテンシャル，流速についての計算が必要となることが想定されることから，この手法の導入は有効と考えられる．

(2) 領域内の物性の変動(不均質性)を考慮した解析とその対応策

岩盤や地盤は均質とみなされる地層内であっても本来物性は一定でなく，ばらつき，変動あるいは構造的と呼ばれる分布特性を有している．このため，より現実に近い挙動を予測する際には，解析対象の領域ごとに，この不均質性を考慮することが求められる．

有限要素法等の領域分割型の解析手法では，解析対象領域を要素分割して個々の要素に物性データを与えて計算することになる．この場合，解析精度を十分確保し，かつ解析対象領域内の物性分布特性を考慮した要素分割はこれまで以上に難しい作業となると思われる．

境界要素法は，一般には，解析領域の物性が均質な場合の基本解を用いている．このため，物性の異なる領域を持つ場合，各領域内で一定の物性となるように領域を細分化することで取り扱われてきている．あるいは，領域内の不均質性を考慮する場合，従来の境界積分方程式への定式化において，領域分割型の有限要素法と同様に離散化した内部領域に対する領域積分を行う必要があった．これに対し，Nadiniら⁵⁾は，二重相反境界要素法(DRBEM: Dual Reciprocity Boundary Element Method)を用いてこの領域積分を境界積分に置換する手法を報告している．著者も二次元地下水流動解析において，この手法を適用した場合について報告⁶⁾している．ここでは，その事例を示す．

解析領域に対して透水係数 $K(x,y)$ が周期性を考慮した解析モデルを図-9に示す。この解析結果として、二重相反境界要素法と有限差分法のポテンシャル ϕ のコンター分布と流速ベクトルをそれぞれ図-10に示す。

本解析モデルでは、透水係数を領域内で一定とするとポテンシャル ϕ の分布は y 軸にほぼ平行となるが、周期性を有する透水係数を考慮すると図に示されるようにポテンシャル ϕ の分布も周期性をもって変動していることがわかる。このポテンシャル ϕ のコンター分布は二重相反境界要素法と有限差分法の差は見られずよく一致している。

流速ベクトルは二重相反境界要素法では内部節点上、有限差分法は要素中心で表示している。ポテンシャル ϕ の分布の変動に合わせて、流速の方向と大きさも周期的に変動していることがわかる。また、地表面近傍の透水係数の大きなところ以外は、この両者のベクトルの大きさとその方向は整合していることがわかる。

以上のように、境界要素法においても領域内の不均一性を考慮した解析が可能であることがわかる。このことは、領域内の複雑な物性の変動条件下で領域分割を回避できることを意味している。

5. おわりに

本報告では地層処分における地下水流動解析への境界要素法の適用性を検討した。その結果、地層処分などの

広域な領域を対象とした解析において、従来から用いられている有限要素法とともに境界要素法も十分に適用可能であると考えられる。ただし、実際の活用に当たっては大規模化と地層内の物性変動についても対応可能にすることが課題であることを示した。これらの課題について、高速多重極展開法や二重相反境界要素法を活用することで対応可能であることを考察した。

参考文献

- 1) 例えば、C.A. プレビア (著)、神谷紀生、田中正隆、田中喜久昭 (訳) : 境界要素法入門、培風館、1980。
- 2) Itasca Consulting Group, Inc. : FLAC3D ver.3.1 User's Guide, 2006.
- 3) R.Mose, P.Siegel, and P.Ackere : Application of the mixed hybrid finite element approximation in a groundwater flow model : Luxury or necessity ?, *Water Resources*, vol. 30, No. 11, pp. 3001-3012, 1994.
- 4) 例えば、福井卓雄 : 境界要素法の研究－高速・高精度計算法の開発と応用－, 1998.
- 5) Nadini,D., and Brebbia,C.A. : A new approach to free vibration analysis using boundary elements, *In Boundary Elements Methods in Engineering, Computational Mechanics Publications*, Springer-Verag, pp.312-326,1982.
- 6) 熊坂博夫 : 地山物性の空間変動を考慮した境界要素法の地下水流動解析への適用性に関する検討, 土木学会 第37回岩盤力学に関する国内シンポジウム, pp. 233-238, 2008.

CONSIDERATION ON THE APPLICABILITY OF THE BOUNDARY ELEMENT METHOD TO GROUNDWATER FLOW ANALYSIS FOR GEOLOGICAL DISPOSAL OF NUCLEAR WASTE

Hiroo KUMASAKA

Wide-area groundwater flow analysis for the geological disposal of nuclear waste is conducted in areas 10 to 100 km square at a depth of several kilometers. In Japan with complex topography and geological environment, numerical analyses by segmentation based on the region including FE analysis as a typical example involve difficulty in modeling. This study therefore aims at improving simplicity and preciseness of modeling using BEM through segmentation based on the boundary. Test analyses are conducted to organize data on precision and the characteristics of modeling. Then, this paper describes that the proposed method is fully applicable.